Princeton University Library
32101 064104506

914
115
4
1922

Library of

Princeton University.

BULLETINS

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETINS

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

5E SÉRIE — TOME VIII

1922

BRUXELLES

MAURICE LAMERTIN
LIBRAIRE-ÉDITEUR
Rue Coudenberg, 58-62

MARCEL HAYEZ
IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE
Rue de Louvain, 112

1922

Séance du samedi 7 janvier 1922.

M. A. Lameere, vice-directeur.

Sont présents : MM. J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, F. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, Paul Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, Pierre Nolf, J. Bordet, Ed. van Aubel, *membres ;* A. Brachet, Th. De Donder, Paul Fourmarier, V. Grégoire, M. De Halu, *correspondants,* et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. G. Cesàro, directeur; G. Lecointe, membre, et O. Dony, correspondant.

CORRESPONDANCE.

M. Cesàro, directeur sortant, remercie la Classe des marques de sympathie et d'estime qu'elle lui a données pendant l'année écoulée.

MM. Godeaux, A. Gratia, Lathouwers et Lecrenier remercient l'Académie des récompenses qu'elle leur a accordées.

M. le Ministre des Sciences et des Arts fait parvenir une ampliation de l'arrêté royal du 19 décembre 1921, nommant M. Vauthier président de l'Académie pour 1922.

M. le Premier Ministre fait connaître à la Classe que la situation des finances ne permet pas à l'État d'intervenir dans les frais d'entretien du gisement fossilifère de Bernissart.

La « Societas pro Fauna et Flora fennica » remercie l'Académie des félicitations qui lui furent adressées à l'occasion de son centenaire.

L'Union astronomique internationale adresse le programme de son assemblée générale à Rome, le 20 avril.

HOMMAGE D'OUVRAGE.

Traité d'Embryologie des Vertébrés, par A. Brachet. — Remerciements.

COMITÉ SECRET. — ÉLECTIONS.

M. Ch.-J. de la Vallée Poussin est élu directeur pour l'année 1923; M. P. Stroobant est élu délégué à la Commission administrative.

586160

M. Lameere, prenant la direction des travaux de la Classe, rend hommage à son prédécesseur et installe et félicite M. de la Vallée Poussin, vice-directeur, qui remercie ses Confrères de l'avoir élu.

RAPPORTS.

A la demande de MM. Fredericq et Willem, chargés de faire rapport sur le travail de M. Boël : *Étude sur le mécanisme du vol naturel*, la Classe prie M. de la Vallée Poussin d'examiner ce qui, dans ce Mémoire, est relatif à la mécanique.

JURYS.

La Classe désigne, pour constituer les jurys des Prix De Potter (première période, 1919-1921) : 1° pour les Mathématiques : MM. Deruyts, de la Vallée Poussin et Demoulin; 2° pour la Physique : MM. de Hemptinne, van Aubel et De Donder; 3° pour la Chimie : MM. Swarts, Crismer et Dony; 4° pour les Sciences minérales : MM. Lohest, Rutot et Cornet; 5° pour la Biologie animale : MM. Pelseneer, Willem et Brachet; 6° pour la Biologie végétale : MM. Gravis, Massart et Marchal; 7° pour l'Astronomie : MM. le Paige, Stroobant et Lecointe. (M. De Halu remplacera éventuellement celui des membres du jury d'astronomie qui serait empêché de siéger.)

La Classe désigne, pour constituer le jury du Prix E. Laurent (cinquième période, *Flore du Congo*, 1913-1921) : MM. Gravis, Massart et Marchal.

UNIONS INTERNATIONALES.

Les Sections d'océanographie physique (de l'Union de géodésie et de géophysique) et d'océanographie biologique (de l'Union des sciences biologiques) se réuniront à Paris, respectivement, la première, le 10 janvier, et la seconde, le 14 janvier. La Classe y désigne comme délégués belges, respectivement MM. A. de Gerlache et G. Gilson.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Chimie. — **Contribution à l'étude de la réaction des composés organo-magnésiens sur les nitriles.**

par P. BRUYLANTS, professeur à l'Université de Louvain (*).

Dans une note que j'ai eu l'honneur de présenter récemment à l'Académie, j'ai montré que le nitrile glutarique traité par le réactif de Grignard ne fournit pas le produit normal de la réaction de Blaise et qu'il se comporte comme un pseudo-acide.

Je signalais en même temps que certains mononitriles et notamment l'acéto-nitrile se comportent d'une façon analogue.

Dans le but d'élucider avec certitude la constitution du produit obtenu avec le nitrile glutarique, j'ai étudié l'action des composés organo-magnésiens sur l'acéto-nitrile, espérant obtenir un produit de constitution analogue mais plus simple et espérant surtout l'obtenir avec un meilleur rendement.

En réalité, la réaction semble ici encore plus complexe. Quoique le problème ne soit pas entièrement résolu, je crois utile de signaler dès maintenant les faits principaux que j'ai pu observer.

Dans leur travail sur les cétimines (**), MM. Moureu et Mignonac signalent un essai sommaire qu'ils ont fait en vue de préparer la diméthylcétimine aux dépens de l'acéto-nitrile. M. Moureu a bien voulu me permettre de reprendre l'étude de cette réaction, ce dont je lui exprime toute ma gratitude.

(*) Présenté par M. Swarts.

(**) *Annales de Chimie*, XIV (9), 322, 1920.

L'acéto-nitrile se comporte vis-à-vis du réactif de Grignard comme un pseudo-acide; il met en liberté l'hydrocarbure de la combinaison magnésienne. La quantité de gaz dégagé varie d'un essai à l'autre, mais une agitation de la masse augmente le rendement en hydrocarbure; cela se conçoit aisément si l'on songe que le précipité volumineux de la combinaison azoto-bromo-magnésienne peut englober soit du nitrile, soit de la combinaison magnésienne dont l'action mutuelle est ainsi rendue impossible.

Dans plusieurs opérations, le dégagement gazeux produit dans l'addition du nitrile et la décomposition ultérieure par l'eau est quantitatif; il correspond à la totalité du radical hydrocarboné de la combinaison magnésienne.

Voici, par exemple, un essai fait en additionnant $^1/_2$ molécule-gramme de nitrile à une solution éthérée d'éthylbromure de magnésium susceptible de dégager approximativement 10 litres d'éthane à la température du laboratoire. L'addition a été faite en cinq fractions successives correspondant chacune à $^1/_{10}$ de molécule-gramme de nitrile et le volume dégagé a été mesuré chaque fois séparément.

Addition de nitrile.	Volume de C_2H_6.
Première fraction ($^1/_{10}$ molécule-gramme)	2,20 litres.
Deuxième —	2,15 —
Troisième —	1,95 —
Quatrième —	1,60 —
Cinquième —	0,45 —
Décomposition par l'eau	1,30 —
Total.	9,65 litres.

Dans ce cas la décomposition de la combinaison magnésienne est donc pratiquement complète; on peut en conclure que s'il y a réaction synthétique, elle ne peut en aucune façon être due à l'introduction de radicaux hydrocarbonés de la combinaison magnésienne dans la molécule du nitrile.

D'ailleurs l'expérience montre que l'on obtient toujours les

mêmes produits, que l'on mette en œuvre la combinaison magnésienne méthylique ou éthylique.

La combinaison azoto-bromo-magnésienne est décomposée par le moins d'eau possible et extraite à l'éther sans neutralisation préalable de la magnésie; les extractions à l'éther sont répétées un très grand nombre de fois. Pour éviter une réaction trop violente, la combinaison magnésienne a également été décomposée dans certains cas par l'alcool, puis par l'eau; ce procédé n'offre aucun avantage et le gros inconvénient c'est qu'il donne alors un extrait éthéré très riche en eau.

Les premiers extraits éthérés fournissent par refroidissement un corps solide bien cristallisé englobé dans un liquide huileux; le rendement en corps solide, le corps A, est toujours très faible : 1 gramme environ pour 1 molécule-gramme d'acéto-nitrile. On le sépare par essorage du produit huileux.

J'ai ensuite distillé dans le vide de 15 millimètres, au bain d'huile, le liquide visqueux formant la presque totalité de l'extrait éthéré. J'ajouterai que la distillation a été faite sur l'ensemble des produits huileux obtenus en décomposant dans certains cas la combinaison magnésienne par l'eau, dans d'autres cas par l'alcool puis par l'eau.

Il passe d'abord de l'eau fortement ammoniacale, puis, vers 130°-150°, on recueille une portion sirupeuse, le produit B; entre 150°-170° passe un liquide visqueux qui cristallise partiellement. Il reste dans le ballon un goudron, formant environ un quart de la masse mise en œuvre, qui se solidifie totalement par refroidissement. Après essorage des cristaux de la portion 150°-170°, corps C, le liquide visqueux a été distillé à la vapeur d'eau : les premières portions qui passent sont laiteuses et quelques gouttes d'une huile volatile d'odeur extrêmement forte et pénétrante viennent surnager; puis passe un corps solide, le corps D, que l'on purifie aisément par un second entraînement à la vapeur d'eau.

Voici quelques indications sur les divers produits obtenus :

Le corps A cristallise facilement en longues aiguilles de ses solutions chaudes dans l'alcool méthylique ou éthylique, mais le produit obtenu, même après plusieurs cristallisations, ne présente pas de point de fusion net : il commence à se ramollir vers 175° et est totalement fondu à 200°.

Il est insoluble dans l'eau froide, mais se dissout aisément dans l'eau chaude : il se décompose dans ces conditions en émettant de l'ammoniaque et en fournissant un nouveau produit assez soluble dans l'eau, le corps A', qui fond vers 135°.

Le corps A cristallisé de l'alcool (à 90°) a fourni à l'analyse les résultats suivants :

	Substance.	CO_2.	H_2O.	C °/₀.	H °/₀.
1	0gr1222	0,2736	0,0555	61.06	5.05
2	0gr1042	0,2346	0,0527	61.32	5.61

Dosage d'azote (Dumas).

	Substance.	Volume.	N °/₀.
1	0gr200	55,6 à 9° H = 760,0	33.45
2	0gr200	56,0 à 9° H = 757,7	33.60

Ce produit n'est pas encore pur; j'ai remarqué dans la suite qu'il était altéré, même par dissolution dans l'alcool ordinaire (90°-94°), et émettait à l'ébullition une faible quantité d'NH_3 décelable au réactif de Nessler. Le même phénomène ne se produit pas au sein du benzène, mais il n'est que très peu soluble dans ce dissolvant à sa température d'ébullition. Je l'ai ensuite fait recristalliser de l'alcool anhydre; après deux cristallisations, le produit fondait plus nettement à 198°-200°, mais l'analyse montre qu'il n'est pas encore pur.

Voici les résultats analytiques avec ce produit :

Dosage d'azote (Dumas).

Substance.	Volume.	N °/₀.
—	—	—
0gr1200	36,5 à 21° H = 759,2	34.75
0gr1200	35,5 à 16° H = 764,1	34.80

Combustion.

Substance.	CO_2.	H_2O.	C °/₀.	H °/₀.
—	—	—	—	—
0gr1500	0,3219	0,0802	58.53	5.95

La cristallisation dans l'alcool anhydre élève sa teneur en azote, mais ce produit n'est pas encore pur, comme le montre la somme :

C °/₀.	58.53
H °/₀.	5.95
N °/₀.	34.77
TOTAL . .	99.25 °/₀

Son poids moléculaire, déterminé par ébullioscopie dans l'acétone et dans l'alcool, donne des résultats concordants voisins de 135.

Voici le détail de ces déterminations :

Poids acétone : 25gr54.

Substance :	0gr2620	e = 0,129	M = 137.
	0gr4466	e = 0,228	M = 132.
	0gr8076	e = 0,403	M = 135.

Poids alcool : 26gr27.

Substance :	0gr2063	e = 0,074	M = 124.
	0gr4473	e = 0,161	M = 132.

Le corps A répond donc probablement à la formule $C_6H_7N_3$. Jusqu'à présent, il m'a été impossible de l'étudier davantage,

car il se forme en quantité très faible; il est vraisemblable cependant qu'il renferme une fonction imine, vu la facilité avec laquelle il est décomposé par l'eau en cédant de l'ammoniaque. Je n'ai pu de même identifier suffisamment son produit de décomposition par l'eau.

Le liquide huileux passant à la distillation entre 130°-150° fournit une semi-carbazone qui, après deux cristallisations dans l'alcool méthylique, se présente sous forme de feuillets cristallins très légers et qui fond à 161°-162° (164° corrigé).

Le dosage d'azote (Dumas) donne les résultats suivants :

Substance.	Volume.	N °/₀.
—	—	—
0gr1000	33.0 à 7° H = 758,4	40.03
0gr1000	32,4 à 6° H = 762,2	39.79

C'est la semi-carbazone de la cyanacétone qui renferme 39.80 °/₀ N. Cette semi-carbazone a été obtenue par von Meyer (*); d'après lui, elle fond à 165°. Pour m'en assurer, j'ai reproduit cette semi-carbazone par l'action du chlorhydrate de semi-carbazide sur le diacétonitrile ou β imino-butyronitrile

$$CH_3 - C(=NH) - CH_2CN.$$

obtenu par Holtzwart (**) par condensation de l'acétonitrile sous l'action du sodium au sein de l'éther et par von Meyer au sein du benzène. Les deux semi-carbazones recristallisées de l'alcool méthylique ont la même forme cristalline, même point de fusion, qui, d'ailleurs, ne se modifie pas par leur mélange.

La semi-carbazone obtenue aux dépens du corps B provient, non de cyanacétone, mais bien de diacétonitrile, comme je le montrerai plus loin.

(*) *Journ. Prakt. Chemie* (2), 78, 1908, p. 504.
(**) *Ibid.*, (2), 39, 1889, p. 230.

Le produit C séparé par essorage du liquide visqueux qui l'accompagne fond vers 240° en se décomposant, mais charbonne déjà vers 190°.

Il est assez soluble dans l'eau chaude, d'où il cristallise par refroidissement en petites aiguilles associées en faisceaux. Il est très peu soluble dans le benzène même à chaud; même après plusieurs recristallisations dans l'eau chaude, il ne présente pas de point de fusion net.

Un dosage d'azote effectué sur ce produit brut donne les résultats suivants :

Substance.	Volume.	N %.
0gr200	39,75 à 19° H = 765,3	23.11

Il se purifie facilement par cristallisation dans l'acide acétique fort : après deux cristallisations dans ce dissolvant il fond assez nettement, mais en se décomposant à 299°.

Il donne alors les résultats analytiques suivants :

Dosage d'azote (Dumas).

Substance.	Volume.	N %.
0gr1500	25,8 à 22° H = 754.2	19.43

Combustion.

Substance.	CO_2.	H_2O.	C %.	H %.
0gr2000	0,4728	0,0910	64.48	5.05

Ce corps répond donc à la formule $C_8H_8N_2O$.

La détermination du poids moléculaire a été faite par cryoscopie dans l'acide acétique et par ébullioscopie dans l'alcool.

Cryoscopie dans l'acide acétique.

Poids d'acide acétique : 20 grammes.

Substance :	0gr1433	a = 0,145	M = 193.
	0gr3028	a = 0,333	M = 179.

Ébullioscopie dans l'alcool.

Poids d'alcool : 22gr27.

Substance :	0gr1030	e = 0,025	M = 208.
	0gr2503	e = 0,070	M = 188.

Ces déterminations ne sont donc pas d'accord avec les résultats analytiques, d'après lesquels le poids moléculaire serait **148**.

Ce produit est identique au produit $C_8H_8N_2O$ obtenu d'abord par Holtzwart (*) par l'action prolongée de l'eau bouillante sur le diacétonitrile et étudié complètement par Moir (**).

J'ai refait ce produit par la méthode indiquée par Holtzwart, et les deux produits cristallisés au sein de l'acide acétique présentent le même point de fusion et la même forme cristalline.

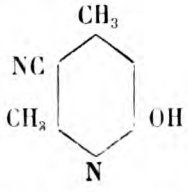
J'ai d'ailleurs refait aussi la cryoscopie dans l'acide acétique du produit obtenu par le procédé de Holtzwart, ce qui m'a donné sensiblement le même résultat que le produit C.

Poids d'acide acétique : 28gr54.

Substance : 0gr1384	a = 0,100	M = 189.
0gr3377	a = 0,245	M = 188.

La valeur calculée est 148°. Il me semble difficile d'expliquer ces anomalies.

Moir a montré que le produit obtenu par Holtzwart est la **2.4** diméthyl **6** oxy **3** cyanopyridine de formule.



Le produit C ne préexiste vraisemblablement pas dans l'extrait éthéré de la combinaison magnésienne, mais il se forme durant la distillation en présence d'eau aux dépens du diacétonitrile.

J'ajouterai que ce produit se forme même à la longue à la température ordinaire : un extrait éthéré sirupeux dont on avait éliminé par essorage le corps A, conservé de juillet à novembre en vase ouvert, avait laissé déposer des cristaux du corps C ; mais ce produit était incomparablement plus pur que celui qui prove-

(*) *Journ. Prakt. Chemie* (2), 39, 1889, p. 230.
(**) *Journ. Chem. Soc.*, 81, 100, 1902.

nait de la distillation, car après simple essorage et dessiccation sur plaque poreuse il fondait vers 290° ; une cristallisation dans l'acide acétique fort m'a donné le produit fus. à 300°. Le produit provenait donc alors de la décomposition lente du diacétonitrile sous action de l'eau à la température ordinaire ; von Meyer (*) a d'ailleurs montré que ce produit existait sous deux variétés : l'une soluble dans les solutions alcalines et qu'il considère comme la forme phénolique, l'autre insoluble et qui serait la forme cétonique.

Ce produit C n'est qu'imparfaitement soluble dans la soude caustique. Le produit obtenu à froid se dissout complètement.

Le corps D, entraînable à la vapeur d'eau, forme des paillettes cristallines très légères fus. à 123°. Il se dissout dans l'eau chaude, mais est très peu soluble à froid. Il est facilement soluble à froid dans l'éther et le benzène. Il possède une tension de vapeur considérable et se sublime rapidement dès 50°. Il possède une saveur extrêmement amère et donne un grand nombre de réactions des alcaloïdes : il précipite par le réactif de Bouchardat, par l'acide picrique, les acides phosphotungstique et molybdique.

C'est une base ; son chlorhydrate est facilement soluble dans l'eau et donne une chloro-aurate peu soluble qui fond à 103°.

De tous les essais réunis faits sur environ 4 molécules-grammes de nitrile, je n'ai obtenu que 1,2 gr. de ce produit ; il m'a donc été impossible de l'étudier au point de vue de sa constitution.

Voici les données analytiques que j'ai pu recueillir :

Dosage d'azote (Dumas).

Substance.	Volume.	N %.
0gr1480	28,8 à 12° H = 753	22.94

Combustion.

Substance.	CO_2.	H_2O.	C %.	H %.
0gr1422	0,3766	0,0744	72.22	5.81.

(*) *Journ. Prakt. Chemie* (2), 52, 1895 et 78 (1908).

La cryoscopie dans le benzène a donné les résultats suivants :

Benzène : 23gr31.

Substance :	0gr1217	a = 0,235	M = 111.
	0gr1898	a = 0,34	M = 119.
	0gr2847	a = 0,51	M = 118.

Ce corps répond donc à la formule $C_7H_7N_2$; calculé

C %.	H %.	N %.	PM.
—	—	—	—
70.59	5.88	23.53	119

Jusqu'ici il m'a été impossible d'établir le bilan complet de la réaction de l'acétonitrile sur la combinaison organo-magnésienne.

Il serait d'ailleurs illusoire de vouloir se baser, pour l'établir, sur les poids des différentes substances obtenues après toutes les manipulations qu'elles ont subies.

Le produit principal, comme masse, obtenu dans la distillation du produit sirupeux, est certainement le corps C, c'est-à-dire la diméthyl-oxy-cyano-pyridine; comme il est très probable que celle-ci n'est qu'un produit de transformation du diacétonitrile, c'est donc celui-ci qui est le produit principal de la réaction.

C'est d'ailleurs ce dont j'ai pu me convaincre en l'extrayant du mélange sous forme de semi-carbazone.

L'extrait éthéré total d'une opération faite sur une molécule-gramme d'acétonitrile (soit 41 grammes) était de 29 grammes; il abandonne par essorage 1gr5 du produit A brut; 2 grammes du sirop restant ont été additionnés d'eau, six à huit fois son volume; il s'y dissout presque totalement, ce qui semble prouver que le corps C n'y préexiste plus : cette solution a été traitée par un excès de chlorhydrate de semi-carbazide en solution; j'obtenais ainsi 1gr9 de semi-carbazone brute, mais séchée à 100°.

Cette quantité correspond approximativement à 1gr1 de diacétonitrile; le rendement de cette opération était donc de

15 grammes de diacétonitrile. La même mesure a été faite sur trois extraits éthérés provenant de trois opérations différentes et a donné approximativement le même résultat. Mais, fait curieux, la semi-carbazone obtenue fondrait vers 225°; von Meyer (*) a observé que la semi-carbazone du diacétonitrile recristallisée au sein de l'eau fondait à 165°, mais qu'elle se solidifiait à température plus élevée pour fondre ensuite à 220°, et il explique ce phénomène par une transposition moléculaire.

Il est probable que, par dessiccation à 100°, cette modification s'est réalisée.

Puisque le diacétonitrile est le produit principal de la réaction, il était donc indispensable de l'isoler comme tel. C'est ce que j'ai essayé de faire en traitant l'extrait éthéré huileux par différents dissolvants, mais sans y parvenir. J'ai ensuite opéré par distillation dans le vide, en employant des extraits éthérés provenant de la décomposition de la combinaison azoto-bromo-magnésienne par l'eau seule, et séchés pendant une heure sur le carbonate potassique. Cette fois la distillation dans le vide a présenté une allure tout à fait différente; j'ai séparé le distillat en quatre fractions :

1° Une fraction de 30° à 70°; peu importante.
2° Une fraction de 70° à 180°; liquide visqueux.
3° Une fraction de 180° à 240°; liquide visqueux qui se solidifie partiellement.
4° Une fraction de 240° à 260°, qui se solidifie presque intégralement.

La première fraction a été rectifiée à la pression atmosphérique; la majeure partie passe vers 80° et est formée d'acétonitrile; quelques gouttes passent de 90°-150° et donnent une semi-carbazone, la semi-carbazone de la cyanacétone; la seconde fraction a été rectifiée dans le vide; la fraction principale qui passe de 160°-180° est le diacétonitrile; essoré et séché sur plaque poreuse il fond de 70°-77° : la majeure partie de 75°-77°. Recris-

(*) *Journ. Prakt. Chemie*, II, 78, 1908, p. 505.

tallisé dans le benzène, il fond de 67° à 78°; von Meyer (*) a montré que ce produit existe sous deux variétés : l'une, la variété α fus. à 81°; l'autre, la variété β, fus. à 49°; cette dernière est la plus stable et la variété α se transforme en la variété β sous l'action de la chaleur.

C'est ainsi que j'explique que le produit recristallisé du benzène, déjà plus riche en variété B, fonde plus bas. Mais pour m'assurer que j'avais entre les mains le diacétonitrile, j'en ai préparé le dérivé monobromé $C_4H_5BrN_2$ par l'action de l'hypobromite de sodium. Ce produit recristallisé du benzène fond à 123°-125°; von Meyer indique 123° (**).

C'est donc bien le diacétonitrile et celui-ci est le produit principal de la réaction.

C'est donc également ce produit que j'avais obtenu dans la première distillation et qui m'a fourni la semi-carbazone fus. à 164°.

Le liquide restant après avoir essoré le diacétonitrile a été redistillé à la pression atmosphérique et m'a finalement donné 3^{cc} d'un produit passant de 210°-220° que je n'ai pas encore pu étudier.

Je m'attendais à retrouver dans les troisième et quatrième fractions le produit C isolé dans la première distillation, c'est-à-dire la diméthyl-oxy-cyanopyridine. Mais ces fractions se différenciaient de celles obtenues dans la première distillation par leur température d'ébullition et elles m'ont fourni un autre produit que j'appellerai corps E.

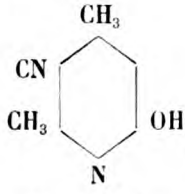
La partie solide que donnent ces deux fractions, essorée et séchée sur plaque poreuse, commence à fondre vers 150°, et à 165° la fusion n'est pas encore complète. J'ai essayé de la purifier par cristallisation dans l'eau bouillante sans cependant améliorer son point de fusion. Ce produit se sublime facilement

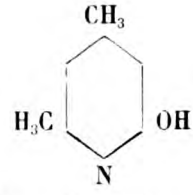
(*) *Journ. Prakt. Chemie*, (2), 52, 1895, 84.

(**) Von Meyer, *Journ. Prakt. Chemie*, (2), 52, 1895, p. 84.

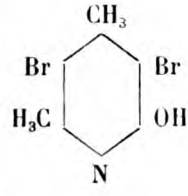
déjà bien au-dessous de son point de fusion en laissant un léger résidu; le produit sublimé fond plus nettement à 158°-160°. Il distille sans décomposition à la pression atmosphérique à 298°-300° (corrigé); le produit n'est pas insoluble dans l'eau froide, et l'addition de soude caustique en excès à sa solution le précipite sous forme de petites lamelles brillantes.

Ces caractères m'avaient d'abord fait considérer ce corps comme le ψ lutidostyrile, de constitution d'ailleurs très voisine de la diméthyl-oxy-cyanopyridine et qui aurait pu prendre naissance à ses dépens :





Ce produit, décrit d'abord par Hautsch (*), bout à la pression atmosphérique à 303°, il est facilement sublimable et sa solution aqueuse précipite par un excès de soude caustique. La voie la plus rapide pour l'identifier consistait à le traiter par le brome pour en faire le dérivé bibromé



décrit par Kerp (**). J'ai traité 1 gramme de ce produit en solution chloroformique par 2^{gr}6 de brome dans le même dissolvant; l'addition du brome précipite immédiatement un dérivé bromé; en fait c'est un bromhydrate du produit bromé et il reste un assez fort excès de brome.

(*) *Berichte*, 1884, 17, 2904.
(**) *Annalen*, 274, 280.

Le produit essoré se dissout aisément dans l'eau, d'où l'ammoniaque le précipite en éliminant en même temps l'excès de brome. Recristallisé dans l'alcool, dans lequel il est peu soluble, il se présente sous forme de longues aiguilles incolores fus. à 212°. Kerp indique comme point de fusion 235°. D'autre part, un dosage de brome par la méthode à la chaux montre bien que ce produit n'est pas le dibromo- ψ lutidostyrile; il renferme 33.9 % de brome, tandis que le dibromo- ψ lutidostyrile en renferme 56.9 %.

L'analyse du produit E distillé m'a d'ailleurs fourni des résultats qui ne correspondent pas à la formule du ψ lutidostyrile.

Voici les résultats analytiques :

Dosage d'azote (Dumas).

Substance.	Volume.	N %.
0gr1200	30,2 à 24° H = 757,5	28.29

Combustion.

Substance.	CO_2.	H_2O.	C %.	H %.
0gr2000	0,4756	0,1055	64.86	5.86.

Ces résultats correspondent à la formule $C_8H_9N_3$. von Meyer a obtenu ce produit aux dépens du diacétonitrile; il se forme dans toutes les conditions favorabes à l'élimination d'ammoniaque, pourvu que l'on opère en l'absence d'eau.

De nouveau ce produit existe sous deux variétés : l'une, obtenue le plus souvent, fond à 222°-223°; l'autre à 157°. C'est donc bien ce produit que j'ai obtenu; il provient de la condensation de deux molécules de diacétonitrile avec élimination d'une molécule d'ammoniaque et possède une constitution analogue à la diméthyl-oxy-cyanopyridine. C'est la 2.4 diméthyl- 6 amino- 3 cyanopyridine.

J'ai soigneusement recherché si dans cette réaction on n'obtient pas le produit normal de synthèse, dans ce cas l'acétone méthyl-éthylique.

Dans ce but l'éther d'extraction de toutes les opérations a été soigneusement rectifié, surtout la fraction, assez minime d'ailleurs, passant au delà de 40°; celle-ci renferme de l'alcool (on se souvient que quelques décompositions de l'organo-magnésien ont été faites par l'alcool d'abord) et une très faible quantité du nitrile. Aucune de ces fractions ne m'a fourni de semi-carbazone.

Pour élucider complètement le problème, je dois encore établir la constitution des deux corps A et D, opérations difficiles, vu les rendements extrêmement faibles en ces produits.

Je crois avoir établi sûrement que le produit principal de la réaction est le diacétonitrile qui, suivant les conditions opératoires, fournit soit la diméthyl-oxy-cyanopyridine (corps C), soit la diméthyl-amino-cyanopyridine (corps E).

Quoique ces résultats soient encore incomplets, je me suis décidé à les publier; plusieurs de mes élèves, qui étudient des réactions analogues, pourront ainsi continuer à l'aise leurs travaux. Peut-être aussi, dans l'un ou l'autre des cas étudiés, les produits correspondant aux corps A et D se formeront-ils en proportion plus avantageuse et pourra-t-on plus aisément étudier leur constitution.

Je continue d'ailleurs aussi l'étude de cette réaction.

On peut se demander quel est le mécanisme de cette réaction. L'acétonitrile se comporte incontestablement comme pseudo-acide, et réagit comme le formonitrile. La combinaison azoto-bromo-magnésienne doit donc être

$$CH_2 = C = N - MgBr,$$

et l'on peut formuler de la façon suivante le premier stade de la réaction principale :

$$CH_3 - CN \rightleftarrows CH_2 = C = NH$$

$$CH_2 = C = NH + Mg\begin{cases} Br \\ Alk \end{cases} \rightarrow AlkH + CH_2 = C = NMgBr.$$

Le second stade de la réaction serait une condensation du nitrile avec le composé azoto-bromo-magnésien; on trouve un argument pour cette manière de voir dans la marche du dégagement gazeux lors de l'addition du nitrile à la solution d'alkyle-bromure magnésien : les premières quantités ajoutées fournissent la quantité équimoléculaire d'hydrocarbure, mais à mesure que la quantité de combinaison azoto-bromo-magnésienne augmente, le nitrile réagit sur celle-ci d'après l'équation

$$CH_2 = C = N\,MgBr + CH_3CN \rightarrow CH_3 - \underset{\underset{N\,MgBr}{\|}}{C} - CH_2 - CN$$

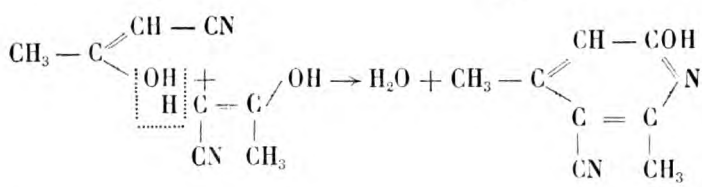
L'eau décomposerait ensuite ce produit en fournissant le diacétonitrile libre

$$CH - \underset{\underset{N\,MgBr}{\|}}{C} - CH_2 - CN + H_2O \rightarrow CH_3 - \underset{\underset{NH}{\|}}{C} - CH_2 - CN + MgBrOH.$$

Ultérieurement celui-ci subirait plusieurs transformations; en présence d'eau, la plus importante semble être sa transformation en 2.4 diméthyl- 6 oxy- 3 cyanopyridine

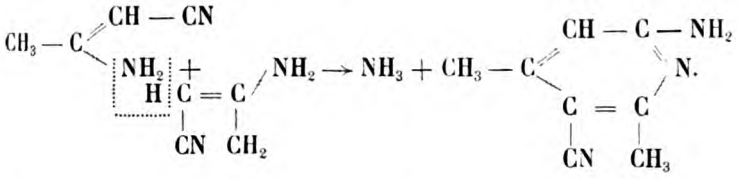
$$CH_3 - \underset{\underset{NH}{\|}}{C} - CH_2 - CN \rightleftarrows CH_3 - \underset{\underset{NH_2}{|}}{C} = CH - CN$$

$$CH_3 - \underset{\underset{NH_2}{|}}{C} = CH - CN + H_2O \rightarrow CH_3 - \underset{\underset{OH}{|}}{C} = CH - CN$$



et en faible quantité sa transformation en cyanacétone.

En l'absence d'eau, la modification la plus importante donne la 2.4 diméthyl- 6 amino- 3 cyanopyridine



La réaction, découverte par von Meyer, de condensation des nitriles sous l'action du sodium s'interpréterait alors par un mécanisme analogue :

$$CH_3CN \rightleftarrows CH_2 = C = NH$$

$$CH_2 = C = NH + Na \rightarrow CH_2 = C = N - Na + 1/2\,H_2$$

$$CH_2 = C = N - Na + CH_3CN \rightarrow CH_3 - \underset{\underset{N - Na}{\|}}{C} - CH_2 - CN$$

$$CH_3 - \underset{\underset{N - Na}{\|}}{C} - CH_2 - CN + H_2O \rightarrow CH_3 - \underset{\underset{NH}{\|}}{C} - CH_2 - CN + NaOH.$$

Louvain, Laboratoire de Chimie générale de l'Université.

Biologie. — **Contribution à l'étude des relations entre la structure des différentes parties de l'ovule et la nutrition générale de celui-ci avant et après la fécondation,**

par H. LONAY (1)
Chargé de cours à l'Université de Liége.

Au cours de recherches sur la genèse et l'anatomie du fruit et de la graine du *Polygonum aviculare* L. qui feront l'objet d'un mémoire plus étendu et qui comprendra la bibliographie du sujet, j'ai été frappé par certaines constatations en partie nouvelles pour la science dont les déductions originales me paraissent mériter de fixer l'attention.

L'ovule orthotrope adulte, c'est-à-dire prêt à être fécondé, présente, dans notre espèce, l'organisation typique des ovules bitégumentés (fig. 1) : deux téguments de deux assises de cellules chacun, la secondine dépassant la primine au sommet; un gros nucelle dont l'épiderme, recouvert d'une cuticule extérieure, se distingue par ses cellules à protoplasme dense et à noyau relativement volumineux, et un sac embryonnaire en forme d'entonnoir étroit intéressant presque toute la longueur du nucelle et comportant, suivant la règle, deux synergides et une cellule-œuf au sommet, un noyau secondaire au milieu, résultant de la fusion de deux des huit noyaux issus de la bipartition répétée du noyau de la cellule mère du sac, et trois antipodes à la base rétrécie, disposées à la suite les unes des autres.

Mais tandis que Strasburger, dans le *Polygonum divaricatum* L., et Souèges, dans le *Polygonum Persicaria* L., ont reconnu et que, moi-même, j'ai pu y vérifier l'existence, au sommet du nucelle, d'un prolongement étroit s'insinuant dans

(1) Présenté par M. Gravis.

l'endostome et pouvant même, dans la dernière espèce, pénétrer jusque dans l'intérieur du style, prolongement formé par le recloisonnement des cellules apicales de l'épiderme du nucelle, je n'ai pu constater rien de semblable dans le *P. aviculare*, dont l'épiderme du nucelle ne se recloisonne jamais au sommet.

Quant au noyau secondaire particulièrement volumineux dans notre espèce, j'ai été amené à l'interpréter autrement qu'on ne l'a fait jusqu'ici. Appliquant la technique habituelle de la coloration des noyaux, j'ai pu me convaincre que ce que l'on considère d'ordinaire comme le noyau secondaire comporte, en réalité, deux parties bien différentes. Ce sont les procédés de coloration par la safranine, par le violet de gentiane et surtout par la fuschine vert d'iode qui ont donné les meilleurs résultats. Par ce dernier moyen, j'ai toujours obtenu la coloration rouge pour le protoplasme du sac embryonnaire et vert bleuâtre pour les noyaux proprement dits, tant chez les synergides, l'œuf et les antipodes que dans le noyau secondaire; les nucléoles offraient une couleur violacée tendant plus ou moins vers le rouge, tandis que la région aréolaire qui entoure le noyau du sac et que l'on a toujours considérée comme une partie intégrante de ce noyau ne se comportait, dans la plupart des cas, pas autrement que les régions protoplasmiques des antipodes, par exemple, ou bien se colorait moins fortement en rouge; tout au plus pouvait-on y reconnaître des grumeaux colorés en violet bleuâtre; mais on en voyait de semblables dans le protoplasme des antipodes. Bref, cette région aréolaire du noyau secondaire offre des caractères parfaitement identiques à ceux du protoplasme des cellules antipodes. Je me suis donc cru autorisé à voir, dans ce que l'on a désigné sous le nom de noyau secondaire, une cellule délimitée au sein du protoplasme général du sac (protoplasme nourricier), tout comme le sont les antipodes, les synergides et l'œuf, cellule qui possède un protoplasme peu granuleux et un noyau de dimension au moins égale à celle des noyaux des antipodes et pourvu d'un gros nucléole.

Ne voulant pas créer de terme nouveau, je propose de donner à cette cellule le nom de *cellule secondaire*.

Une hypostase cupuliforme, nettement caractérisée, se développe à la base du nucelle, s'appuyant par ses bords aux épidermes de la secondine et du nucelle, un peu au-dessus du niveau des commissures tégumentaires. Elle intercepte, par conséquent, tout rapport direct entre le nucelle et la chalaze, laquelle ne peut donc communiquer librement qu'avec la primine. Cette hypostase est un tissu dont les parois cellulaires minces ont subi une espèce de sclérification légère qui les met à même de résister à l'activité digestive du sac embryonnaire.

Tous les auteurs qui ont reconnu l'existence de l'hypostase : Osterwalder, Huss, Van Tieghem, Souèges, etc., sont d'accord pour lui attribuer cette faculté de résistance. C'est même pour mettre obstacle aux envahissements du sac embryonnaire et de l'albumen qu'elle a sa raison d'être, d'après Van Tieghem.

D'ailleurs, cette hypostase n'est pas réfractaire aux échanges. Nous pouvons dire avec Souèges que des membranes légèrement lignifiées ne sont pas dénuées de propriétés osmotiques. Résistant elle-même à la digestion, l'hypostase permet aux matériaux nutritifs d'arriver au contact des antipodes. Ce rôle conducteur de l'hypostase a été admis par Souèges, Huss, Westermaier, M^lle^ Goldfluss, Osterwalder et d'autres. Dans le cas du *P. avicularc*, il est singulièrement facilité par la disposition en séries des cellules du centre de ce tissu.

En fait, celui-ci, dans l'ovule adulte, n'a pas encore pris tout le développement qui lui revient, et cela se conçoit, étant donné l'accroissement considérable auquel sera soumis plus tard l'ovule. L'accroissement ultérieur de l'hypostase sera même limité et, vers la fin de la croissance de l'ovule fécondé, elle sera suppléée dans son rôle isolateur, sur lequel nous aurons à revenir, par les cellules chalaziennes s'étendant sur son pourtour, qui finiront par perdre leur contenu et, partant, ne pourront plus jouer qu'un rôle passif.

Mais il y a lieu de retenir qu'on est généralement d'accord pour attribuer à l'hypostase la double fonction d'empêcher le passage des sucs digestifs et, à plus forte raison, des autres matériaux élaborés à l'intérieur du sac embryonnaire vers la chalaze et de permettre l'introduction, dans le sac, par l'intermédiaire des antipodes, des matériaux nutritifs amenés par les conduits libéro-ligneux qui s'irradient dans la chalaze (fig. 3).

* * *

L'acte de la fécondation, dans le *P. aviculare*, semble prendre un temps relativement considérable pour s'accomplir. J'ai pu me convaincre, par des expériences faciles à réaliser, que plus de sept jours s'écoulent depuis la pollinisation jusqu'à ce que l'œuf fécondé se cloisonne. Cela ne doit pas étonner outre mesure, puisqu'on a reconnu, selon Van Tieghem, que, pour beaucoup de plantes, sans partir de la pollinisation, mais de la fécondation de l'œuf, un délai de plusieurs semaines s'établit jusqu'à son premier cloisonnement. Dans les Chênes américains cet intervalle atteint un an!

Pendant ce temps, l'ovule fécondé subit un accroissement considérable pouvant atteindre une proportion de 2.5.

La formation de l'albumen est en avance sur le développement de l'embryon. C'est un cas assez fréquent dont témoignent de nombreuses recherches dans d'autres familles de plantes. Ce tissu est à cloisonnement tardif et pour ainsi dire simultané en direction centripète, ce qui détermine la disposition rayonnante des cellules dans une coupe transversale d'un akène presque mûr. Son développement n'offre, au début, rien qui ne soit conforme aux faits signalés par Strasburger et confirmé par d'autres auteurs. Il se distingue par là de l'albumen du Sarrasin étudié par Stevens, où une différenciation très nette ne tarde pas à se montrer en une région supérieure organisée en tissu et une région inférieure, comportant un tiers de la longueur du sac et qui constitue un polyplaste. Au cours du développement, cet

auteur a constaté que la partie cellulaire s'étend vers la base du sac embryonnaire, empiétant sur l'espace occupé par la portion polyplastique. « Cependant, ajoute-t-il, même dans le fruit mûr, la région chalazienne présente toujours un espace contenant des restes de la portion basilaire non développée du sac embryonnaire », c'est-à-dire, si je saisis bien, de la portion polyplastique.

Il est remarquable que, dans deux espèces aussi voisines, la graine arrive à la même constitution définitive par des voies si différentes !

Dans notre espèce, en effet, tout le polyplaste albuminique se prend en tissu vers le moment où l'ovule atteint les deux tiers de sa croissance et où l'embryon, encore sphérique, a 0,08 millimètre de diamètre, et il y a lieu même d'ajouter que la portion de l'albumen, voisine de la chalaze, à cause évidemment de l'étroitesse de l'espace dont elle dispose, constitue un corps cellulaire massif bien avant que la cavité de la partie médiane ne soit comblée. Mais ceci fait, les cellules ne tardent pas à former de l'amidon ; c'est vers le moment où l'embryon déploie ses cotylédons (fig. 3), mais où également, depuis quelque temps même déjà, les cellules de la partie chalazienne de l'albumen sont le siège de phénomènes particuliers : Jamais ces cellules ne renferment des grains d'amidon ; elles restent toujours claires ; mais les cellules qui les suivent sont les premières à en former et cette transformation se poursuit ainsi de loin en loin jusqu'à l'autre bout micropylaire de l'albumen.

Par la suite, les cellules restées claires, lorsque toutes les autres sont complètement remplies d'amidon et que la graine a presque cessé de croître, se vident, leurs cloisons se résorbent et elles laissent une cavité dans laquelle les cotylédons viennent loger la plus grande partie de leur masse. Ces phénomènes sont évidemment liés à ceux de la nutrition générale de l'ovule et de ses constituants. En effet, les cellules claires de l'albumen servent d'entrepôt à des substances ternaires dissoutes. La liqueur de Fehling m'ayant donné constamment des résultats négatifs

ainsi que l'iode, j'ai été porté à croire que ces substances devaient être non des glucoses ni des saccharoses, mais des polysaccharides autres que l'amidon. A quoi servent ces substances? Évidemment à fournir aux autres cellules de l'albumen les matériaux nécessaires à leur croissance et à la formation de l'amidon. Elles ne profitent pas directement à l'embryon. D'où proviennent-elles? C'est le moment de parler des antipodes.

*
* *

Évitant d'envisager la grande diversité qu'offrent les Angiospermes quant à la présence et au nombre des antipodes, je me bornerai à comparer mes observations avec celles qui présentent certaines analogies ou des faits de nature à étayer mes déductions sur la fonction de ces organes.

Rappelons-nous que les trois antipodes du *P. aviculare* se disposent à la suite les unes des autres. Au moment de la fécondation, la supérieure surtout commence à augmenter de volume ainsi que son noyau. Celui-ci se fragmente dès que se produisent les premières cloisons dans l'albumen. L'augmentation de volume et la fragmentation répétée du noyau de cette antipode atteignent leur paroxysme au moment de l'apparition de l'amidon dans les cellules de l'albumen; elle a alors la forme d'une ampoule de 130 μ de diamètre et renferme une trentaine de noyaux.

Il existe assez bien d'exemples d'antipodes prenant un grand développement. Dans la plupart des cas signalés, fréquents surtout chez les Renonculacées, toutes les antipodes sont frappées de gigantisme, et l'on se rappellera celui devenu classique de l'*Aconitum Napellus* décrit par Osterwalder. Ailleurs une seule antipode manifeste de l'activité; tantôt c'est la supérieure, comme dans l'objet de notre étude et selon Lloyd dans plusieurs Rubiacées; tantôt ce peut être l'inférieure qui fonctionne alors d'une autre manière. Parfois aussi les antipodes deviennent nombreuses ou peuvent même former un tissu au fond du sac embryonnaire.

Devant ces constatations, on s'est demandé quelle signification il fallait assigner aux antipodes, et l'on en est généralement revenu de l'opinion que ces organes ne jouent qu'un rôle accessoire. Cependant l'accord est loin d'être établi sur la manière dont l'intervention des antipodes dans les phénomènes de la nutrition du sac embryonnaire et de l'albumen peut être interprétée.

C'est Westermaier qui a amorcé la question; après lui, Mlle Goldfluss l'a reprise à propos des Composées; Ikeda s'en occupe chez les Liliacées et Soueges chez les Renonculacées. Mais ce sont Lötscher et Huss qui embrassent le sujet avec le plus d'ampleur. Ce dernier, après avoir fait un résumé historique complet des connaissances acquises à ce point de vue et exposé ses recherches dans les familles des Renonculacées, Berbéridacées et Papavéracées, discute les hypothèses émises par ses prédécesseurs. Il en arrive à la conclusion simpliste et presque négative que les antipodes ne servent que de relai aux substances passant de la chalaze dans le sac embryonnaire et qu'elles s'approprient une partie de ces substances pour leur propre accroissement. Il n'y a aucun argument, dit-il pour terminer, qui permette de leur attribuer une fonction de résorption, d'élaboration, d'absorption ou de sécrétion en faveur du contenu du sac embryonnaire.

Il m'est difficile d'accepter cette manière de voir, et j'incline plutôt à penser que, dans des cas comme celui que j'ai traité, les antipodes sont des organes sécréteurs destinés à transformer les matériaux nutritifs amenés par les tissus conducteurs de la chalaze en substances utilisables par le sac embryonnaire d'abord et par l'albumen plus tard. Ce sont les diastases qu'elles sécrètent qui maintiennent à l'état de dissolution le contenu des trois assises de cellules claires d'albumen qui leur font suite. L'argumentation soutenue par Soueges au sujet des antipodes des Clématites me paraît parfaitement fondée et applicable à notre espèce.

D'un autre côté, d'après Soueges, la formation de vacuoles

accuse des signes de dégénérescence; celle-ci débuterait assez tôt dans notre objet, avant même que la cavité de l'albumen soit comblée; et c'est cependant à partir de ce moment que l'activité de notre antipode se manifeste le plus. Je ne crois pas que, dans ce cas, la formation d'une vacuole soit un signe de dégénérescence, pas plus que la fragmentation des noyaux. L'antipode ne commence à dégénérer que lorsqu'elle a mis en train, pour ainsi dire, la formation de l'amidon et de la couche protéique de l'albumen dont il sera question bientôt. Dès lors, son activité se ralentit et ne cesse que lorsque la graine a fini sa croissance. Chez le *P. aviculare*, l'antipode n'est pas englobée par l'albumen pendant ce processus de dégénérescence, comme c'est le cas dans la Clématite; mais elle est repoussée contre la chalaze et elle détermine la formation, sous l'albumen, d'un espace qui en contient les restes, et, en définitive, la graine présente la même constitution, à part l'embryon, que celle que Stevens décrit pour le Sarrasin et que nous avons signalée plus haut. Mais Stevens ne fait aucune mention des antipodes. Il n'attache aucune attention à leur développement. Il se pourrait, dès lors, que ce qu'il a pris pour la région inférieure polyplastique de l'albumen ne fût en réalité que l'antipode supérieure fortement développée.

Cependant d'autres exemples d'albumens débutant dans leur évolution par la formation de deux chambres dont la supérieure devient un tissu, tandis que l'inférieure reste uninucléée ou plurinucléée, tout en prenant un certain accroissement, ont été mis au jour par Coulter et Chamberlain, qui reproduisent dans leur ouvrage un dessin de Schaffner, évoquant puissamment un des stades de la formation de l'albumen de notre Renouée, et il semble que, dans la plupart des cas, la chambre inférieure de l'albumen remplit le rôle que j'ai assigné aux antipodes de *P. aviculare*.

Tous ces résultats des observations qui précèdent tendent à faire admettre que dans l'ovule fécondé se développe un

organe d'origine antipodiale ou albuminique voué à une fonction digestive ou sécrétrice en faveur du contenu du sac embryonnaire ou de l'albumen.

* * *

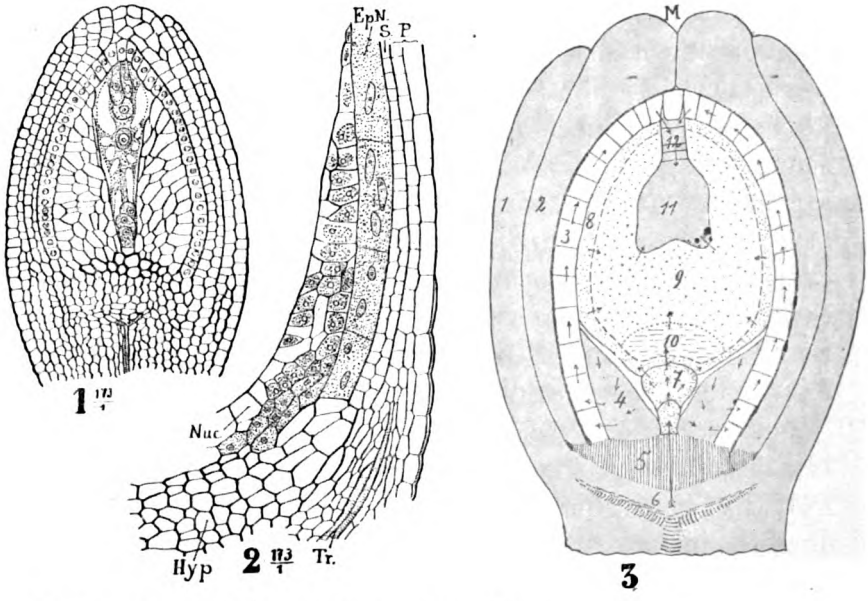


FIG. 1. — Coupe longitudinale dans un ovule adulte.

FIG. 2. — Portion d'une coupe longitudinale d'une graine peu de temps avant la maturité, montrant une moitié de la région chalazienne. On y voit de gauche à droite 1° un reste de nucelle (*Nuc*) en voie de résorption; 2° l'Ep. N. à cellules multinucléées; 3° la Secondine (*S*) réduite à une assise; 4° la Primine (*P*) à deux assises de cellules, et 5° à la base une portion de l'hypostase (*Hyp*). *Tr* = trachées.

FIG. 3. — Schéma représentant un ovule après la fécondation et destiné à montrer les sens des courants osmotiques. *1* = Primine; *2* = Secondine; *3* = Épiderme du nucelle; *4* = Restes du parenchyme nucellaire en résorption; *5* = Hypostase; *6* = Chalaze comprenant les branches divergentes terminales du faisceau libéro-ligneux; *7* = Antipodes; *8* = Couche protéique de l'albumen; *9* = Portion amylifère de l'albumen; *10* = Portion à cellules à contenu clair de l'albumen; *11* = Embryon proprement dit; *12* = Suspenseur; *M* = Micropyle.

Nous avons vu que les premières cloisons se manifestent à la périphérie de l'albumen quand l'embryon, mesurant près de $0^{mm}08$, avait déjà pris un certain développement. L'assise

cellulaire qui en résulte se recloisonne tangentiellement pour former, en direction centripète, le tissu de l'albumen; puis elle constitue finalement une couche de deux ou trois assises de cellules à contenu protéique et ce, au moment où l'amidon apparaît dans les cellules sous-jacentes et où l'antipode commence à dégénérer. On peut admettre, avec Souèges, que cette couche se différencie en couche digestive et que ses cellules héritent de la fonction de l'antipode, *telle que j'ai envisagé cette fonction jusqu'ici.*

J'ajoute ces mots en les soulignant, parce que Souèges soutient que les antipodes fournissent au sac embryonnaire les substances diastasiques dont il a besoin pour digérer le nucelle. Cela équivaut à dire que les cellules de la couche digestive continuent de digérer le nucelle. Mais il n'en reste presque plus rien quand cette couche se différencie! Et puis le nucelle ne commence-t-il pas à se résorber bien avant que les antipodes soient constituées? Évidemment, cette hypothèse de la digestion du nucelle par le sac aidé des antipodes est très séduisante, d'autant plus qu'elle est défendue avec beaucoup de talent par son auteur. Mais il convient plutôt d'admettre que l'assise externe de l'albumen, qu'avec Guignard nous appellerons *assise protéique*, n'exerce sa fonction digestive que vis-à-vis de l'albumen seulement, comme les expériences de Haberlandt l'ont montré et comme l'admet également Guignard.

Certes, l'objection tirée de ce que le nucelle commence à se résorber bien avant que les antipodes soient constituées peut tourner en faveur de l'hypothèse de Souèges, en ce sens que le nucelle ne commence à se résorber que lorsque la cellule mère du sac a fini par supplanter ses sœurs; qu'on ne peut concevoir qu'il ne se résorbe qu'en faveur de cette cellule mère; que celle-ci, ancêtre des antipodes, contient ces dernières et leurs propriétés en puissance; qu'elle est donc capable de digérer le nucelle en sécrétant elle-même des diastases. Ceci est un peu hasardé, mais admettons-le. Mais alors, ces diastases auraient pu agir directe-

ment sur les cellules sœurs qui n'étaient limitées que par des cloisons facilement gélifiables, mais non sur les cloisons cellulosiques des cellules du nucelle voisines. Il semble bien, en effet, que la disposition en éventail ou en jet d'eau de ces cellules soit en relation avec le sens des courants osmotiques qui les traversent et que ces courants se produisent dans un sens longitudinal. Ils doivent donc se diriger vers la base du nucelle, vers la région chalazienne. Mais avant que, dans la cellule mère, s'instituent les phénomènes avant-coureurs de la division du noyau, on voit s'établir le groupe de cellules dont l'hypostase tire son origine. Il est légitime d'admettre que ces cellules présentent également déjà, en puissance, les propriétés caractéristiques de l'appareil dont elles préparent la naissance. Elles doivent donc faire obstacle au courant osmotique du nucelle, et celui-ci sera dévié vers la commissure tégumentaire, où il rencontrera les cellules de la base de l'épiderme du nucelle dans lequel il s'engagera.

Mon hypothèse se justifie encore davantage dans la suite du développement. A mesure que le sac embryonnaire et, après lui, l'albumen et l'embryon se différencient, le nucelle se résorbe de haut en bas, cellule par cellule. Les produits de cette résorption se dirigent vers le bas de l'épiderme du nucelle, ainsi qu'il résulte manifestement de l'examen de la figure 2. Ils n'entrent pas directement dans le sac embryonnaire ni dans les cellules de la couche digestive de l'albumen. Ceux-ci reçoivent en quantité suffisante les matériaux dont ils ont besoin de la chalaze par l'intermédiaire des antipodes.

Si j'admets que la couche protéique ou digestive de l'albumen hérite de la fonction de l'antipode, c'est que je considère que cette fonction consiste surtout à sécréter les diastases nécessaires pour digérer l'albumen sur le passage de l'embryon. Plusieurs circonstances militent en faveur de cette manière de voir. On sait déjà que les diastases, sécrétées par l'antipode et par l'assise de cellules de l'albumen qui la touche et qui n'est qu'une partie

de l'assise protéique, entretiennent à l'état de dissolution le contenu des trois assises de cellules de l'albumen qui sont à la base de ce dernier. Les cellules de l'assise protéique situées plus haut agissent plus tard de même à l'égard des cellules d'albumen amylifères sous-jacentes, dans la région que doit occuper l'embryon, tout le long d'une des arêtes de la graine. De ce côté, en effet, la couche protéique est plus épaisse; elle comporte quatre ou cinq assises de cellules; celles-ci sont le siège d'une grande activité amenant la dissolution du contenu des cellules amylifères sous-jacentes, au fur et à mesure que l'embryon s'en approche. Partout ailleurs, l'assise protéique est simple, parfois double, latente dans son action digestive, qui ne se manifeste avec intensité que lors du phénomène de la germination.

Il résulte de ce qui précède que le développement de l'embryon, le long d'une des arêtes de la graine, et la courbure des cotylédons à la base de l'albumen sont déterminés par l'action digestive sur l'albumen des cellules de la couche protéique et de l'antipode. Celles-ci creusent, en somme, dans l'albumen, par ailleurs solide, un lit dans lequel l'embryon peut s'étendre sans rencontrer d'obstacle. On peut donc dire, avec Hannig, que la courbure des cotylédons a lieu par des causes purement mécaniques, par suite des obstacles qu'ils rencontrent de la part de l'albumen solide d'un côté et de la couche périphérique de l'albumen de l'autre. Mais Hannig a tout à fait méconnu le rôle de l'assise protéique chez les Crucifères, que Guignard a cependant mis en lumière.

En résumé, l'antipode et l'assise, ou plutôt la couche protéique de l'albumen, n'exercent leur fonction digestive que sur les cellules de l'albumen et n'ont aucune action sur celles du parenchyme nucellaire.

*
* *

Ces dernières ont affaire avec l'épiderme du nucelle, sur l'aspect et le rôle physiologique duquel mon attention a été vivement attirée.

La notion d'épiderme du nucelle peut s'appliquer déjà à l'assise cellulaire qui revêt le mamelon ovulaire non encore différencié en nucelle et en téguments, car dès que ces derniers se forment à la base de ce mamelon, la partie supérieure de celui-ci a droit au nom de nucelle, bien qu'elle n'ait guère subi de changements.

Cet épiderme du nucelle, que nous désignerons par l'abréviation *Ep. N.*, se caractérise d'ailleurs de bonne heure, vers le moment où le canal micropylaire se forme, et ce en présentant des cellules à contenu dense, à noyau sphérique, volumineux et qui au moment de l'anthèse sont plus grandes que toutes celles des téguments (fig. 1). L'*Ep. N.* reste simple au sommet. Le tube pollinique, pour pénétrer dans le sac embryonnaire, se fraie un passage entre les deux cellules qui se trouvent en face du micropyle. Plus tard, il ne reste plus guère de trace de cette pénétration; mais aussitôt après celle-ci, on remarque que le contenu des cellules de l'*Ep. N.* devient plus granuleux et plus dense encore qu'auparavant. Cette assise est la seule du nucelle qui persiste dans la moitié supérieure de ce dernier. Il convient de noter que, dès ce stade, le parenchyme nucellaire est isolé de la chalaze par l'hypostase agrandie et qu'il n'a plus de rapports possibles qu'avec l'*Ep. N.*, qui, lui, reste en contact avec la chalaze pendant un certain temps encore. L'embryon qui se forme plus tard se différencie en un embryon proprement dit et en un suspenseur dont la cellule supérieure s'insinue en crampon entre les cellules du sommet de l'*Ep. N.*, (fig. 3). C'est à partir de ce moment que l'aspect et le rôle de cette assise deviennent surtout caractéristiques : sauf dans la région voisine du sommet, les cellules deviennent larges et grandes; leur protoplasme est très dense et finement granuleux; leurs noyaux s'allongent en forme de boudin dans le sens longitudinal et ils se fragmentent; leurs cloisons transversales deviennent très minces; il en est de même des parois internes chez les cellules de l'*Ep. N.* approchant de la base; celles-ci, généralement plus grandes, restent manifes-

tement en continuité osmotique avec les cellules du parenchyme nucellaire contiguës (fig. 2) et elles ne le sont qu'avec celles-là; car partout ailleurs elles sont en contact soit avec des cellules physiologiquement inactives, soit avec des cellules de l'épiderme interne de la secondine, dont elles sont séparées par une cuticule. Quant aux deux ou trois étages de cellules de l'*Ep. N.* voisines des antipodes, elles se vident de plus en plus et finissent par former avec les cellules de l'hypostase, vides elles-mêmes, une clôture qui intercepte toute communication de l'*Ep. N.* avec le dehors, puisque, plus haut, les cellules de cette assise ont la paroi externe cutinisée. Ces caractères vont en s'accentuant par la suite. A un stade plus avancé, les cellules de l'*Ep. N.* présentent même une striation très nette du protoplasme dans le sens longitudinal, indice de la direction générale des courants établis dans leur contenu cellulaire. Sous cet aspect, le protoplasme des cellules de l'*Ep. N.* prend une forme qui rappelle singulièrement les notions d'ergastoplasme ou de kinoplasme données par quelques auteurs.

Nous conclurons donc de ces faits que l'*Ep. N.* et le parenchyme nucellaire ne sont en rapports osmotiques qu'entre eux, à l'exclusion de tout autre tissu.

Toutes ces constatations nous forcent à admettre que, dès le début de la résorption du parenchyme nucellaire, les produits de cette résorption se rendent dans les cellules de la base de l'*Ep. N.* Celui-ci se charge de les conduire vers le sommet où ils sont transmis à l'appareil synergique d'abord et, plus tard, à l'embryon. Avant le développement de ses cotylédons, celui-ci ne tire et ne peut tirer toute sa subsistance que du parenchyme du nucelle par l'intermédiaire de l'*Ep. N.* (fig. 3). Ce dernier joue ce rôle activement jusqu'au moment même de la maturité de la graine; car après que les derniers restes du parenchyme nucellaire sont résorbés, lui-même vide ses cellules au profit de l'embryon. C'est lorsque les cellules de l'*Ep. N.* sont entièrement évacuées que l'accroissement de l'embryon s'arrête et que la graine passe à l'état de vie latente.

Il n'y a guère d'exemple jusqu'à présent, dans les autres familles de Plantes, d'un *Ep. N.* jouant un rôle aussi actif et aussi important que celui du *Polygonum aviculare* et probablement de toutes les Polygonacées, ou du moins ce rôle y a été méconnu. Stevens, en effet, a également été frappé, en étudiant le Sarrasin, de l'allure spéciale de l'*Ep. N.* dont il décrit le développement et les particularités cytologiques qui concordent parfaitement avec ce que j'ai constaté. Il lui attribue une fonction nutritive et l'assimile à ce que Coulter et Chamberlain appellent « nutritive jacket » ; mais il n'insiste pas davantage sur le point de savoir au profit de quelle partie de l'ovule l'*Ep. N.* fonctionne.

Toutefois Billings, dans plusieurs Plombaginées et dans certaines Géraniacées ; M^lle^ Rombach, dans les Crassulacées, et Mucke, dans d'autres plantes, signalent la remarquable régularité et la persistance de l'*Ep. N.*, mais ne lui attribuent aucune fonction digestive ou absorbante. Cependant, si, d'une part, comme le dit le premier de ces auteurs à propos des Plombaginées, « l'embryon, dans le cours de son développement, ne trouve guère sa subsistance que dans le nucelle » et si, d'autre part, comme tous trois l'ont observé, l'*Ep. N.* se résorbe de bas en haut, le sommet persistant jusqu'à la maturité, il y a lieu de penser que, là aussi, l'*Ep. N.* contribue au transport des matières nutritives nécessaires au suspenseur et à l'embryon.

Il n'est pas sans intérêt de rappeler ici que de nombreux chercheurs ont relevé l'existence dans l'ovule, au cours de son développement antérieur ou postérieur à la fécondation, d'une assise digestive appelée souvent « tapetum » ou « nutritive jacket » ou « columnar tissue », etc., dérivant d'une assise du tégument et de préférence de l'assise la plus interne, épiderme interne du tégument ou épiderme interne de la secondine, selon que le tégument est unique ou qu'il y en a deux. C'est le plus souvent le cas dans les ovules dont le nucelle tout entier est frappé d'une résorption précoce. Mais aucun de ces auteurs

n'indique clairement dans quel sens s'opère le transport des matériaux digérés par cette assise. L'un deux, M^lle^ Goldfluss, dit bien que les « cellules épithéliales » (autre nom encore donné aux cellules de l'assise digestive) ont pour fonction de digérer les couches internes de l'ovule au profit du sac embryonnaire et de son contenu et, plus loin, que c'est par l'intermédiaire des antipodes que les substances digestibles élaborées par l'ovule entrent dans le sac embryonnaire; mais n'y a-t-il pas lieu de considérer cette manière de présenter les choses comme trop générale et, dans les cas étudiés par ces auteurs, n'y aurait-il pas aussi une partie de ces substances qui emprunterait la voie de l'assise digestive pour se rendre vers l'embryon naissant? Les dessins qui accompagnent le mémoire de M^lle^ Goldfluss, tout schématiques ou incomplets vers le haut qu'ils sont, me font pencher pour l'affirmative.

On semble trop facilement admettre qu'en principe les apports de substances ne parviennent dans le sac embryonnaire que par la région antipodiale. Cependant, revélée par les recherches de M^me^ Balicka-Iwanowska, de Billings, de Burns, de Lang, etc., l'existence de suçoirs micropylaires en même temps que de suçoirs chalaziens dans les ovules fécondés de certaines familles de plantes (Campanulacées, Lobéliacées, Stylidacées, Lentibulariées, etc.) doit suffire pour indiquer que l'extrémité micropylaire ou, si l'on veut, synergique de l'ovule est aussi une voie de pénétration souvent employée par les substances nutritives destinées au sac embryonnaire ou à son contenu, l'embryon notamment.

*
* *

Bien que n'ayant pas en vue d'étudier d'une façon spéciale l'embryogénie du *P. aviculare*, j'ai été amené à suivre le développement de l'embryon à l'effet de déterminer ses rapports avec les parties voisines de l'ovule. A ce point de vue, il n'y a pas lieu ici de parler de son histogenèse; il en sera question

ailleurs. Qu'il nous suffise de noter que, jusqu'à l'apparition des cotylédons, l'embryon occupe une position axiale dans l'ovule; mais que, dès lors, il s'infléchit vers la périphérie de l'albumen, où il continue de s'allonger le long d'une des arêtes de la graine triquêtre, comme il a été dit plus haut. Lorsque les cotylédons ont atteint le niveau des cellules claires à la base de l'albumen, celles-ci se résorbent et les cotylédons, subissant une courbure à angle droit, s'engagent, en la remplissant, dans la cavité à laquelle cette résorption a donné lieu. En définitive, dans la graine mûre, l'embryon est latéral, arqué, longeant un des bords de la graine triquêtre, avec la plus grande partie des cotylédons brusquement pliée à angle plutôt aigu que droit à la base de l'albumen.

Mais au sujet du suspenseur, certaines particularités méritent d'être mises en relief. Au moment où l'embryon, sphérique encore, a 0,08 millimètre de diamètre, le suspenseur comporte quatre cellules : deux discoïdes sous l'embryon, une troisième plus vaste à grande vacuole et une quatrième cellule-crampon qui enfonce entre les cellules apicales de l'*Ep. N.* des prolongements diverticulés. Ces deux dernières semblent ne plus devoir se diviser. Cette faculté n'est laissée qu'aux deux cellules discoïdes. Toutes ces cellules ne se divisent jamais longitudinalement, bien qu'elles acquièrent une grande largeur. Ce suspenseur, qui — contrairement à ce qui se passe dans le *Polygonum Persicaria*, où il est rudimentaire d'après Soueges — finit par compter une dizaine de cellules, n'abandonne ses fonctions que lorsque l'embryon est presque complètement développé et que les cellules de l'*Ep. N.* sont à peu près vidées.

Je crois que ces fonctions ne consistent pas tant à pousser l'embryon au sein de l'albumen que d'assurer une voie d'accès, normale après tout, aux substances nutritives nécessaires à l'embryon pendant son développement. La constitution et le rôle de l'*Ep. N.* tels qu'ils ont été définis plus haut, le mode d'attache du suspenseur à l'*Ep. N.*, le protoplasme dense que contiennent

les cellules du suspenseur, la démarcation très nette entre l'embryon (surtout avant l'apparition des cotylédons) et les tissus de l'albumen dont l'assise limitrophe de l'embryon affecte l'aspect d'un véritable épithélium, sont autant de circonstances qui contribuent à nous éclairer sur le rôle du suspenseur. Jusqu'au stade indiqué entre parenthèses, il semble qu'aucun échange ne soit possible entre l'albumen et l'embryon. Mais il est hors de doute que celui-ci est en rapport osmotique avec l'*Ep. N.* par l'intermédiaire du suspenseur. La cellule basilaire, que j'ai appelée crampon, est aussi un véritable suçoir présentant une grande surface de contact avec les cellules de l'*Ep. N.*, dont elle reçoit plus facilement les matériaux nutritifs. Ceux-ci sont transmis à la grande cellule vacuoleuse qui suit et dans laquelle ils subissent probablement des transformations avant d'être envoyés à l'embryon. Ce n'est que lorsque les cotylédons ont déjà acquis un notable développement qu'on peut admettre qu'à cette nutrition par le suspenseur s'ajoute une nutrition cotylédonnaire aux dépens des substances de l'albumen, digérées par l'assise protéique et absorbées par l'épiderme des cotylédons, ainsi qu'il semble résulter des expériences instituées par Van Tieghem.

L'idée que le suspenseur sert au transport des matières nutritives vers l'embryon n'est pas neuve. Elle devait s'imposer à ceux qui voulaient établir des analogies entre le règne animal et le règne végétal. On peut considérer, en effet, le suspenseur comme une espèce de cordon ombilical. Un assez grand nombre de recherches, parmi lesquelles celles d'Endlicher et Unger, de Schacht, d'Hegelmaier, de Treub et de Guignard, entre autres, font autorité, attestent que, dans certains cas, comme notamment dans celui de beaucoup d'Orchidées, la fonction nutritive du suspenseur est réalisée à la faveur de la faculté qu'a cet organe de se développer au dehors du sac embryonnaire, du côté du micropyle, en une sorte de suçoir qui va explorer les tissus avoisinants et parfois même le placenta; qu'ailleurs, comme chez beaucoup de Légumineuses, le suspenseur devient très

épais, parfois même tuberculeux, et qu'alors le rôle d'appareil nutritif rempli par le suspenseur consiste surtout pour celui-ci à être un organe de dépôt.

Néanmoins, aucun de ces auteurs n'a établi les rapports qui peuvent exister entre la cellule basilaire du suspenseur et l'*Ep. N.* ou l'assise qui le remplace éventuellement. Il est vrai, je le répète, que le rôle de celui-ci a été absolument méconnu jusqu'à présent ainsi que, d'ailleurs, celui du suspenseur lui-même dans beaucoup d'autres travaux de spermatogenèse ou d'embryogénie végétale, qui, après un examen attentif, semblent être concluants à ce dernier égard. Une présomption encore en faveur de la fonction importante d'organe d'absorption que jouerait la cellule basilaire du suspenseur réside dans la longue persistance des suspenseurs chez lequels cette cellule est en relation avec une couche qui affecte les caractères d'un tissu digestif. Cette dernière manque, semble-t-il, dans les cas rarement signalés où l'embryon est dépourvu de suspenseur, comme on peut le voir par les travaux de Campbell pour l'*Aglaonema* et le *Spathicarpa*, d'Hegelmaier pour le *Pistia* et de Smith pour l'*Eriocaulon*.

Conclusions.

Dans l'exposé qui précède, j'ai été amené à donner des interprétations nouvelles sur la signification et le rôle à assigner à diverses parties constitutives de l'ovule du *P. aviculare*. Je crois utile de les résumer en quelques lignes :

L'ovule orthotrope du *P. aviculare* est formé de deux téguments et d'un gros nucelle dont l'épiderme prend de bonne heure des allures d'une couche à la fois digestive et conductrice. A l'état adulte, il comporte un sac embryonnaire en forme d'entonnoir étroit s'étendant suivant toute la longueur du nucelle et qui renferme deux synergides et un œuf au sommet, une cellule secondaire vers le milieu et trois antipodes à la suite les unes des autres dans sa base rétrécie.

Une hypostase cupuliforme existe dans la chalaze au niveau des commissures tégumentaires. Elle a pour but d'empêcher le passage des sucs digestifs et, à plus forte raison, des autres matériaux élaborés à l'intérieur du sac embryonnaire vers la chalaze et de permettre l'introduction dans le sac des matériaux nutritifs amenés par les conduits libéro-ligneux qui s'irradient dans la chalaze.

Après la fécondation, la formation de l'albumen est quelque peu en avance sur celle de l'embryon; en même temps, la supérieure des trois antipodes prend de très grandes dimensions, tandis que son noyau se fragmente un grand nombre de fois. Elle devient ainsi un organe — qui, dans d'autres cas étudiés par divers auteurs, trouverait son origine dans l'albumen lui-même — voué à une fonction digestive ou sécrétrice en faveur du contenu du sac embryonnaire ou de l'albumen.

L'albumen se cloisonne assez tardivement en direction centripète; il est amylacé avec, à la périphérie, une couche protéique de cellules généralement tabulaires et beaucoup plus petites que les autres cellules de l'albumen. Un petit groupe de celles-ci, au voisinage de l'antipode géante, ne forment jamais d'amidon, mais leur contenu reste toujours clair. Aux approches de la maturité, elles sont résorbées.

Les antipodes semblent d'abord destinées à transmettre au sac embryonnaire, en leur faisant subir des transformations chimiques, les matières nutritives à l'état de solution qui leur viennent de la chalaze à travers l'hypostase. Par la suite, l'antipode géante et, après elle, la couche protéique ont pour fonction surtout de sécréter les diastases nécessaires pour digérer l'albumen sur le passage de l'embryon.

Ce dernier est en rapport osmotique avec l'*Ep. N.* par l'intermédiaire du suspenseur; aucun échange osmotique ne paraît possible entre l'albumen et l'embryon, du moins tant que celui-ci n'a pas constitué complètement ses cotylédons.

D'autre part, l'*Ep. N.* et le parenchyme nucellaire ne sont en

rapports osmotiques qu'entre eux, à l'exclusion de tout autre tissu. L'action digestive de l'*Ep. N.* ne peut s'exercer que sur le parenchyme nucellaire, puisque cet *Ep. N.* est isolé des autres tissus, d'un côté par la cuticule dont il est recouvert extérieurement et, d'un autre côté, par l'hypostase aidée des cellules vides et inactives qui la prolongent. Cette action de l'*Ep. N.* suffit à la résorption progressive et totale du parenchyme nucellaire, dont les produits sont conduits par l'*Ep. N.* lui-même à l'embryon par l'intermédiaire du suspenseur.

Dans le cas qui nous occupe, il n'est donc pas exact de dire que l'albumen digère les parties du nucelle qui l'entourent, pas plus qu'on ne peut affirmer que, dans les premiers stades tout au moins de son développement, l'embryon digère l'albumen. Celui-ci s'édifie par les substances que lui amènent et lui préparent les antipodes, et tant qu'il n'est pas arrivé à sa conformation à peu près définitive, l'embryon n'en tire aucun profit. En attendant, ce dernier se nourrit des produits de la digestion du parenchyme nucellaire, digestion qui s'opère à l'intervention de l'*Ep. N.* De l'*Ep. N.*, ces produits sont amenés dans l'embryon par le suspenseur. Le rôle de ce dernier n'est donc pas simplement d'enfoncer l'embryon dans l'albumen, mais c'est surtout un organe d'absorption en faveur de l'embryon.

Afin de faire saisir clairement ma conception des phénomènes d'échanges de matières dans un ovule tel que celui du *P. aviculare*, je crois utile d'en donner un résumé dégagé de toute contingence, sous forme de tableau synoptique.

Dans ce tableau, on n'envisage que les circulations dans l'ovule *depuis la fécondation jusqu'à la maturité de la graine.*

On y reconnaît deux directions principales imprimées à ces circulations, chacune influencée diversement suivant deux périodes pour ainsi dire contemporaines deux à deux :

1° *a*) Circulation du NUCELLE vers l'embryon par l'*Ep. N.*

b) Plus tard, la même, plus circulation de l'ALBUMEN vers l'embryon par les *cotylédons.*

2° Circulation de la chalaze vers l'albumen.

a) Par le faisceau libéro-ligneux, l'hypostase et les antipodes.

b) Plus tard, par l'antipode et la couche protéique de l'albumen, qui digère en même temps l'albumen amylacé.

Le schéma de la figure 3 permet d'illustrer cette manière de concevoir les choses.

Qu'il me soit permis, pour terminer, d'insister sur ce que ces interprétations me paraissent susceptibles de s'étendre à de nombreux exemples étudiés par mes prédécesseurs et que, par le fait, il est probable qu'on pourra leur assigner une portée beaucoup plus générale. Tels sont notamment les faits relatifs au noyau secondaire du sac embryonnaire, que je considère comme une cellule, au même titre que les autres qui sont comprises dans le sac embryonnaire, aux antipodes, au nucelle et spécialement à l'*Ep. N.*, à l'assise protéique et au suspenseur, dont les rôles au point de vue de la nutrition générale de l'ovule et de ses constituants avant et après la fécondation ont été méconnus, et à l'embryon lui-même, dont j'estime l'existence, au sein de l'albumen avant la germination, beaucoup plus passive qu'on ne l'a cru.

Mes déductions heurteront, sans aucun doute, les théories en faveur chez la plupart des biologistes. Mais basées sur des observations et des expériences répétées, où les méthodes de la technique moderne ont été mises en œuvre, elles m'ont paru tellement évidentes que je crois faire chose utile de les mettre en lumière, avec l'espoir de les voir confirmées dans l'avenir.

Liége, Institut botanique, décembre 1921

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

—

Arctowski (*Henryk*). Agriculture and Landownership in Poland. New-York, 1921; extr. in-8° (pp. 161-171, fig.). [28.609.]

— The pleionian cycle of climatic fluctuations. Washington, 1916; extr. in-8° (6 p.). [28.610.]

— Volcanic Dust veils and climatic variations. New-York, 1915; extr. in-8° (pp. 149-174, fig.). [28.611.]

— Normal anomalies of the mean annual temperature variation. S/V., 1917; extr. in-8° (pp. 487-495, fig.). [28.612.]

— Normal anomalies of the mean annual temperature variation, S/V., extr. in-8° (pp. 402-409, fig.). [28.613.]

— About climatical variations, S/V., 1914; in-8° (pp. 305-315, fig.). [28.614.]

— The annual variation of atmospheric pressure in the united states. New-York, 1914; extr. in-8° (pp. 265-281, fig.).

— Kwestja soli potasowyck. W. polsce. Leopold, 1921; extr. in-8° (9 p.). [28.616.]

— Sur les variations des rapports entre facules et taches solaires. Paris, 1915; extr. in-4° (2 p.). [28.831.]

— De l'influence de Vénus sur la latitude héliographique moyenne de taches solaires. Paris, 1916; extr. in-4° (2 p.). [28.832.]

— Sur les fluctuations de la constante solaire. Paris, 1916; extr. in-8° (3 p.). [28.833.]

— Positions héliographiques des taches solaires et orages magnétiques. Paris, 1917; extr. in-4° (3 p.). [28.834.]

— Les variations de la latitude héliographique moyenne des taches solaires. Paris 1916; extr. in-4° (3 p.). [28.835.]

— Sur une corrélation entre les orages magnétiques et la pluie. Paris, 1917; extr. in-4° (3 p.). [28.836.]

Brachet (*A.*). Traité d'embryologie des vertébrés. Paris, 1921; gr. in-8° (601 p. fig.). [28.937.]

Conzatti (*Casiano*). Monographia del arbol de Santa Maria del Tule. Mexico, 1921; in-8° (57 p., fig.). [28.608.]

Leboucq (*H.*). Ch. Van Bambeke. Gand, 1921; in-8° (17 p., portr.). [28.607.]

Séance du samedi 4 février 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. A. Gravis, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, F. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. Rutot, Paul Stroobant, A. de Hemptinne, Victor Willem, E. Marchal, J. Bordet, L. Crismer, Ed. van Aubel, *membres;* A. Brachet, Th. De Donder, Paul Fourmarier, O. Dony, Dehalu, *correspondants;* G.-A. Boulenger, *associé*, et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Léon Fredericq, Pierre Nolf et G. Lecointe, membres.

M. le Directeur exprime les regrets de la Classe à l'annonce de la mort de M. C. Jordan, associé de la Section des sciences mathématiques et physiques.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts invite la Classe à dresser une liste double pour la formation du jury du Prix décennal des Sciences zoologiques (1912-1921).

L'Association des Ingénieurs électriciens sortis de l'Institut électrotechnique Montefiore (Liége) annonce que la période actuelle de concours de la Fondation Georges Montefiore est prolongée jusqu'au 31 avril 1923. Le prix, du montant de 21,000 francs, sera décerné au meilleur travail original (vulgarisation et compilations exclues) relatif aux applications de l'électricité dans tous les domaines.

La Société royale des Sciences médicales et naturelles annonce qu'elle s'est ralliée à l'unanimité à la décision de la Classe des

sciences de l'Académie de ne pas reprendre de relations avec les institutions allemandes.

L'Académie des Sciences, Arts et Lettres du Wisconsin adresse un exemplaire de la médaille frappée à l'occasion du cinquantenaire de sa fondation.

M. G. Lecointe prie la Classe de désigner un autre membre pour représenter l'Académie à l'Assemblée générale de l'Union astronomique internationale (mai 1922).

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Déodat Dolomieu, membre de l'Institut national, par A. Lacroix ;

Minéralogie de Madagascar, t. I, par A. Lacroix ;

La Vie, ce qu'il faut en savoir, par A. Rutot.

— Remerciements.

RAPPORTS.

De M. de la Vallée Poussin sur un mémoire de M. Boël : *Étude sur le mécanisme du vol naturel*. — Conformément aux conclusions du rapporteur, ce travail, qui n'est pas inédit, sera déposé aux archives.

De MM. Demoulin et De Donder sur un mémoire de M. Dejans : *La trajectoire d'un rayon lumineux dans un champ de gravitation à symétrie sphérique*. — Conformément aux conclusions des rapporteurs, le travail sera imprimé dans les *Mémoires* in-8°.

JURY DU PRIX DÉCENNAL DES SCIENCES ZOOLOGIQUES (1912-1921).

La Classe désigne dix noms pour la formation de ce jury.

UNION ASTRONOMIQUE INTERNATIONALE.

M. P. Stroobant est désigné pour remplacer M. G. Lecointe comme délégué à l'Assemblée générale de mai 1922.

PRIX JOSEPH SCHEPKENS (BOTANIQUE APPLIQUÉE).

M. J. Schepkens, à Gembloux, offre à l'Académie un capital de 20,000 francs, dont les revenus seront consacrés à encourager les travaux de botanique relatifs aux plantes cultivées et à leur amélioration.

La Classe vote des remerciements à M. J. Schepkens, ainsi qu'à M. Marchal, qui a été l'intermédiaire entre le généreux donateur et l'Académie. — L'autorisation d'accepter la donation sera demandée au Gouvernement. Le règlement du Prix Joseph Schepkens sera adopté dans une prochaine séance.

TRAVAIL SOUMIS A L'EXAMEN DE LA CLASSE.

Établissement d'une formule exacte du pendule, et méthode nouvelle de mesure de l'accélération due à la pesanteur, par J. van den Bossche. — Renvoi à M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

M. E. van Aubel annonce que le Conseil de perfectionnement de l'Enseignement supérieur examine la réforme des doctorats. Il demande que la Classe s'occupe de la question, en vue d'élaborer un projet de revision des programmes.

Après une discussion, à laquelle ont pris part MM. Bordet, van Aubel, Stroobant, Swarts, Gravis, Demoulin et Willem, la Classe décide de porter la question à l'ordre du jour de la prochaine séance et nomme pour lui faire rapport à ce sujet une Commission formée de MM. van Aubel, Cesàro, de la Vallée Poussin, Gravis, Lohest, Stroobant, Swarts et Willem.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Géométrie. — **Sur la Géométrie du Tétraèdre**

(Troisième communication),

par Clément SERVAIS, membre de l'Académie.

La surface cubique de Cayley.

1. La sphère (P) définie par les projections orthogonales d'un point P sur les faces d'un tétraèdre ABCD est la *sphère podaire* de ce point relativement au tétraèdre. Elle est la sphère principale de la quadrique de révolution inscrite au tétraèdre ABCD et ayant pour foyer singulier le point P. La sphère podaire du second foyer singulier P′ est identique à (P). Ces points P et P′ sont *conjugués isogonaux* relativement au tétraèdre ABCD (*).

La surface cubique de Cayley, quelquefois appelée surface cubique de Simson, est le lieu des foyers singuliers des paraboloïdes de révolution inscrits au tétraèdre ABCD. Les projections orthogonales d'un point P de la surface de Cayley sur les faces du tétraèdre ABCD sont situées dans un même plan : *le plan de Simson du point* P (**).

2. Un point P d'une droite d est déterminé par son rapport de section λ, relatif à deux origines choisies (x', y', z'), (x'', y'', z''). La projection orthogonale P_1 du point P sur la

(*) J. Neuberg, *Mémoire sur le Tétraèdre*. (Mémoires in-8° de l'Académie royale de Belgique, t. XXXVII, 1884, pp. 10-14.)

(**) J. Neuberg, *Sur la Géométrie du Tétraèdre*. (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 1909, pp. 7-9.)

face α du tétraèdre ABCD a pour coordonnées cartésiennes rectangulaires

$$\frac{\alpha_1}{1+\lambda}, \qquad \frac{\alpha_2}{1+\lambda}, \qquad \frac{\alpha_3}{1+\lambda},$$

α_1, α_2, α_3 étant des fonctions linéaires du paramètre λ. La sphère podaire du point P a pour équation homogène

$$\begin{vmatrix} (1+\lambda)^2(x^2+y^2+z^2) & (1+\lambda)xu & (1+\lambda)yu & (1+\lambda)zu & u^2 \\ \alpha_1^2+\alpha_2^2+\alpha_3^2 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & 1 \\ \beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & 1 \\ \gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & 1 \\ \delta_1^2+\delta_2^2+\delta_3^2 & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

La signification des lettres β, γ, δ est analogue à celle des lettres α.

L'équation développée est

$$(x^2+y^2+z^2)(1+\lambda)^2 f(\lambda) \qquad (1)$$
$$+xu(1+\lambda)\varphi\lambda + yu(1+\lambda)\psi(\lambda) + zu(1+\lambda)\chi(\lambda) + u^2 F(\lambda) = 0.$$

Lorsque le point P s'éloigne indéfiniment sur la droite d, la sphère podaire (P), qui est aussi celle du conjugué isogonal de P relativement au tétraèdre ABCD, a pour limite un système de deux plans : le plan à l'infini et le plan de Simson du conjugué isogonal du point à l'infini de la droite d.

On conclut de cette remarque que le polynôme $F(\lambda)$ est nécessairement divisible par $(1+\lambda)$, sinon l'équation (1) à la limite donnerait

$$u^2 = 0.$$

REMARQUE. — Si l'on fait $\lambda = -1$ dans les valeurs de α_1, α_2, α_3, on a

$$\alpha_1^2+\alpha_2^2+\alpha_3^2 = (x'-x'')\alpha_1 + (y'-y'')\alpha_2 + (z'-z'')\alpha_3.$$

Cette égalité et ses analogues montrent que le déterminant $F(\lambda)$ s'annule pour $\lambda = -1$; il est donc divisible par $(1+\lambda)$.

3. L'équation (1) après division par $1 + \lambda$ est du quatrième degré relativement au paramètre λ. La condition d'orthogonalité de la sphère (P) et d'une sphère donnée, linéaire par rapport aux coefficients des équations de ces surfaces, est aussi du quatrième degré par rapport au paramètre λ. La droite *d* coupe les faces du tétraèdre ABCD aux points A', B', C', D' dont les sphères podaires sont celles décrites sur les segments AA', BB', CC', DD' comme diamètres. Ces sphères ont même axe radical (théorème de Serret). Cet axe coupe le plan radical des sphères (AA') et (P) en un point ω, centre d'une sphère (ω) qui coupe orthogonalement les sphères podaires des cinq points A', B', C', D', P de la droite *d*. La condition d'orthogonalité de cette sphère (ω) et d'une sphère podaire d'un point de la droite *d* est donc satisfaite pour cinq valeurs du paramètre λ et, par suite, pour toute valeur de ce paramètre. Il en résulte que

Les sphères podaires des points P *d'une droite* d *donnée relativement à un tétraèdre* ABCD *coupent orthogonalement une même sphère* (ω).

Le lieu des conjugués isogonaux P' des points P de la droite *d* est une cubique gauche circonscrite au tétraèdre ABCD; donc

Les sphères podaires des points d'une cubique gauche circonscrite au tétraèdre ABCD *coupent orthogonalement une même sphère* (*).

4. Si la cubique gauche appartient à la surface de Cayley, la droite *d* conjuguée isogonale de cette courbe est à l'infini. Soient P un point de la cubique; P' son conjugué isogonal situé sur *d*; S le pôle de *d* relativement au cercle imaginaire à l'infini.

(*) Les propriétés analogues dans la Géométrie du triangle sont dues à T. Lemoyne, *Nouvelles Annales de Mathématiques* (4), IV, 1904, p. 400.

J. Neuberg, *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, juillet-août 1910.

E. Liénard, *Mathesis*, 1912, p. 238; 1914, p. 35.

P. de Lepiney, *Mathesis*, 1914, p. 177.

Le plan de Simson du point P normal à la droite PP′ passe par le point fixe S ; donc

Les plans de Simson des points d'une cubique gauche de la surface cubique de Cayley circonscrite au tétraèdre ABCD *sont parallèles à une même droite.*

5. La surface cubique de Cayley est rencontrée par la droite *d* (2) en trois points M ; le plan de Simson de l'un quelconque de ces points coupe orthogonalement la sphère (ω) (3) ; par suite,

Le centre de la sphère (ω) (3) *est à l'intersection des trois plans de Simson relatifs aux points de la surface cubique de Cayley situés sur la droite* d.

La considération de la sphère podaire dégénérée du point à l'infini de la droite *d* (2) établit que

Le plan mené par le centre de la sphère (ω) *normalement à la droite* d *est le plan de Simson du conjugué isogonal du point à l'infini de cette droite.*

6. Les coordonnées du centre C_p de la sphère podaire du point P sont (2)

$$2x = -\frac{\varphi(\lambda)}{(1+\lambda)f(\lambda)}, \quad 2y = -\frac{\psi(\lambda)}{(1+\lambda)f(\lambda)}, \quad 2z = -\frac{\chi(\lambda)}{(1+\lambda)f(\lambda)}.$$

Ce sont les équations paramétriques d'une courbe gauche rationnelle du quatrième ordre ; par conséquent,

Le lieu des centres C_p *des sphères podaires des points de la droite* d *est, en général, une biquadratique gauche de seconde espèce* (C_p). *Les ponctuelles* (P) *et* (C_p) *dont les supports sont la droite* d *et la biquadratique sont rapportées projectivement.*

Un point P de la droite *d* et le centre C_p de la sphère podaire (P) sont deux points homologues.

Les sphères podaires des points de la droite d *sont bitangentes à une même cyclide ; la sphère* (ω) *est la directrice ; la quadrique circonscrite à la courbe* (C_p) *est la déférente.*

Si la droite *d* joint deux points conjugués isogonaux P, P' relativement au tétraèdre ABCD, le centre de la sphère podaire commune à ces deux points est un point double de la courbe C_p. Cette biquadratique est alors de première espèce.

7. Les quaternes de points coplanaires (C_l, C_m, C_n, C_p) de la biquadratique (C_p) forment une involution du quatrième ordre et du troisième rang. Les points C_l, C_m, C_n, C_p d'un même quaterne sont les centres des sphères podaires des points L, M, N, P de la droite *d*. Ces quatre sphères ont même axe radical : la perpendiculaire abaissée du centre de la sphère ω (3) sur le plan $C_l C_m C_n C_p$; donc (6)

Il existe sur la droite d *une involution du quatrième ordre et du troisième rang, telle que les sphères podaires de quatre points conjugués de cette involution aient même axe radical.*

Si l'on considère les quaternes de la courbe (C_p) situés dans des plans parallèles on a la propriété suivante :

Une droite quelconque menée par le centre de la sphère (ω) *est l'axe radical des sphères podaires d'une infinité de quaternes de la droite* d. *Ces quaternes appartiennent à une même involution du quatrième ordre et du premier rang.*

8. Une trisécante de la biquadratique gauche de seconde espèce (C_p) coupe cette courbe aux points C_p, C_q, C_r, centres des sphères podaires des points P, Q, R de la droite *d*. Ces trois sphères ont même plan radical : le plan mené par le centre de la sphère (ω) normal à la trisécante $C_p C_q C_r$. Les ternes analogues à (C_p, C_q, C_r) appartiennent à une involution cubique du premier rang ; donc (6)

Il existe sur la droite d *une involution cubique du premier rang telle que les sphères podaires de trois points conjugués* P, Q, R *de cette involution aient même plan radical.*

Ce plan radical enveloppe le cône de sommet ω *supplémentaire du cône asymptotique de la quadrique circonscrite à la biquadratique de seconde espèce* (C_p).

9. Du centre C_p d'une sphère podaire (P), on projette la courbe (C_p) et la courbe des points de contact des tangentes menées du centre de la sphère (ω) à la sphère (P). Les deux cônes ainsi obtenus ont six génératrices communes. L'une quelconque d'entre elles rencontre la courbe (C_p) en un point C_q, centre de la sphère podaire (Q) d'un point Q de la droite *d*. Le point ω appartient au plan radical des sphères (P) et (Q) (3); ces deux sphères sont donc tangentes, et, par suite,

Parmi les sphères podaires des points de la droite d, *il y a six sphères tangentes à la sphère podaire* (P) *d'un point* P *arbitrairement choisi sur cette droite.*

Ce nombre est réduit à quatre si le conjugué isogonal du point choisi P *appartient à la droite* d.

Car dans ce cas le point C_p est un point double de la courbe (C_p) (6) et le cône projetant de ce point la biquadratique de première espèce (C_p) est du second degré.

10. Notations. — Le plan mené par un point donné ω normalement à une arête AB du tétraèdre ABCD coupe l'arête opposée CD en un point T_{ab}. On a les points analogues T_{ac}, T_{ad}, T_{bc}, T_{bd}, T_{cd}. Ce tétraèdre est coupé par le plan de l'infini suivant un quadrilatère *abcd*. Le côté *a* est rencontré au point A' par un plan normal à la droite $A\omega$; on a les points analogues B', C', D'.

Les dix points A', B', C', D', T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}, T_{bc}, T_{bd}, T_{cd} *ainsi définis forment une configuration* $(10_0^6, 45_2^2, 15_4^6)$, qui n'a peut-être pas été signalée (voir n° 14).

Les intersections $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$ des faces homologues des tétraèdres ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ réciproques relativement à une sphère de centre ω sont des génératrices de même système d'un hyperboloïde (H). La variation du rayon de la sphère (ω), le centre ω restant fixe, conduit à une infinité simple d'hyperboloïdes (H).

Une congruence Γ *est formée par les directrices des systèmes*

réglés ($\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$). *Toute droite de cette congruence rencontre les faces du tétraèdre* ABCD *en des points* A_2, B_2, C_2, D_2 ; *l'axe radical des sphères décrites sur les segments* AA_2, BB_2, CC_2, DD_2 *comme diamètres passe par le point* ω.

Les rayons de Γ *jouissent seuls de cette propriété* (*).

Les faisceaux ($\alpha\alpha_1$), ($\beta\beta_1$), ($\gamma\gamma_1$), ($\delta\delta_1$) situés respectivement dans les faces du tétraèdre ABCD sont semblables; toute droite de la congruence Γ rencontre quatre rayons homologues. Toutes les droites du plan de l'infini jouissent de cette propriété ; elles sont exclues de la congruence Γ.

11. Il existe une sphère de centre ω telle que le plan polaire du point T_{ab} (10) passe par l'arête AB ; cette condition la détermine. Le plan polaire du point T_{cd} relativement à cette sphère passe par l'arête CD. Les droites $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$ du système correspondant ($\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$) passent par le point T_{ab} ; les droites $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$ se coupent au point T_{cd}. Une droite du plan (T_{ab}, $\gamma\gamma_1$) issue du point T_{ab} rencontre $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$ et, par suite, $\delta\delta_1$ (**). Ainsi le point T_{ab} est dans le plan ($\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$) le centre d'un faisceau de droites de la congruence Γ. Par analogie, le point T_{cd} est dans le plan ($\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$) le centre d'un faisceau analogue ; on peut donc conclure que

Les points T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}, T_{bc}, T_{bd}, T_{cd} *sont des points singuliers du premier ordre de la congruence* Γ ; *les plans singuliers correspondants sont respectivement*

$$T_{ab}C'D'T_{cd}, \quad T_{ac}B'D'T_{bd}, \quad T_{ad}B'C'T_{bc},$$
$$T_{bc}A'D'T_{ad}, \quad T_{bd}A'C'T_{ac}, \quad T_{cd}A'B'T_{ab}.$$

Remarque. — L'arête AB du tétraèdre coupe les faisceaux ($\gamma\gamma_1$), ($\delta\delta_1$) (10) suivant deux ponctuelles semblables, dont

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1921, p. 648.

(**) Le théorème de Serret (3) permet d'établir, sans recourir au théorème de Chasles sur les tétraèdres réciproques, que toute droite qui rencontre trois des droites $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$ coupe la quatrième.

l'élément double à distance finie est le point T_{cd}. Les points T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}, T_{bc}, T_{bd} ont une interprétation géométrique analogue.

12. Les faisceaux de plans $A'(\gamma\gamma_1)$, $A'(\delta\delta_1)$ projetant du point A' (10) les faisceaux de rayons $(\gamma\gamma_1)$, $(\delta\delta_1)$ sont perspectifs; car le plan à l'infini est un élément uni. Les intersections des plans homologues sont dans un plan σ; l'une quelconque d'entre elles rencontre les rayons $\alpha\alpha_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$ et, par suite, $\beta\beta_1$; elle est donc un rayon de la congruence Γ. Le plan σ passe par le point T_{cd} (remarque 11); par analogie les points T_{bc}, T_{bd} sont également situés dans ce plan; par suite,

Les points A', B', C', D' (10) *sont des points singuliers du premier ordre de la congruence* Γ; *les plans singuliers correspondants sont respectivement*

$$A'T_{bc}T_{bd}T_{cd}, \quad B'T_{ac}T_{ad}T_{cd}, \quad C'T_{ab}T_{ad}T_{bd}, \quad D'T_{ab}T_{ac}T_{bc}.$$

13. Le plan BCD contient un rayon $\alpha\alpha_1$ de tout système réglé $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ et, par suite, une directrice. Cette directrice passe par les points d'intersection des couples de droites

$$(\beta\beta_1, CD), \quad (\gamma\gamma_1, DB), \quad (\delta\delta_1, BC);$$

la similitude des faisceaux $(\beta\beta_1)$, $(\gamma\gamma_1)$, $(\delta\delta_1)$ (10) montre que

Les droites de la congruence Γ *situées dans la face* $\alpha \equiv BCD$ *du tétraèdre* ABCD *enveloppent une parabole* (α) *inscrite dans le triangle* BCD. *Les plans*

$$T_{ab}C'D'T_{cd}, \quad T_{ac}B'D'T_{bd}, \quad T_{ad}B'C'T_{bc}, \quad A'T_{bc}T_{bd}T_{cd},$$

sont tangents à la parabole (α).

On conclut de ce qui précède que

Les faces du tétraèdre ABCD *sont des plans singuliers du second ordre de la congruence* Γ. *Les courbes correspondantes sont la parabole* (α) *et les paraboles analogues* (β), (γ), (δ).

14. Les faisceaux de plans $X(\alpha\alpha_1)$, $X(\beta\beta_1)$, $X(\gamma\gamma_1)$ projettent d'un point X arbitrairement choisi les faisceaux de rayons $(\alpha\alpha_1)$, $(\beta\beta_1)$, $(\gamma\gamma_1)$. Les projectivités

$$X(\alpha\alpha_1) \overline{\wedge} X(\beta\beta_1), \qquad X(\alpha\alpha_1) \overline{\wedge} X(\gamma\gamma_1)$$

engendrent deux cônes quadratiques ayant quatre génératrices communes; l'une d'elles est l'axe XA′ du faisceau $X(\alpha\alpha_1)$; chacune des trois autres coupe trois rayons homologues des faisceaux semblables $(\alpha\alpha_1)$, $(\beta\beta_1)$, $(\gamma\gamma_1)$ et est un rayon de la congruence Γ.

Un plan σ coupe les faisceaux de rayons $(\alpha\alpha_1)$, $(\beta\beta_1)$, $(\gamma\gamma_1)$ suivant les ponctuelles $\sigma(\alpha\alpha_1)$, $\sigma(\beta\beta_1)$, $\sigma(\gamma\gamma_1)$. Les ponctuelles semblables

$$\sigma(\alpha\alpha_1) \overline{\wedge} \sigma(\beta\beta_1), \qquad \sigma(\alpha\alpha_1) \overline{\wedge} \sigma(\gamma\gamma_1)$$

engendrent deux paraboles tangentes au support de la ponctuelle $\sigma(\alpha\alpha_1)$; chacune des deux autres tangentes communes à distance finie est une directrice d'un système réglé $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ et, par suite, un rayon de la congruence Γ; donc

La congruence Γ *est du troisième ordre et de la seconde classe.*

Des numéros (**11**), (**12**) on conclut que

Les dix points singuliers du premier ordre

$$T_{ab},\ T_{ac},\ T_{ad},\ T_{bc},\ T_{bd},\ T_{cd},\ A',\ B',\ C',\ D'$$

de la congruence Γ *sont distribués par groupe de quatre dans quinze plans.*

Par un point singulier passent six plans de la configuration. La droite qui joint deux points singuliers est l'intersection de deux plans de la configuration.

15. Lorsque le point ω est le centre de l'hyperboloïde des hauteurs du tétraèdre ABCD, on sait que les points

$$T_{ab},\ T_{ac},\ T_{ad},\ T_{bc},\ T_{bd},\ T_{cd}$$

sont les milieux des arêtes de ce tétraèdre (*). Soient S_{ab} et S_{cd}, S_{ac} et S_{bd}, S_{ad} et S_{bc} les couples de sommets opposés du quadrilatère complet *abcd* (10). Les droites AD, BC, $T_{ab}T_{cd}$, $S_{ab}S_{cd}$ sont, dans l'hypothèse faite, des génératrices de même système d'un paraboloïde hyperbolique; elles déterminent sur la droite $S_{ad}S_{bc}$ une ponctuelle harmonique, qui montre que la droite $T_{ab}T_{cd}$ passe par le point d'intersection des droites $S_{ad}S_{bc}$, $S_{ac}S_{bd}$. Des quaternes de points coplanaires $(T_{ab}C'D'T_{cd})$ $(T_{cd}A'B'T_{ab})$ (11), on conclut que le point (A'B', C'D') est identique au point $(S_{ac}S_{bd}, S_{ad}S_{bc})$. Ainsi le triangle diagonal du quadrangle A'B'C'D' est aussi le trilatère diagonal du quadrilatère *abcd*; par suite,

Si le point ω *est le centre de l'hyperboloïde des hauteurs du tétraèdre* ABCD, *les droites à l'infini* a, b, c, d *des faces de ce tétraèdre sont rencontrées respectivement par les plans normaux aux droites* ωA, ωB, ωC, ωD *en quatre points* A', B', C', D' *tels que le triangle diagonal du quadrangle* A'B'C'D' *est identique au trilatère diagonal du quadrilatère* abcd.

16. Le centre de cet hyperboloïde jouit seul de cette propriété. Le plan $A'T_{bc}T_{bd}T_{cd}$ est alors parallèle à la face BCD; leur intersection *a* est la seule tangente que l'on peut mener du point A' à la parabole (α) (13); donc

Si le point ω *est le centre de l'hyperboloïde des hauteurs du tétraèdre* ABCD, *les paraboles* (α), (β), (γ), (δ) *de la congruence* Γ *passent respectivement par les points singuliers* A', B', C', D'.

§ II.

17. La surface Ω lieu des points P de l'espace dont les sphères podaires relatives au tétraèdre ABCD coupent ortho-

(*) Joachimstal (*Grunert Archiv*, t. XXXIII, p. 109).

gonalement une sphère donnée (ω) jouit de quelques propriétés remarquables. La condition d'orthogonalité de la sphère podaire d'un point P d'une droite d et de la sphère (ω) est du quatrième degré par rapport au paramètre λ qui fixe la position du point P sur d; par conséquent,

La surface Ω *est du quatrième ordre.*

La sphère podaire d'un point P de l'arête AB du tétraèdre est l'une quelconque des sphères (P) passant par le cercle déterminé par le point P et ses projections orthogonales sur les faces CDA, CDB du tétraèdre. Un diamètre de la sphère donnée (ω) coupe ces sphères (P) en des couples de points d'une même involution, dont un couple est conjugué à la sphère (ω). La sphère (P) correspondant à ce couple coupe orthogonalement la sphère (ω), et le point P arbitrairement choisi sur l'arête AB est un point de la surface Ω. Donc

La surface Ω *passe par les arêtes du tétraèdre* ABCD.

Les faces correspondantes des tétraèdres ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ réciproques relativement à la sphère donnée (ω) se coupent suivant les rayons ($\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$) d'un même système réglé.

La surface Ω *passe par les quatre droites* $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$. En effet, le plan α_1 est normal au diamètre ωA de la sphère (ω) en un point A_2, et l'on a

$$\omega A \cdot \omega A_2 = R^2,$$

R étant le rayon de la sphère (ω). La sphère podaire d'un point P de la droite $\alpha\alpha_1$, décrite sur le segment AP comme diamètre, passe par le point A_2 et coupe orthogonalement la sphère (ω); les points P de la droite $\alpha\alpha_1$ sont donc situés sur la surface Ω.

La surface Ω *passe par quatre directrices* d_1, d_2, d_3, d_4 *du système réglé* ($\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$).

Car elle coupe un rayon s de ce système réglé en quatre points S_1, S_2, S_3, S_4 par lesquels passent respectivement les directrices d_1, d_2, d_3, d_4 du système réglé. La droite d_1 coupe

la surface Ω en cinq points S_1, (d_1, α), (d_1, β), (d_1, γ), (d_1, δ) et est située entièrement sur cette surface.

Remarque. — *Les sphères podaires des points de chacune des droites*

$$(\alpha\alpha_1,\ \beta\beta_1,\ \gamma\gamma_1,\ \delta\delta_1), \qquad (d_1,\ d_2,\ d_3,\ d_4)$$

coupent orthogonalement la sphère donnée (ω).

Ce sont les seules droites jouissant de cette propriété.

18. La sphère podaire d'un point P relativement au tétraèdre ABCD est identique à celle de son conjugué isogonal P′ (1); donc

La surface Ω *est une anallagmatique de la transformation isogonale définie par le tétraèdre fondamental* ABCD.

Lorsque le point P se meut sur l'une des droites d_1, d_2, d_3, d_4 (17), son conjugué isogonal P′ décrit une cubique gauche circonscrite au tétraèdre ABCD; donc (17)

La surface Ω *passe par quatre cubiques gauches circonscrites au tétraèdre* ABCD.

Ce sont les seules cubiques gauches de la surface Ω circonscrites au tétraèdre.

Si le point P appartient à la droite $\alpha\alpha_1$ (17), on a P′ ≡ A, et la conjuguée isogonale de la droite AP relativement au trièdre A(BCD) est tangente au point A de la surface Ω. Par suite,

Le cône des tangentes au point A *de la surface* Ω *est la transformée isogonale du plan* $(A, \alpha\alpha_1)$ *relativement au trièdre* A(BCD).

Les points A, B, C, D *sont des points doubles de la surface* Ω.

Le rapport anharmonique des tangentes au point A *aux quatre cubiques gauches de la surface* Ω, *circonscrites au tétraèdre* ABCD, *est égal à celui des tangentes analogues en chacun des points* B, C, D.

19. La surface cubique Φ de Cayley est la transformée isogonale du plan σ à l'infini, et l'intersection des surfaces Ω et Φ est la transformée de la quartique à l'infini de la surface Ω. L'intersection (Ω, Φ) comprend les six arêtes du tétraèdre ABCD et une courbe de sixième ordre Σ_6. La quartique (Ω, σ) est circonscrite au quadrilatère complet *abcd*, section du tétraèdre ABCD, par le plan σ. Au sommet de ce quadrilatère, situé sur l'arête AB, correspond, dans la transformation isogonale, l'arête opposée CD. Aux points à l'infini A', B', C', D' des droites $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$ de la surface Ω (**17**) correspondent les points principaux A, B, C, D de la transformation; par conséquent,

La surface cubique de Cayley et la surface Ω ont une courbe commune Σ_6 du sixième ordre circonscrite au tétraèdre ABCD. *La courbe Σ_6 est la transformée isogonale proprement dite de la quartique à l'infini de la surface Ω.*

20. La sphère podaire dégénérée d'un point de la courbe Σ_6 coupe orthogonalement la sphère (ω); par suite,

La sextique Σ_6 est le lieu des points de la surface cubique de Cayley dont les plans de Simson passent par le point donné ω.

On rappellera cette propriété en appelant la courbe Σ_6 *la sextique orthopolaire* du point ω relativement au tétraèdre ABCD.

21. Le plan de Simson d'un point de l'arête AB du tétraèdre ABCD passe par ce point et est normal à l'arête opposée CD; donc

Les plans menés par le point ω normalement aux arêtes du tétraèdre ABCD *rencontrent respectivement les arêtes opposées en six points* T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}, T_{bc}, T_{bd}, T_{cd} *situés sur la sextique orthopolaire de ce point ω.*

Les arêtes du tétraèdre ABCD sont ainsi des trisécantes de la sextique Σ_6.

22. Le plan de Simson d'un point P de la courbe Σ_6 est normal à la droite qui joint le point P à son conjugué isogonal

P′ situé sur la quartique (Ω, σ) (19). Par suite, si le point P décrit la courbe Σ_6, le plan de Simson correspondant enveloppe un cône de sommet ω dont la courbe à l'infini et la quartique (Ω, σ) sont polaires réciproques relativement au cercle imaginaire à l'infini. Ce cône est donc de la quatrième classe et, par conséquent,

Les plans de Simson des points de la surface cubique de Cayley enveloppent une surface de la quatrième classe (*).

23. Quatre points P, Q, R, S de la surface cubique de Cayley dont les plans de Simson passent par une même droite d sont les éléments d'*un quadruple* de cette surface.

La sextique orthopolaire d'un point ω est circonscrite à une double infinité de quadruples de la surface de Cayley.

Ces quadruples sont définis par les droites d passant par le point ω. Ce sont les quadruples de la sextique.

Les conjugués isogonaux P′, Q′, R′, S′ des points du quadruple (PQRS) sont sur la conjuguée d' de la droite d relativement au cercle imaginaire à l'infini. La transformée isogonale de la droite d' est une cubique gauche de la surface de Cayley, circonscrite aux tétraèdres ABCD ; donc

Les points d'un quadruple (PQRS) *de la surface cubique de Cayley sont sur une cubique gauche de cette surface, circonscrite au tétraèdre* ABCD.

On conclut de là que

Deux quadruples quelconques de la surface de Cayley et les sommets du tétraèdre ABCD *sont situés sur une même quadrique.*

24. Les plans de Simson de deux points P, Q de la sextique orthopolaire du point ω se coupent suivant une droite d passant par ce point. Cette droite définit un quadruple (PQRS) de

(*) J. Neuberg, *Sur la Géométrie du Tétraèdre*, 1909, p. 9.

la surface de Cayley. Les points S, R appartiennent à la sextique (20) ; donc

Deux points P, Q *choisis arbitrairement sur la sextique orthopolaire du point* ω *déterminent un quadruple* (PQRS) *de cette courbe.*

25. Les sphères podaires des points de chacune des droites d_1, d_2, d_3, d_4 (*Remarque* 17) coupent orthogonalement la sphère (ω). Chacune de ces droites rencontre la surface cubique de Cayley en trois points dont les plans de Simson passent par le centre ω de la sphère (5). Ces droites sont donc des trisécantes de la sextique Σ_6. Chacune des sphères de centre ω détermine un groupe analogue à $(d_1 d_2 d_3 d_4)$; par suite,

Les trisécantes de la sextique orthopolaire du point ω *forment une infinité simple de quadruples hyperboloïdiques* $(d_1 d_2 d_3 d_4)$.

26. Par un point X de la courbe Σ_6 passent trois droites x_1, x_2, x_3 de la congruence Γ (14). La droite x_1 est une directrice d'un système réglé $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$; elle rencontre les faces du tétraèdre ABCD en quatre points dont les sphères podaires coupent orthogonalement la sphère de centre ω correspondant au système réglé $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ (10). Le plan de Simson du point X passe par le centre ω de cette sphère (20) ; donc les sphères podaires de tous les points de la droite x_1 coupent orthogonalement la sphère considérée de centre ω (3). La droite x_1 rencontre la surface de Cayley en trois points de la sextique orthopolaire du point ω (5, 20). Ainsi,

Par tout point X *de la sextique orthopolaire du point* ω *passent trois trisécantes de cette courbe.*

27. Du numéro (14) et de la remarque (12) on déduit cette propriété :

Les trois trisécantes issues d'un point X *de la sextique orthopolaire du point* ω *et les droites* XA', XB', XT_{ab}, XS_{ab} *sont sur un même cône du second degré.*

Le point S_{ab} est le point à l'infini de l'arête CD. On déduit de là que

Les trisécantes de la sextique orthopolaire du point ω *appartiennent à six complexes tétraédraux dont les tétraèdres principaux sont*

$$T_{ab}A'B'S_{ab}, \quad T_{ac}A'C'S_{ac}, \quad T_{ad}A'D'S_{ad},$$
$$T_{bc}B'C'S_{bc}, \quad T_{bd}B'D'S_{bd}, \quad T_{cd}C'D'S_{cd}.$$

28. La sphère podaire d'un point S commun par hypothèse à deux trisécantes de la sextique orthopolaire du point ω coupe orthogonalement deux sphères de centre ω (**20**, **25**); elle est donc dégénérée, et le point S est sur la surface de Cayley; par conséquent,

Si deux trisécantes de la sextique orthopolaire du point ω *se coupent, leur point d'intersection est situé sur la courbe* (*).

29. Une droite d rencontre la surface de Cayley en trois points; les plans de Simson de ces points se coupent en un point ω que l'on peut appeler l'orthopôle de la droite d relativement au tétraèdre ABCD; la droite d sera une droite orthopolaire du point ω; elle est une trisécante de la sextique orthopolaire du point ω. Ces trisécantes engendrent une surface du huitième ordre (**); par conséquent,

Les droites orthopolaires d'un point donné ω *relativement à un tétraèdre* ABCD *sont les trisécantes d'une sextique gauche et engendrent une surface du huitième ordre.*

(*) Les propriétés des courbes du sixième ordre et de genre trois, dont les sextiques orthopolaires forment une variété, ont été exposées par

M. Schur, *Math. Annalen*, t. XVIII, 1881, pp. 13-32;

M. Stuyvaert, *Cinq études de Géométrie analytique*, pp. 27-37. (Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége, 1907.)

Les propriétés (**24**), (26), (28) y sont mentionnées.

(**) Schur, p. **16**. — Stuyvaert, p. 31.

30. Les sextiques orthopolaires Σ_6 des points ω de l'espace relativement au tétraèdre ABCD forment sur la surface de Cayley un ensemble triplement infini $] \Sigma_6 |$ comprenant une quadruple infinité de faisceaux et une triple infinité de réseaux.

Un faisceau (Σ_6) correspond à une ponctuelle (ω) ; les courbes de ce faisceau sont circonscrites au quadruple de la surface de Cayley correspondant au support de la ponctuelle (ω). Le plan de Simson d'un point S arbitrairement choisi sur cette surface coupe la ponctuelle (ω) en un point dont la sextique orthopolaire est la courbe du faisceau (Σ_6) passant par le point S.

Un réseau $[\Sigma_6]$ correspond à un système plan $[\omega]$; l'intersection des plans de Simson de deux points S, T de la surface de Cayley rencontre le système plan $[\omega]$ en un point dont la sextique orthopolaire est la courbe du réseau $|\Sigma_6]$ passant par les points S, T (*).

(*) Nous réservons pour une prochaine communication les propriétés des sextiques orthopolaires relatives aux points ω de l'hyperboloïde des hauteurs du tétraèdre ABCD.

PHYSIQUE. — **Sur l'emploi du nickel granulaire pour le chauffage électrique.**

(Note préliminaire),

par OCT. DONY-HÉNAULT.

Les expériences sur l'emploi des métaux granulaires comme résistances de chauffage électrique que nous avons commencées en 1913 (*) et dont nous avons communiqué les résultats à la Classe des sciences (*) ont été constamment retardées et entravées par l'absence des matériaux nécessaires. C'est ainsi que les billes d'acier que nous recevions avant la guerre de l'étranger et avec lesquelles nous avons pu réaliser des fours électriques permettant d'atteindre 1200° avec une très grande uniformité de température en tous les points de l'enceinte chauffée, nous sont devenues inaccessibles par suite de leur prix prohibitif, et nous n'avions même pas pu jusqu'ici mettre en œuvre, faute de résistor, le modèle nouveau de grand four électrique dont nous avions réuni tous les autres organes.

Nous avons pensé récemment que le nickel Mond serait peut-être à même de remplacer l'acier en billes; on sait, en effet, que dans le procédé du chimiste anglais, le nickel métallique est obtenu par dissociation thermique des vapeurs de nickel carbonyle et s'agrège sous forme de sphères de rayon variable constituées par du métal presque pur à 99.7 %.

Leur sphéricité est loin d'être parfaite et leurs dimensions sont très variables; mais un classement aisé peut en faire un choix convenable, pourvu que l'on dispose d'une masse suffi-

(*) Comptes rendus, 1913, p. 66.

(**) *Mémoires,* collection in-8°, 2e série, t. XVI, 1921.

sante de métal sphéroïdal. Or, nous avons pu entrer en possession de quelques dizaines de kilogs de nickel ainsi classé, dans des conditions beaucoup moins onéreuses que pour les billes d'acier, et nous pourrons très prochainement actionner le grand moufle électrique dont il est question ci-dessus.

Dès à présent nous avons pu nous en assurer en opérant sur une masse de billes de nickel disposées dans un canal cylindrique de trois centimètres de diamètre et de trente centimètres de long, creusé dans des briques réfractaires qu'un courant convenable (2,5-3 volts, 250 à 350 ampères) soude les uns aux autres, en un cylindre cohérent, les éléments métalliques conducteurs.

On sait, d'après notre mémoire sur ce sujet, qu'aux températures élevées développées dans les conducteurs granulaires, les éléments de ceux-ci s'oxydent plus ou moins vite et que cette oxydation limite l'usage pour le chauffage des métaux réfractaires tels que le chrome, le molybdène et leurs alliages; en effet, leurs oxydes ne conduisent pas le courant à température ordinaire, et comme ils s'interposent entre les grains du résistor, il devient après peu de temps impossible de réamorcer le courant sans chauffage préalable. Cet inconvénient ne se produit pas dans le cas du fer dont l'oxyde formé à haute température est conducteur.

La première question qui se pose dans l'emploi du nickel granulaire est de savoir si le métal s'oxyde dans les conditions de chauffage du four électrique et si l'oxyde formé se comporte comme ceux de chrome ou de molybdène, par exemple, ou comme l'oxyde magnétique de fer.

Si l'on s'en tenait aux observations de Streintz (*), on pourrait craindre la première alternative.

Streintz a étudié la conductivité des poudres d'oxydes de couleur foncée, agglomérées par compression dans un cylindre en ébonite, et il a observé que l'oxyde de nickel noir Ni^2O^3 est

(*) *Das Leitvermögen von gepressten Pulvern.* Stüttgart, Enke, 1903, p. 32.

non conducteur à froid; Ni^3O^4 n'a pas été étudié par lui; il est à noter que dans ces expériences, Fe^3O^4, qui fournit pourtant à l'industrie électrochimique des électrodes massives de magnétite, s'est comporté comme un non-conducteur.

Des grains conducteurs peuvent donc ne point admettre le courant, même quand on les agglomère sous une pression notable, par suite d'une résistance de passage intergranulaire très grande à froid.

Streintz observe, du reste, que seuls les oxydes qui se laissent comprimer en bâtonnets bien cohérents, à reflet métallique, sont conducteurs à température ordinaire. Les indications de la littérature sur les propriétés des oxydes de nickel sont encore bien incomplètes. D'après Moissan (*), Ni^3O^4, obtenu par réduction de Ni^2O^3 dans l'H à température modérée, se décompose au rouge en NiO.

A première vue, les sphères de conducteurs granulaires portées par effet Joule à une température supérieure à 1000° ne devraient donc pas se couvrir d'oxyde magnétique. Cependant, nous observons que dans ces conditions, les sphères de notre conducteur de Ni se recouvrent doucement d'une couche brillante d'oxyde noir, qui n'entrave, du reste, ni la soudure des billes, ni le passage du courant même à froid; le courant s'amorce sans difficulté, quand le conducteur a été abandonné au refroidissement. L'oxyde noir de nickel est donc conducteur, et à cette condition favorable s'en ajoute une autre qui ne l'est pas moins. En effet, nous avons comparé la vitesse d'oxydation de quelques billes de nickel Mond et de quelques sphères d'acier de rayon approximativement égal, au rouge sombre d'abord, puis au blanc naissant. Les deux lots de billes étaient placés à côté l'un de l'autre, dans deux nacelles plates de porcelaine, au fond d'un moufle. Dans ces conditions, la croissance de la couche noire

(*) *Annales de Chimie*, série V, t. XXI, p. 199, 1882.

d'oxyde de nickel est beaucoup plus lente que celle de l'oxyde magnétique.

Chose curieuse, le volume de la sphère d'acier augmente par l'oxydation de près de 50 % en une trentaine d'heures, et malgré cette volumineuse couche d'oxyde périphérique, l'oxydation de l'acier est encore douze fois plus grande que celle du nickel pendant les sept heures suivantes.

A 600° jusque 700°

L'augmentation de poids :

de 8gr9 de billes d'acier est de 0gr246, soit 2.77 % en 20 heures.
de 10gr42 de billes de nickel est de 0gr0118, soit 0.113 % en 20 heures.

A 1000°

L'augmentation de poids :

de 8gr9 de billes d'acier est de 0gr836, soit 9.40 % en 17 heures.
de 10gr42 de billes de nickel est de 0gr076, soit 0.73 % en 17 heures.

N. B. — Pendant les 10 premières heures, le Ni subit de légères diminutions de poids qu'il faut attribuer sans doute à la combustion de carbone.

Il est donc certain que les conducteurs de nickel sphéroïdal auront une vie plus longue que celle des conducteurs d'acier. Comme, au surplus, le point de fusion du nickel, 1450° à 1452°, est supérieur à celui de l'acier à billes, 1370°, on obtiendra, dans le four à nickel, une température au moins égale à celle des températures du four à billes d'acier, c'est-à-dire 1200°. Il ne sera pas inutile de faire remarquer que cette limite est supérieure de plus de 150° à celle que l'on peut atteindre dans les petits moufles chauffés à l'aide de bandelettes de platine et que le fil de nickel pur chauffé au voisinage de 900° devient déjà cassant dans les conditions ordinaires du chauffage électrique (*).

(*) Voir Fitz-Gerald, *Transactions American Electro-Chemical Society*, 1920, t. XXXVIII.

Chimie. — Sur quelques propriétés du bioxyde de manganèse,

par A. de HEMPTINNE, membre de l'Académie.

Au cours de mes recherches sur la réduction des oxydes métalliques par l'effluve électrique, j'ai constaté que le bioxyde de manganèse se laisse réduire lentement à la température ordinaire par de l'hydrogène.

Voici dans quelles conditions j'ai été amené à faire cette constatation : Les appareils utilisés pour les recherches sur la réduction des oxydes par l'effluve étaient reliés à une jauge de Mac Leod, et, avant de commencer les expériences, j'avais soin de vérifier s'il n'y avait pas de variation de pression. Cette précaution était nécessaire, parce que la stabilité absolue n'est pas immédiate; il y a, en général, au début un léger accroissement de pression, conséquence du dégagement de particules gazeuses renfermées dans les pores de la substance, ou dans certaines parties de l'appareil. J'ai constaté que pour le bioxyde de manganèse les choses se passent autrement. Après un temps plus ou moins long, qui varie, suivant les circonstances, de quelques minutes à plusieurs heures, la pression commence à décroître. Ce phénomène se poursuit jusqu'à une limite qui n'a pas été déterminée.

Si l'on supprime l'anhydride phosphorique que l'on avait mis dans l'appareil pour absorber l'eau formée par la réduction, on ne constate plus de diminution de pression, mais une légère augmentation due, sans aucun doute, à la formation de vapeur d'eau.

Ceci démontre à l'évidence qu'à la température ordinaire l'hydrogène agit sur le bioxyde de manganèse pour former de

l'eau. Ces expériences ont été faites et répétées à différentes reprises et à des pressions variant de 10 à 0,06 millimètre ; elles ont toutes donné des résultats analogues.

Je me contenterai de donner deux exemples :

Le volume de l'appareil, y compris celui de la jauge, était de 157 centimètres cubes, la quantité de bioxyde de manganèse utilisée de $0^{gr}3$ environ.

I.	Pression initiale.	$0^{m}45'$
	Après 40 minutes	0,36,

ce qui correspond à une disparition de $0^{cc}02$ d'hydrogène.

II.	Pression initiale. . .	0.84	
	Id. après 120′ .	0.47	soit $0^{cc}8$ H_2 disparu.
	Id. après 1200′ .	0.064	soit $0^{cc}9$ H_2 disparu.

Il m'a paru intéressant de vérifier si les mêmes phénomènes ont lieu à la pression atmosphérique.

Dans ce but j'ai utilisé un tube en U dont chaque branche avait environ 80 centimètres de longueur et 6 millimètres de diamètre; ces branches étaient terminées par une partie plus large de 20 millimètres de diamètre et de 40 millimètres de haut, formant deux petits réservoirs munis de deux robinets et bouchés par des bouchons rodés à l'émeri. L'appareil a été construit de manière à réaliser, autant que possible, la symétrie des deux branches. Dans chacun des petits réservoirs il a été mis $1^{gr}67$ de bioxyde de manganèse et un petit récipient contenant de l'anhydride phosphorique. Après avoir mis dans le tube en U une quantité de mercure convenable, on peut, par une manœuvre appropriée, remplir l'une des branches, par exemple, d'hydrogène pur et sec à la pression atmosphérique, l'autre branche B contenant de l'air sec. Si l'on ferme les deux robinets on soustrait tout le système aux variations de la pression atmosphérique; les effets de la variation de la température sont aussi négligeables. La hauteur du niveau du mercure est

la même dans les deux branches; on peut en observer la variation au moyen d'un cathétomètre, ou même en faire une mesure directe à partir d'un point de repère.

Pendant cinq jours aucune ascension de mercure n'a pu être constatée dans la branche A.

Premier jour	0mm0
Cinquième jour	0,2.

A partir de ce moment l'ascension augmente graduellement, comme le montre le tableau suivant :

JOURS.	DIFFERENCE des niveaux entre les deux branches.
—	—
1	0mm0
5	0,2
10	8,0
17	20,0
23	30,0
25	34,0

Le robinet de la branche B a été ouvert le vingt-sixième jour, ce qui a eu pour effet d'accroître la différence de niveau; elle est arrivée ainsi à 60 millimètres et la disparition de l'hydrogène a continué à progresser.

25 jours	60mm0
33 —	100,0
34 —	110,0
43 —	180.0
53 —	250.0

Après cinquante-trois jours, le tiers environ de l'hydrogène a disparu sous forme d'eau. Afin de constater si le bioxyde de manganèse est ainsi réduit en un composé réoxydable, le robinet de la branche A a été ouvert de manière à y laisser entrer de l'air, ce qui a eu pour effet de ramener le mercure au même niveau dans les deux branches. Le robinet de A a ensuite été

fermé, et l'on a constaté les ascensions suivantes dues à la réoxydation :

Robinet de *B* fermé	Après 4 heures	4mm0
	— 1 jour	8,0
	— 7 jours	60,0
Ouverture *B*	Après 9 jours	90,0
	— 11 —	110,0
	— 18 —	140,0
	— 24 —	160,0

L'hydrogène réduit donc à la température ordinaire le bioxyde de manganèse en un produit qui se réoxyde lentement dans l'air.

Des circonstances accidentelles, causes de résultats anormaux observés lors de l'étude de la réduction des sulfures métalliques par l'hydrogène sous l'action de l'effluve électrique, m'ont encore amené à constater que le bioxyde de manganèse, en présence d'un mélange d'hydrogène et d'hydrogène sulfuré, fixe rapidement ce gaz.

Ce phénomène est sans doute intimement lié au phénomène de réduction.

Si, dans une burette placée au-dessus d'un bain de mercure, et contenant un mélange d'hydrogène sulfuré et d'hydrogène dans les proportions de 33 % H_2S + 67 % H_2, on introduit quelques morceaux de bioxyde de manganèse, on constate une diminution rapide du volume.

0′	25cc4
3′	20,4
120′	19,2

Si l'on introduit alors dans la burette un petit morceau de potasse caustique, on constate que l'hydrogène sulfuré a presque complètement disparu.

En vue de pénétrer plus avant dans le mécanisme du phénomène, cette expérience a été répétée dans d'autres conditions :

Dans un appareil de volume connu, 154 centimètres cubes, on renferme 1gr0057 de bioxyde de manganèse en morceaux.

L'appareil contient en outre de l'anhydride phosphorique. Après avoir fait le vide, on y introduit un mélange de 50 °/₀ H_2S + 50 °/₀ H_2. Après quinze heures on constate une diminution de pression qui correspond à une disparition de gaz de 23^{cc}, ce qui devrait correspondre à une augmentation de poids du bioxyde de manganèse de 0^{gr}0350 ou de 0^{gr}033; dans le premier cas c'est que l'hydrogène sulfuré serait fixé tel quel sur le bioxyde de manganèse; dans le second cas, il y aurait simplement formation de sulfure avec libération d'hydrogène. Or, on trouve 0^{gr}034; le rapprochement de ces chiffres n'est pas sans doute un effet du hasard, mais les phénomènes qui se passent sont certainement complexes, car si, comme on l'a vu précédemment, il y a formation d'eau avec enlèvement d'oxygène, cette réaction tend à réduire le poids, et alors on ne devrait pas trouver 0^{gr}034, mais une valeur plus petite.

Dammer (1) signale que l'hydrogène sulfuré est fixé par le bioxyde de manganèse, en partie mécaniquement, en partie d'une autre façon quelconque; cet effet est certainement très faible comparé à celui que l'on obtient en présence d'hydrogène, car si l'on remplit une burette d'un volume déterminé d'hydrogène sulfuré sec et que l'on y introduit une petite quantité de bioxyde de manganèse, on ne constate pas de changement de volume appréciable.

L'intervention de l'hydrogène joue certainement un rôle prépondérant, probablement en formant de l'eau, car nous avons pu constater par des expériences directes que le bioxyde de manganèse en présence d'hydrogène sulfuré humide fixe ce gaz. En tout cas, il se forme en abondance des composés sulfurés du manganèse, car il y a un dégagement notable d'hydrogène sulfuré lorsqu'on traite, par une solution d'acide sulfurique, le bioxyde de manganèse qui s'est trouvé quelque temps en présence d'un mélange d'hydrogène et d'hydrogène sulfuré.

(1) *Anorg. Chem.*, III, p. 245.

Physique. — Sur une nouvelle forme de résistance électrique des électrolytes.

(Note préliminaire),

par M. Maurice PHILIPPSON (1).

Au cours de recherches sur la résistance électrique des tissus vivants, nous avions admis en première approximation que, suivant les données classiques, la résistance électrique d'un électrolyte était indépendante de la fréquence du courant de mesure.

Il n'en est cependant pas ainsi; en effet, dans un électrolyte, le véhicule du courant est un ion doué d'une certaine masse. Son inertie doit, théoriquement, déterminer sur la force électromotrice un retard du courant d'autant plus grand que la fréquence est plus élevée. Cet effet sera analogue à celui d'une self induction d'origine électromagnétique. Il y aura donc dans un électrolyte une résistance de frottement analogue à la résistance ohmique des conducteurs métalliques et une résistance d'origine cinétique analogue à la self-induction électromagnétique.

Cet effet d'inductance d'origine cinétique peut être démontré en utilisant la propriété de la réactance de capacité de s'opposer et d'annuler même la réactance de self.

Des premières expériences nous ont fait voir que l'addition d'une capacité déterminée à un circuit comprenant un électrolyte diminue l'impédance de ce circuit. Toutefois, cette méthode ne nous a pas donné de résultats suffisamment précis et nous avons eu recours à la méthode de résonance.

---

(1) Présenté par M. Th. De Donder.

Dans cette méthode, on utilise un générateur à lampe produisant des courants électriques sinusoïdaux de fréquence déterminée. Ce générateur agit par induction sur un circuit de mesure comprenant une bobine de self appropriée et un condensateur variable étalon à air. Ce circuit agit à son tour par induction sur un appareil de mesure, qui, dans notre cas, était le voltmètre amplificateur d'Abraham. Quand, par la manœuvre du condensateur du circuit de mesure, on obtient le maximum de déviation du voltmètre amplificateur, le circuit de mesure et le générateur sont en résonance et les constantes du circuit sont déterminées par l'équation

$$LC\omega^2 = 1,$$

qui donne

$$L = \frac{1}{C\omega^2} \text{ (colonne 3 du tableau I).}$$

En ajoutant dans le circuit de mesure la cellule électrolytique contenant une solution saline, du chlorure de potassium en solution normale, par exemple, on s'aperçoit que pour obtenir la résonance il faut diminuer la capacité du circuit de mesure (colonnes 1 et 2 du tableau I) ; la self totale de ce circuit nous est alors donnée par l'équation

$$L' = \frac{1}{C'\omega^2} \text{ (colonne 4 du tableau I).}$$

$L' - L$ nous donne la self-induction de la cellule électrolytique et de son contenu. De cette valeur il faut déduire la valeur de la self propre (L'') de la cellule électrolytique et de ses connexions. Elle s'obtient par la même méthode en remplaçant l'électrolyte par du mercure.

La self cinétique de l'électrolyte $L_K = L' - L - L''$ est donnée en microhenrys par la colonne 5 du tableau I dans le cas d'un volume de solution Kcl normal donnant dans la cellule électrolytique une résistance de 20 ohms, et dans la colonne 2

Self et réactance cinétique d'une solution normale de chlorure de potassium.

(Résistance à 500 périodes = 20 ohms T = 16° C.)

Fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$	Capacité à la résonance en micro-microfarads (10^{-12}). C dans le circuit de mesure. (1)	C' dans le circuit de mesure et la cellule électrolytique en série. (2)	Self-induction $L = \frac{1}{C\omega^2}$ dans le circuit de mesure en microhenrys (10^{-6}). (3)	Self-induction $L' = \frac{1}{C'\omega^2}$ dans le circuit de mesure en série avec la cellule électrolytique en microhenrys (10^{-6}). (4)	Self cinétique L_k de l'électrolyte $L'-L-0,43$ en microhenrys (10^{-6}). (5)	Réactance cinétique de l'électrolyte $L_k\omega$ en ohms. (6)
400,000	3,075	3,025	51,32	51,99	0,24	0,60
500,000	1,927	1,900	52,42	53,17	0,32	1,01
1,000,000	540	525	46,77	48,10	0,99	6,22
1,500,000	765	680	14,67	16,49	1,39	13,09
2,000,000	432	395	14,61	15,98	0,94	11,81
2,500 000	272	255	14,85	15,84	0,56	8 79
3,000,000	190	180	14,77	15,59	0,39	7,35

Remarque. — Une série de mesures faites entre les fréquences 200,000 à 3,000,000 nous a permis d'établir que la self propre de la cellule électrolytique et de ses connexions L'' était 0,43 microhenry.

du tableau II pour un volume de la même solution donnant dans la même cellule une résistance de 100 ohms.

Self et réactance cinétique d'une solution normale de chlorure de potassium.

(Résistance à 500 périodes = 100 ohms T = 16° C.)

FRÉQUENCE.	Self cinétique L_k de l'électrolyte en microhenrys (10^{-6}). 1	Réactance cinétique de l'électrolyte $L_k\omega$ en ohms. 2
1×10^6	4,80	30,14
$1{,}5 \times 10^6$	6,29	59,25
2×10^6	3,82	48,00
$2{,}5 \times 10^6$	1,68	26,38
3×10^6	0,48	9,04

En multipliant les valeurs de L_K par les ω correspondants, on obtient en ohms la valeur de la réactance cinétique de l'électrolyte, indiquée dans les dernières colonnes des deux tableaux.

L'examen des résultats de nos expériences montre la réalité de l'existence dans les électrolytes de cette réactance d'origine cinétique.

Cette réactance passe par un maximum pour une fréquence de 1,500,000 périodes. D'autre part, elle est, entre les fréquences de 1 à 3,000,000, à peu près proportionnelle à la résistance ohmique de l'électrolyte, c'est-à-dire au volume de solution compris entre les électrodes.

D'autres expériences nous ont démontré que cette réactance est indépendante de la nature de l'électrolyte; en effet, les solutions de chlorure de potassium, de lactate de soude et d'acétate de soude de même résistivité ont pour des fréquences identiques

des réactances cinétiques identiques. Or, dans ces solutions de même résistivité, le produit nombre d'ions par vitesse d'ions est constant. Enfin, nous avons constaté que cette réactance croît avec l'intensité du courant de mesure, c'est-à-dire avec la grandeur du champ électrique auquel les ions sont soumis.

Conclusions.

Il existe dans les électrolytes une résistance spéciale, fonction en première approximation :

1° De la fréquence du courant de mesure.

2° De l'intensité du courant de mesure.

3° Du nombre d'ions intervenant dans le transport du courant.

4° De la vitesse propre de ces ions.

5° Cette résistance se comporte au point de vue décalage de courant comme la réactance de self-induction électromagnétique; nous proposons de l'appeler *réactance cinétique des électrolytes.*

6° cette réactance n'est pas une fonction simple de la fréquence; elle passe par un maximum pour une fréquence déterminée.

Biologie végétale. — **L'influence de la salinité de l'eau sur la germination et la croissance des plantes halophytes,**

par Georges POMA (1),
Docteur en sciences naturelles,
Professeur à l'École normale communale d'Anvers.

Le 13 mars 1913, je constatais, à marée basse, que les pieux de l'estacade de Lillo portaient, parmi des Hydroïdes, de jeunes plantules de Dicotylées. J'en pris quelques-unes et les remis au Jardin botanique de Bruxelles, où elles furent cultivées. C'étaient des *Aster Tripolium*.

Ceci me suggéra l'idée de rechercher comment les graines de plantes de schorre réagissent vis-à-vis de l'eau plus ou moins saumâtre, lors de la germination.

Le 8 mai 1914, je commençais, à l'Institut botanique Leo Errera, une série d'expériences avec les graines suivantes :

1° *Triglochin maritima* (graines récoltées au Jardin botanique d'Anvers, où la plante croît dans l'eau saumâtre);

2° *Glyceria maritima* (graines récoltées par M. le professeur Massart à Nieuport);

3° *Apium graveolens* (idem);

4° *Aster Tripolium* (Jardin botanique d'Anvers);

5° *Salicornia herbacea* (Jardin botanique de Breslau, par l'intermédiaire du Jardin botanique d'Anvers);

6° *Juncus maritimus* (graines récoltées sur le schorre de Santvliet).

Je fis six milieux différents :

1° De l'eau de la distribution de la ville de Bruxelles.

2° Un mélange de $^1/_4$ volume d'eau de mer D : 1.0205 à 18° avec $^3/_4$ d'eau de la ville. Densité du mélange : 1.0045 à 17°.

3° Un mélange de $^2/_4$ volume d'eau de mer et de $^2/_4$ volume d'eau de la ville. Densité du mélange : 1.011 à 17°.

(1) Présenté par M. J. Massart.

4° Un mélange de $^3/_4$ volume d'eau de mer et $^1/_4$ volume d'eau de la ville. Densité du mélange : 1.017 à 17°.

5° De l'eau de mer. Densité : 1.0205.

6° De l'eau de mer concentrée à la moitié de son volume. Densité : 1.041 à 16°5.

Pour faire germer ces graines, je fis usage de petits vases rectangulaires en verre, d'une contenance de 50 centimètres cubes environ, ayant à peu près 3 centimètres de large et 4 centimètres de long. Une étamine, tendue à environ 1 centimètre du bord supérieur du vase et fixée au moyen de lamelles de liège, servait de support aux graines. L'étamine arrivait exactement à la surface de l'eau.

Pour empêcher, autant que possible, l'évaporation et maintenir la concentration des solutions, les petits vases étaient disposés, sur un fond de sable mouillé, dans un grand vase cylindrique en verre, recouvert d'une plaque en verre.

Je disposais donc de six grands vases cylindriques, contenant chacun six petits vases rectangulaires. Le tout était mis dans la serre, les conditions d'éclairage et de température étant identiques, dans les limites du possible.

Le tableau de la page 83 nous démontre les résultats de cette première expérience (commencée le 8 mai 1914).

Remarques. — *Glyceria* et *Salicornia* se sont développés dans les cinq milieux; *Salicornia* est encore très petit : 10 millimètres au maximum.

J'ai mesuré, à $0^{mm}5$ près, les jeunes plantules de *Glyceria maritima*. Voici les moyennes obtenues (sur 10 plantules) :

Milieux.	Longueur tige.	Longueur racine.	Longueur totale.
Eau de ville . .	15.5	24.0	39.5 mm.
$^1/_4$ eau de mer . . .	18.0	20.5	38.5 mm.
$^2/_4$ eau de mer .	9.0	11.5	20.5 mm.
$^3/_4$ eau de mer . . .	6.5	10.5	17.0 mm.
Eau de mer	»	»	4.0 mm.

Observations du 19 mai 1914.

Numéros.	Noms des plantes.	Eau de ville.	1/4 eau de mer 3/4 eau de ville. — D. 1.0045.	2/4 eau de mer 2/4 eau de ville. — D. 1.011.	3/4 eau de mer 1/4 eau de ville. — D. 1.017.	Eau de mer. — D. 1.0205.	Eau de mer concentrée au 1/2 volume. — D. 1.041.
1	*Triglochin maritima* .	Pousse.	Pousse moins bien que dans l'eau de ville.	Pousse moins bien que dans 1/4 d'eau de ville.	—	—	—
2	*Glyceria maritima* .	Id.	Id.	Id.	Pousse moins bien que dans 2/4 d'eau de mer.	Commence à peine.	—
3	*Apium graveolens* .	Id.	—	—	—	—	—
4	*Aster Tripolium.* . .	Id.	Pousse moins bien que dans l'eau de ville.	—	—	—	—
5	*Salicornia herbacea.* .	Id.	Pousse.	Pousse.	Pousse.	Pousse.	—
6	*Juncus maritimus* .	Id.	Commence.	—	—	—	—

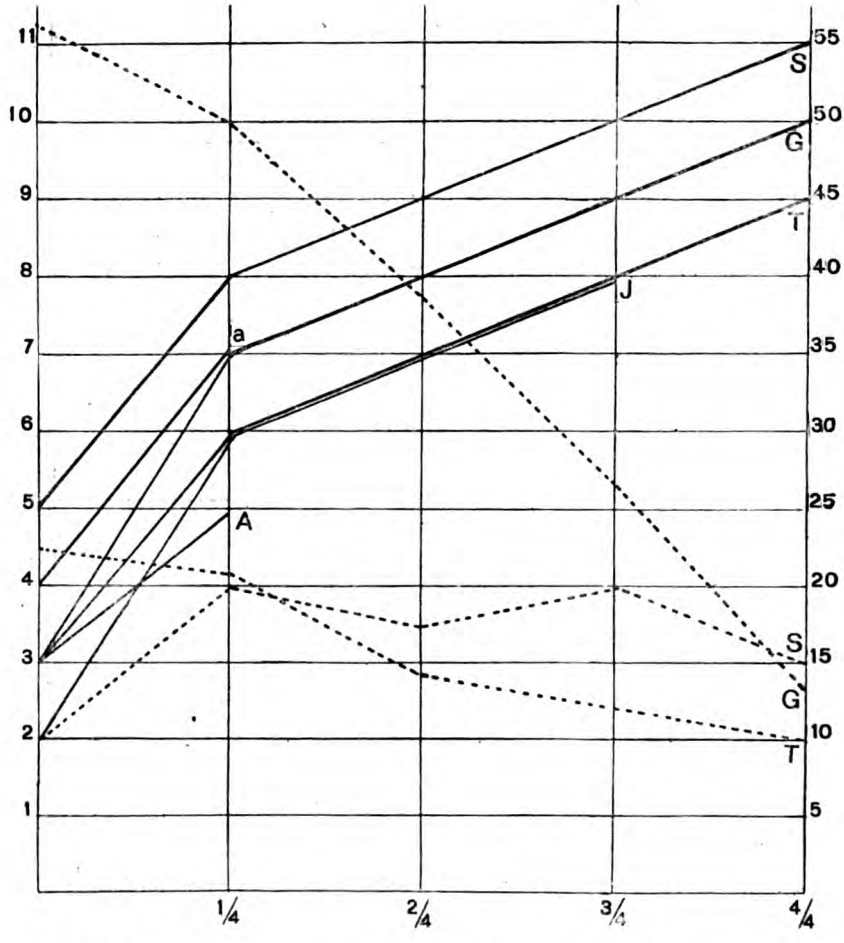


FIG. 1. — L'influence de la salinité sur la turgescence et l'allongement des halophytes.

a. *Aster Tripolium.* — A. *Apium graveolens.* — G. *Glyceria maritima.* — J. *Juncus maritimus.* — S. *Salicornia herbacea.* — T. *Triglochin maritima.*

Les lignes pleines représentent la concentration de la solution qui est nécessaire pour plasmolyser les cellules. La concentration, en dixièmes de mole de NO_3K, est indiquée à gauche du tableau.

Les lignes interrompues représentent les longueurs des plantules. Les nombres, à droite du tableau, indiquent ces longueurs en millimètres.

Les fractions $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$, $^4/_4$ indiquent les proportions d'eau de mer et d'eau douce où les plantes étaient cultivées.

Le 21 mai 1914, je détermine pour *Glyceria maritima* et pour *Salicornia herbacea*, les deux plantes ayant germé dans cinq milieux différents, la pression osmotique dans les divers milieux. J'emploie une solution de KNO_3, un mole dans 1 litre, dont je fais dix concentrations différentes : de $^1/_{10}$ à $^{10}/_{10}$ de mole par litre. En même temps je fais de nouvelles mensurations de la longueur des plantules.

Le tableau de la page 86 nous indique les résultats de ces recherches.

L'avantage de l'eau de ville se maintient donc pour *Glyceria maritima*.

Salicornia herbacea.

(Déterminations du 21 mai 1914.)

Eau de ville.	$^1/_4$ eau de mer.	$^2/_4$ eau de mer.	$^3/_4$ eau de mer.	Eau de mer.
Plasmolyse $^5/_{10}$.	Pl. $^8/_{10}$.	Pl. $^9/_{10}$.	Pl. $^{10}/_{10}$.	Pl. $^{11}/_{10}$.
Longueur totale varie entre 8 et 12 millimètres.	18-22 mm.	14-20 mm.	moyenne 20 mm.	moyenne 15 mm.

La plante ne répond pas de la même manière que *Glyceria maritima* à l'excitation de la concentration. *Salicornia* a le même aspect dans les différents milieux; elle paraît le mieux se développer dans le mélange de $^3/_4$ d'eau de mer et $^1/_4$ d'eau de ville. En tout cas, les mélanges contenant de l'eau de mer ont un avantage marqué.

Le tableau de la page 87 résume l'état des cultures le 21 mai 1914.

Glyceria maritima.

(Déterminations du 21 mai 1914.)

Eau de ville.	1/4 eau de mer.	2/4 eau de mer.	3/4 eau de mer.	Eau de mer.
Plasmolyse 3/10	Plasmolyse 7/10	Plasmolyse 8/10	Plasmolyse 9/10	Plasmolyse 10/10
20.5 + 20 = 40.5 (1)	20.0 + 17.0 = 63.0	16.0 + 24.0 = 40.0	9.0 + 14.5 = 23.5	5.5 + 9.0 = 14.5
26.0 + 19.0 = 45.0	29.0 + 27.0 = 56.0	17.5 + 18.5 = 36.0	10.0 + 16.0 = 26.0	6.0 + 10.0 = 16.0
32.0 + 37.0 = 69.0	21.0 + 22.0 = 43.0	17.0 + 21.0 = 38.0	12.0 + 17.0 = 29.0	3.0 + 7.5 = 10.5
25.0 + 38.5 = 63.5	27.5 + 17.0 = 44.5	17.5 + 20.0 = 37.5		
26.5 + 29.5 = 56.0	27.5 + 22.5 = 50.0	16.0 + 28.0 = 44.0		
27.0 + 32.0 = 59.0	22.0 + 22.0 = 44.0			
24.5 + 29.0 = 53.5	24.0 + 24.5 = 48.5			
29.0 + 35.5 = 64.5				
18.0 + 34.0 = 52.0				
Moyenne : *56.9*	*49.8*	*39.1*	*26.2*	*13.7*

(1) Le premier nombre = longueur de la tige; le second = longueur de la racine.

Observations du 21 mai 1914.

(Expérience commencée le 8 mai 1914.)

Numéros.	Noms des plantes.	Eau de ville.	1/4 eau de mer.	2/4 eau de mer.	3/4 eau de mer.	Eau de mer.	Eau de mer concentrée au 1/2 volume.
1	*Triglochin maritima* . .	Pousse.	Pousse.	Pousse.	Pousse.	—	—
2	*Glyceria maritima* . .	Id.	Id.	Id.	Id.	Pousse.	—
3	*Apium graveolens*	Id.	Id.	—	—	—	—
4	*Aster Tripolium* . .	Id.	Id.	Pousse.	—	—	—
5	*Salicornia herbacea.* . .	Id.	Id.	Id.	Pousse.	Pousse.	—
6	*Juncus maritimus* . . .	Id.	Id.	Id.	Id.	—	—

OBSERVATIONS DU 22 MAI 1913.

Glyceria maritima, dans la solution d'eau de ville, présente le phénomène de guttation.

Aster Tripolium, dans la solution $^3/_4$ d'eau de mer : une graine a commencé à germer.

Juncus maritimus : Quelques graines se sont développées dans la solution d'eau de mer.

Le même jour, 22 mai 1913, je détermine la pression osmotique, au moyen de solutions de KNO_3, dans *Triglochin maritima, Apium graveolens, Juncus maritimus* et *Aster Tripolium.* En même temps les plantes de *Triglochin maritima* sont mesurées.

Voici le résultat de ces déterminations :

Triglochin maritima.

Plasmolyse :

Eau de ville.	$^1/_4$ eau de mer.	$^2/_4$ eau de mer.	$^3/_4$ eau de mer.	Eau de mer.
$^3/_{10}$	$^6/_{10}$	$^7/_{10}$	$^8/_{10}$	$^9/_{10}$

Longueur de la plante *(moyenne) :*

23mm0	20mm8	14mm0	12mm0	10mm0

Graphiquement ces résultats s'expriment comme il est indiqué à la fig. 1, page 84.

Juncus maritimus.

Eau de ville.	$^1/_4$ eau de mer.	$^2/_4$ eau de mer.	$^3/_4$ eau de mer.	Eau de mer.
$^2/_{10}$	$^6/_{10}$	$^7/_{10}$	$^8/_{10}$	»

Les plantules sortent de la graine; elles ont au maximum 1 centimètre de long.

Apium graveolens.

Eau de ville.	$^1/_4$ eau de mer.
$^3/_{10}$	$^5/_{10}$

Longueur de la plante *(moyenne) :*

18mm2	10mm5

Aster Tripolium.

Eau de ville.	$^1/_4$ eau de mer.
$^4/_{10}$	$^7/_{10}$

Observations du 26 mai 1914.

(Expérience commencée le 8 mai 1914.)

Numéros.	Noms des plantes.	Eau de ville.	1/4 eau de mer.	2/4 eau de mer.	3/4 eau de mer.	Eau de mer.	Eau de mer concentrée à 1/2 de son volume.
1	*Triglochin maritima* . . .	Pousse bien.	Pousse bien.	Moins bien.	Moins bien.	Pas bien.	—
2	*Glyceria maritima*	Id.	Id.	Id.	Id.	Id.	—
3	*Apium graveolens*	Assez bien.	Moins bien que dans 1.	—	—	—	—
4	*Aster Tripolium.*	Pas bien.	Bien.	Quelques graines poussent.	Une graine pousse.	—	—
5	*Salicornia herbacea.* . . .	Pousse dans les cinq solutions sans montrer de grandes différences.					
6	*Juncus maritimus*	Pas bien.	Bien.	Moins bien que dans 1/4 eau de mer.	Moins bien que dans 2/4 eau de mer.	Pas bien.	—

Le 29 mai 1914, l'expérience est arrêtée.

A ce moment *Apium graveolens* commençait à germer dans $^{2}/_{4}$ eau de mer : quatre graines montraient une petite pointe verte. Dans $^{3}/_{4}$ eau de mer, il n'y a rien.

Aster Tripolium, dans $^{2}/_{4}$ eau de mer, montrait quelques graines qui commençaient à germer; dans $^{3}/_{4}$ eau de mer, il y avait aussi un commencement de germination. Dans $^{4}/_{4}$ eau de mer, il n'y a rien.

Juncus maritimus avait commencé à germer dans $^{4}/_{4}$ eau de mer, le 22 mai; la croissance est restée jusqu'ici imperceptible.

Dans l'eau de mer concentrée à la moitié de son volume, aucune plante ne germe.

—

Voici le tableau d'ensemble des résultats obtenus pour la plasmolyse (en moles) dans KNO^{3} :

Numéros.	Noms des plantes.	Eau de ville. D. 1	$^{1}/_{4}$ eau de mer D. 1.0045	$^{2}/_{4}$ eau de mer D. 1.011	$^{3}/_{4}$ eau de mer D. 1.017	Eau de mer D. 1.0205
1	*Triglochin maritima* .	$^{3}/_{10}$	$^{6}/_{10}$	$^{7}/_{10}$	$^{8}/_{10}$	$^{9}/_{10}$
2	*Glyceria maritima* . .	$^{3}/_{10}$	$^{7}/_{10}$	$^{8}/_{10}$	$^{9}/_{10}$	$^{10}/_{10}$
3	*Apium graveolens* .	$^{3}/_{10}$	$^{5}/_{10}$	—	—	—
4	*Aster Tripolium* . .	$^{4}/_{10}$	$^{7}/_{10}$	—	—	—
5	*Salicornia herbacea* .	$^{5}/_{10}$	$^{8}/_{10}$	$^{9}/_{10}$	$^{10}/_{10}$	$^{11}/_{10}$
6	*Juncus maritimus* . .	$^{2}/_{10}$	$^{6}/_{10}$	$^{7}/_{10}$	$^{8}/_{10}$	—

Les pressions osmotiques étant exprimées en atmosphères, le tableau devient (1) :

Noms des plantes.	0 atm.	6.04 atm.	11.02 atm.	16.04 atm.	22.13 atm.	Excitant (eau de mer).
Triglochin maritima .	10.08	20.16	23.52	26.88	30.24	Réactions.
Glyceria maritima .	10.08	23.52	26.88	30.24	33.60	
Apium graveolens . .	10.08	16.80	—	—	—	
Aster Tripolium . .	13.44	23.52	—	—	—	
Salicornia herbacea .	16.80	26.88	30.24	33.60	36.96	
Juncus maritimus. .	6.72	20.16	23.52	26.88	—	

On voit alors clairement que, dans leur ensemble, ces résultats répondent à la loi de Weber : « Lorsque l'excitation croît en progression géométrique, la réaction croît en progression arithmétique ».

De cette série d'expériences, il est permis, me semble-t-il, de *conclure :*

1° Toutes les plantes étudiées germent dans l'eau douce.

2° La germination se fait d'autant plus vite que la concentration en eau de mer est plus faible : ceci prouverait qu'il existe un *rapport entre la germination de la plante et la pression osmotique du milieu.*

3° La croissance dépend également de la concentration en eau de mer du milieu. De nouvelles recherches sont nécessaires pour déterminer si une légère quantité d'eau de mer ne favorise pas le développement. Il semble qu'*Aster Tripolium* se développe mieux dans la solution $^1/_4$ eau de mer et *Salicornia* dans $^3/_4$ eau de mer. Pour *Glyceria maritima,* la différence de croissance entre les plantes dans $^1/_4$ eau de mer et celles dans l'eau de ville n'est pas très prononcée.

(1) Voir Note additionnelle, p. 97.

4° *Apium graveolens* et *Aster Tripolium* ne germent pas dans l'eau de mer (1).

5° Aucune plante n'est parvenue à germer, pendant la durée de l'expérience, dans l'eau de mer concentrée à la moitié de son volume.

6° Les plantes étudiées n'ont pas besoin d'eau de mer pour se développer. Leur limitation étroite aux districts littoraux et aux districts des alluvions doit donc être déterminée par d'autres facteurs que la salure de l'eau ou du sol.

7° Les plantes présentent une adaptation remarquable à la pression osmotique du milieu.

Le 29 mai, les graines ayant séjourné dans l'eau de mer concentrée à la moitié de son volume sont mises dans l'eau de ville.

Je constate les choses suivantes :

Le 1er juin, *Triglochin* et *Aster* commencent à germer.

Puis, germent successivement :

Glyceria maritima, le 2 juin;
Salicornia herbacea, le 4 juin;
Juncus maritimus, le 6 juin;
Apium graveolens, le 7 juin.

Ceci démontre donc que *la forte concentration de l'eau de mer n'a pas tué la graine;* au contraire, on peut supposer que la germination avait déjà commencé plus ou moins, puisque la plantule se montre au bout de très peu de jours. Ceci me paraît donc confirmer la conclusion n° 2, page 91, notamment qu'il existe un rapport entre la germination de la plante et la pression osmotique du milieu.

---

(1) Voir plus loin les résultats de l'expérience commencée le 29 mai.

Le 29 mai, j'ai commencé une nouvelle série d'expériences du même genre, pour contrôler, en partie, l'expérience précédente.

J'avais à ma disposition les graines suivantes :

Triglochin maritima.
Aster Tripolium.
Plantago Coronopus.
Atriplex hastata.
Carex distans.
Plantago maritima.
Scirpus maritimus.
Alisma Plantago.
Daucus Carota.
Beta maritima.
Scirpus triqueter.

MILIEUX EMPLOYÉS :

1. Eau de ville.
2. Mélange de $^1/_4$ eau de mer (D. 1.023).
   $^3/_4$ eau de ville.
   Densité du mélange : 1.0065..
3. Mélange de $^2/_4$ eau de mer.
   $^2/_4$ eau de ville.
   Densité du mélange : 1.012.
4. Mélange de $^3/_4$ eau de mer.
   $^1/_4$ eau de ville.
   Densité du mélange : 1.018.
5. Eau de mer, densité : 1.023.
6. De l'eau de mer concentrée (1000 cm³ évaporés à 800 cm³).

Les dispositions sont identiques à celles prises lors de la première expérience.

Chaque jour les graines sont examinées à la loupe, pour déterminer le moment où la jeune plantule se montre.

Le tableau de la page suivante donne le résultat de ces observations.

Noms des plantes.	Eau de ville. 1	1/4 eau de mer 3/4 eau de ville. 2	2/4 eau de mer 2/4 eau de ville. 3	3/4 eau de mer 1/4 eau de ville. 4	Eau de mer. 5	Eau de mer concentrée. 6
	La plantule se montre après :					
Triglochin maritima	6 jours.	6 jours.	7 jours.	10 jours.	16 jours.	16 jours.
Aster Tripolium	6 id.	7 id.	7 id.	10 id.	11 id.	17 id.
Plantago Coronopus	3 id.	3 id.	13 id.	—	—	—
Atriplex hastata	3 id.	4 id.	10 id.	—	—	—
Carex distans	17 id.	19 id.	—	—	—	—
Plantago maritima	3 id.	4 id.	8 id.	13 id.	—	—
Scirpus maritimus	18 id.	—	—	—	—	—
Alisma Plantago	20 id.	—	—	—	—	—
Daucus Carota	4 id.	10 id.	—	—	—	—
Beta maritima	7 id.	7 id.	9 id.	—	—	—
Scirpus triqueter	21 id.	—	—	—	—	—

Ce tableau montre :

1° Que l'eau de mer exerce une influence retardatrice sur la germination; cette influence augmente avec la quantité d'eau de mer employée.

2° La faculté de germer disparaît à une concentration déterminée en eau de mer, concentration qui diffère d'une plante à l'autre.

3° Les plantes d'eau douce, *Alisma Plantago, Scirpus triqueter,* ne germent pas dans la solution à $^1/_4$ eau de mer; *Carex distans* et *Daucus Carota* y germent encore; elles ne germent pas dans la solution à $^2/_4$ eau de mer.

4° *Scirpus maritimus* ne germe pas dans la solution 2. Ceci déroute un peu. Cependant, les graines provenant du Jardin botanique de Bruxelles, il se pourrait que l'habitat de la plante, qui a fourni les graines, eût eu une influence sur celles-ci. Remarquez, dans cet ordre d'idées, la différence entre la germination d'*Aster* dans les deux séries d'expériences.

5° Il est intéressant de constater que le nombre de graines qui germent diminue à mesure que la concentration en eau de mer augmente.

Le 29 juin, j'ai mesuré, à $^1/_2$ millimètre près, la longueur d'un certain nombre de plantes de chaque milieu.

Voici les moyennes trouvées :

Noms des plantes.		2	3	4	5	6
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Triglochin maritima.	40.7	44.5	42.0	24.5	21.0	17.5
Aster Tripolium . .	71 5	73.5	107.0	78.5	3.5	—
Plantago Coronopus	94.0	80.0	41.5	—	—	—
Atriplex hastata	37.5	48.0	—	—	—	—
Carex distans. . .	58.0	43 0	—	—	—	—
Plantago maritima	102.5	95.5	76.0	43.5	—	—
Beta maritima . .	147.0	221.5	158.0	—	—	—

Ainsi donc, lorsqu'on cherche la longueur moyenne des plantes croissant dans plusieurs milieux différents, on constate que ce n'est pas dans l'eau de ville que toutes les espèces se développent le mieux, bien que pour la germination, l'eau douce semble être avantageuse.

Il y a, pour chaque espèce, une concentration optimale en eau de mer : celle-ci est $^1/_4$ eau de mer pour *Triglochin* et *Atriplex;* elle est 0 pour *Carex* et *Plantago Coronopus.*

Pour *Aster Tripolium,* c'est la solution 3, c'est-à-dire $^1/_2$ eau de mer, tandis que *Plantago maritima* se développe également bien dans les solutions 1 et 2.

Le milieu le plus avantageux à la germination ne serait donc pas celui dans lequel la plante se développe le mieux.

Enfin, le même jour, 29 juin, j'ai mesuré les *Aster Tripolium* de la première expérience, lesquels, ayant séjourné dans l'eau de mer concentrée à la moitié de son volume, avaient été mis après dans de l'eau douce. J'ai trouvé une longueur moyenne de $147^{mm}5$, c'est-à-dire une longueur de beaucoup supérieure à celle obtenue à la deuxième expérience (voir p. 95).

Le séjour de la graine dans une solution forte d'eau de mer aurait donc agi comme excitant.

Résumant les principales observations faites pendant l'expérience, on peut conclure :

1° Il y a un rapport entre le pouvoir germinatif des graines et la pression osmotique du milieu, en ce sens qu'une augmentation de pression osmotique augmente la durée de la germination et diminue le nombre de graines qui germent, et que la faculté de germer disparaît à une pression osmotique déterminée, différant avec la graine.

2° Pour la croissance, il y a une pression osmotique optimum différant avec la plante : le milieu le plus avantageux pour la germination n'est pas celui dans lequel la plante se développe le mieux.

3° Les plantes présentent une adaptation remarquable à la pression osmotique du milieu.

4° Le pouvoir germinatif n'est pas supprimé par une pression osmotique très forte (44 atm.). Quand, après un séjour de plusieurs jours dans un pareil milieu, on met les graines dans de l'eau douce, la germination se fait très vite et la croissance de la plante est augmentée.

NOTE ADDITIONNELLE. — *Rapport entre la pression osmotique de l'eau saumâtre et la densité de celle-ci.* (Recherches faites au laboratoire de l'Institut botanique « Leo Errera ».)

Une idée qui vient naturellement à l'esprit quand on se propose d'étudier les plantes des schorres et leur adaptation au milieu dans lequel elles vivent, c'est que la pression osmotique des eaux saumâtres doit être un facteur prépondérant dans la distribution de ces plantes. Nous prévoyions donc que dans le travail que nous allions entreprendre, nous aurions à déterminer souvent la pression osmotique du liquide, qui, à chaque marée haute, se répand sur les slikkes et, à chaque marée de vive eau, sur les schorres.

Notre travail serait singulièrement simplifié si nous pouvions trouver un rapport entre la pression osmotique d'une solution donnée et sa densité, déterminée au densimètre. En effet, ce rapport connu, une simple détermination de densité nous donnerait la pression osmotique.

Dans ce but, nous nous sommes servi de quatre solutions différentes :

a) Eau de mer (1).
b) 3 volumes eau de mer, 1 volume eau distillée.
c) 2 id. id. 2 volumes id.
d) 1 volume id. 3 id. id.

(1) L'eau de mer nous fut envoyée par M. Magnel, qui la prit à Nieuport, à marée haute, en pleine mer. Nous le remercions sincèrement.

Nous avons déterminé la pression osmotique de chacune de ces quatre solutions en prenant les précautions suivantes (1) :

Ne pas abaisser trop la température du mélange réfrigérant;

Refroidir d'abord dans la glace fondante les solutions à employer;

Faire chaque fois deux déterminations de contrôle et prendre la moyenne des trois déterminations;

Faire bouillir d'abord l'eau distillée que l'on emploie pour chasser les gaz qu'elle pourrait avoir éventuellement en solution;

Déterminer, avec une loupe, la hauteur de la colonne de mercure et apprécier les dixièmes de division.

Nous avons déterminé ainsi :

4	fois la pression osmotique de l'eau de mer.					
3	id.	id.	3/4	eau de mer	1/4	eau distillée.
3	id.	id.	2/4	id.	2/4	id.
4	id.	id.	1/4	id.	3/4	id.

Voici les moyennes trouvées :

Eau de mer				22.13	atmosphères.
3/4	eau de mer, 1/4	eau distillée	.	16.44	id.
2/4	id.	2/4	id.	11.02	id.
1/4	id.	3/4	id.	6.04	id.

Ces nombres, exprimés graphiquement, donnent à peu près une ligne droite (fig. 2).

Au moment où nous déterminions la pression osmotique, nous prenions la densité du liquide.

Voici les moyennes trouvées, réduites à 4° C. :

Eau de mer				1.023
3/4	eau de mer, 1/4	eau distillée		1.017
2/4	id.	2/4	id.	1.011
1/4	id	3/4	id.	1.006

(1) D'après *Hamburger, Osmotischer Druck und Ionenlehre.*

Graphiquement, ce résultat s'exprime aussi à peu près par une ligne droite (fig. 2).

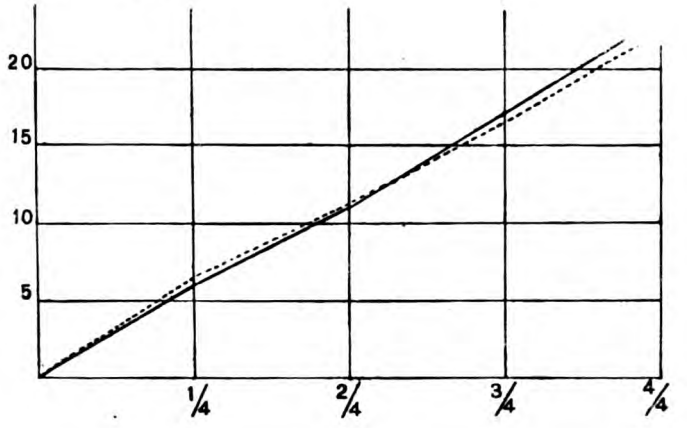


FIG. 2. — *Le rapport entre la pression osmotique de l'eau saumâtre et sa densité.*

Le trait plein représente la densité Les nombres à gauche du tableau indiquent les millièmes de la densité; ainsi 20 signifie D = 1.020; 5 signifie D = 1.005.

Le trait interrompu représente la pression osmotique. Les nombres à gauche du tableau indiquent la pression en atmosphères.

Les fractions $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$ et $^4/_4$ indiquent les proportions d'eau de mer et d'eau distillée.

On constate donc :

a) Pour des solutions contenant $^2/_4$ eau de mer ou moins, les millièmes trouvés pour la densité du liquide, réduit à 4° C, donnent, en atmosphères, la pression du liquide donné;

b) Pour des solutions plus fortes en eau de mer, ces millièmes donnent la pression osmotique du liquide à une atmosphère près.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

De Poorter (*A.*) et *Alliaume* (*M.*). Catalogue des manuscrits mathématiques et astronomiques de la Bibliothèque de Bruges. Bruges, 1922; in-8° (50 p.). [28.619]

Lacroix (*A.*). Déodat Dolomieu. Paris, 1921; 2 vol. in-8° (255-322 pp. portr.). [28 943]

— Minéralogie de Madagascar. Paris, 1922; in-4° (624 p., pl.). [28.944]

Rutot (*A.*). La Vie; ce qu'il faut en savoir. Paris-Bruxelles, 1922; in-32 (265 p.). [28.942]

Van Oye (*Dr Paul*). Beitrag zur Myxophyceen Flora von Java. Dresde, 1922; extr. in-8° (pp. 174-197). [28.620]

— Over de « Träufelspitze » der bladeren op Java. S/V 1921; extr. in-8° (4 p.). [28.621]

Wall (*Frank*). Ophidia Taprobanica or the Snakes of Ceylon. Colombo, 1921; in-16 (581 p., cartes, fig., portr., rel. de l'édit.). [28.941]

Séance du samedi 4 mars 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur;* A. Gilkinet, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, G. Cesàro, Max Lohest, F. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, Paul Stroobant, Ém. Marchal, Pierre Nolf, J. Bordet, Ed. van Aubel, *membres;* G.-A. Boulenger et de Margerie, *associés;* Th. De Donder, A. Brachet, V. Grégoire, M. Dehalu, *correspondants*, et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. L. Crismer, membre; M. Stuyvaert et Paul Fourmarier, correspondants.

M. le Directeur souhaite la bienvenue à M. de Margerie, qui remercie.

CORRESPONDANCE.

L'Université royale de Padoue invite l'Académie à envoyer des délégués à la célébration de son VII[e] centenaire (14 au 17 mai 1922). — M. le Ministre des Sciences et des Arts demande si l'Académie se fera représenter à cette solennité. — La Classe désigne M. G. Cesàro comme délégué.

La Real Sociedad española de Historia natural (Madrid) propose l'échange de publications, éventuellement avec effet rétroactif. — La Classe accepte, dans la mesure du possible.

L'Union des Associations internationales sollicite l'appui de l'Académie pour lui faire conserver sans interruption l'usage de tous ses locaux au Palais du Cinquantenaire.

M. De Donder demande à rentrer en possession de six plis cachetés déposés de 1916 à 1921. — Accordé.

HOMMAGE D'OUVRAGES.

Comparative social traits of various Races, et *Research in Eugenics*, par Ch. Davenport. — Remerciements.

RAPPORTS.

De M. de la Vallée Poussin sur deux travaux de M. van den Bossche : 1° *Établissement d'une formule exacte du pendule;* 2° *Méthode nouvelle de mesure de l'accélération de la pesanteur.* — Conformément aux conclusions du rapporteur, la Classe décide que ces mémoires seront simplement déposés aux archives.

Le cycle du chromosome somatique dans le « Paris quadrifolia », par Pierre Martens; présenté, avec rapport verbal favorable, par M. V. Grégoire. — Impression dans le *Bulletin* de la séance.

PRIX JOSEPH SCHEPKENS.

(Botanique appliquée.)

Règlement adopté par la Classe.

ARTICLE PREMIER. — Un prix de 2,500 francs (sauf variation résultant de modifications du capital ou du revenu) sera attribué tous les trois ans à l'auteur belge du meilleur travail expérimental sur la génétique des végétaux, spécialement des plantes de grande culture.

ART. 2. — Le prix sera décerné par un jury, désigné par la Classe des sciences et composé de deux membres de l'Académie et du professeur de génétique végétale, ou, à son défaut, du professeur de botanique générale de l'Institut agronomique de Gembloux. Les membres du jury seront indemnisés de leurs frais de déplacement; la charge de cette indemnité incombe à la Fondation.

ART. 3. — Le prix pourra éventuellement être divisé. S'il n'est pas décerné, son montant servira à augmenter le capital.

ART. 4. — La proclamation du prix se fera dans la séance publique de la Classe des sciences.

COMMISSION DU 150e ANNIVERSAIRE.

A la demande de M. Fredericq, la Classe désigne pour le remplacer au sein de cette Commission : M. Jean Massart.

TRAVAUX SOUMIS A L'EXAMEN DE LA CLASSE.

Note relative à la théorie de la relativité d'Einstein, par Louis Warnant. — Renvoi à M. Th. De Donder.

La propagation de la lumière dans un champ gravifique, par M. De Jans. — Renvoi à MM. Demoulin et De Donder.

Rapport sur l'organisation d'un office national d'Eugénique, par A. Govaerts, présenté par M. Ch. Davenport, associé. — Renvoi à MM. Bordet, Brachet et Fredericq.

Sur les correspondances rationnelles entre deux surfaces de genre un, par L. Godeaux. — Renvoi à M. J. Neuberg.

Étude sur la génération des cubiques gauches, par M. Casteels. — Renvoi à M. Cl. Servais.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

GÉOMÉTRIE. — **Sur la Géométrie du Tétraèdre**

(Quatrième communication),

par CLÉMENT SERVAIS, membre de l'Académie.

LA SURFACE CUBIQUE DE CAYLEY.

§ I. — *Pentaèdre orthocentrique.*

1. Par un point quelconque ω on mène des plans normaux (*) aux arêtes AB, AC, ..., CD d'un tétraèdre ABCD; ils rencontrent les arêtes opposées en six points T_{ab}, T_{ac}, ..., T_{cd}. Si le point ω appartient à l'hyperboloïde des hauteurs h_a, h_b, h_c, h_d du tétraèdre ABCD, les six points T_{ab}, T_{ac}, ..., T_{cd} sont situés dans un même plan (**).

Les points de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$ *jouissent seuls de cette propriété.*

En effet, si du point ω on abaisse les perpendiculaires a, b, c, d sur les faces du tétraèdre, les plans (ab), (ac), ..., (cd) passent respectivement par les points T_{ab}, T_{ac}, ..., T_{cd} supposés copla-

(*) Le cercle imaginaire à l'infini peut être remplacé par une conique proprement dite quelconque.

(**) *Un groupe de trois Tétraèdres.* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, 1921, p. 61.)

naires. Si le point A_1 est pris sur la droite a, les droites A_1T_{cd}, A_1T_{bd}, A_1T_{bc} coupent respectivement b, c, d aux points B_1, C_1, D_1. La droite B_1C_1 rencontre le plan $(T_{ab}, T_{ac}, \ldots, T_{cd})$ en un point de la droite $T_{cd}T_{bd}$. Ce point situé dans le plan bc est nécessairement T_{ad}. Par analogie les droites B_1D_1, C_1D_1 passent respectivement par les points T_{ac}, T_{ab} et les tétraèdres ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ sont homologiques. Ils sont d'ailleurs orthologiques, et le centre d'orthologie ω correspondant au tétraèdre ABCD est sur l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$.

2. *Pentaèdre orthocentrique.* — Le plan $\sigma_\omega \equiv (T_{ab}T_{ac}, \ldots, T_{ad})$ est l'associé du point ω de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$ relativement au tétraèdre ABCD (*). Par le point ω passent un rayon r et une directrice s du système réglé $(h_a h_b h_c h_d)$; le rayon r est la directrice d'une parabole gauche orthogonale (π_ω) osculatrice aux faces $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ du tétraèdre ABCD. Le plan σ_ω est osculateur à cette parabole et normal à la droite s.

Les cinq plans $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma_\omega$ sont les faces d'un pentaèdre complet; chaque sommet $\alpha\beta\gamma$ de ce solide a une arête opposée $\delta\sigma_\omega$. Les plans menés par les sommets de la face σ_ω normalement aux arêtes opposées se coupent au point ω (1).

Ce point ne varie pas si l'on remplace la face σ_ω par la face δ, car le plan δ osculateur à la parabole orthogonale (π_ω) osculatrice aux faces du tétraèdre $\alpha\beta\gamma\sigma_\omega$ est l'associé d'un point de la directrice r de cette courbe, relativement au tétraèdre $\alpha\beta\gamma\sigma_\omega$. Ce point est visiblement le point ω. Par suite,

Si un pentaèdre $(\alpha\beta\gamma\delta\sigma_\omega)$ est osculateur à une parabole gauche orthogonale (π_ω), les plans menés par les sommets normalement aux arêtes opposées passent par un même point ω, situé sur la directrice r *de cette parabole.*

(*) *Sur la Géométrie du Tétraèdre.* (Bulletin de l'Académie royale de Belgique, 1921, p. 641.)

Ce point ω est l'*orthocentre* du pentaèdre *orthocentrique* $(\alpha\beta\gamma\delta\sigma_\omega)$.

Réciproquement (1),

Un pentaèdre orthocentrique est osculateur à une parabole gauche orthogonale dont la directrice passe par l'orthocentre.

3. La droite joignant un sommet $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$ du pentaèdre orthocentrique $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5)$ à l'orthocentre O est normale à l'arête opposée $\alpha_4\alpha_5$; il existe donc une sphère (O) de centre O telle que le plan polaire du point $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$ passe par la droite $\alpha_4\alpha_5$; cette condition la détermine. L'arête $\alpha_4\alpha_5$ contient trois sommets $(\alpha_1\alpha_4\alpha_5)$, $(\alpha_2\alpha_4\alpha_5)$, $(\alpha_3\alpha_4\alpha_5)$ dont les arêtes opposées $\alpha_2\alpha_3$, $\alpha_3\alpha_1$, $\alpha_1\alpha_2$ passent par le sommet $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$. Le plan polaire du point $(\alpha_1\alpha_4\alpha_5)$ relativement à la sphère (O) contient le point $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$ et passe par la droite $\alpha_2\alpha_3$ normale à la droite joignant les points O et $(\alpha_1\alpha_4\alpha_5)$. Ainsi les plans polaires des sommets $(\alpha_1\alpha_4\alpha_5)$ $(\alpha_2\alpha_4\alpha_5)$ $(\alpha_3\alpha_4\alpha_5)$ relativement à la sphère (O) passent respectivement par les arêtes $\alpha_2\alpha_3$, $\alpha_3\alpha_1$, $\alpha_1\alpha_2$. De proche en proche on voit aisément que les plans polaires des sommets restants jouissent de la même propriété. Ainsi,

Un pentaèdre orthocentrique est autopolaire relativement à une sphère. Le centre de la sphère est l'orthocentre du pentaèdre.

Le mot autopolaire est pris dans ce sens qu'un sommet et l'arête opposée sont deux éléments conjugués par rapport à la sphère (*).

Soient B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 les pôles des faces α_1, α_2, α_3, α_4, α_5 du pentaèdre orthocentrique relativement à sphère (O). La droite B_1B_5 conjuguée à l'arête $\alpha_1\alpha_5$ passe par le sommet opposé $(\alpha_2\alpha_3\alpha_4)$; donc les tétraèdres réciproques $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$, $B_1B_2B_3B_4$ ont pour centre de perspectivité le point B_5. La

(*) P. Serret, *Géométrie de direction*, p. 56. — Th. Reye, *Journal de Crelle*, 1874, p. 269.

sphère (O) est donc l'associée du point O relativement au tétraèdre $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$ (*). Ainsi,

La sphère (O) *conjuguée au pentaèdre orthocentrique* $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5)$ *est l'associée de l'orthocentre* O *relativement à chacun des tétraèdres formés par les faces* α_1, α_2, α_3, α_4, α_5.

Cette sphère est circonscrite à une quadrique de révolution conjuguée au tétraèdre $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$; *la face restante* α_5 *est le plan de contact.*

4. Les plans osculateurs à la parabole gauche orthogonale $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5)$ déterminent dans le plan de l'infini les tangentes à une conique harmoniquement inscrite au cercle imaginaire à l'infini. Cette conique ne varie pas si l'on remplace cette parabole orthogonale par la parabole gauche $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha'_5)$, les plans α_5 et α'_5 étant parallèles. Donc

Un pentaèdre orthocentrique conserve cette propriété après la translation d'une de ses faces. L'orthocentre décrit une perpendiculaire au plan mobile.

Cette droite est une directrice du système réglé des hauteurs du tétraèdre formé par les faces fixes.

5. *Pentagone orthocentrique.* Les plans menés par les arêtes d'un tel pentagone $B_1B_2B_3B_4B_5$ normalement aux faces opposées se coupent en un même point O qui est l'orthocentre du pentagone (**). Les raisonnements corrélatifs de ceux du numéro (3) montrent que l'orthocentre O est le centre d'une sphère (O) conjuguée au pentagone, en ce sens qu'une arête et la face opposée sont deux éléments conjugués par rapport à cette sphère.

La figure réciproque du pentagone relativement à la sphère (O)

(*) *Sur la Géométrie du Tétraèdre.* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, 1921, p. 642.)

(**) Le pentagone $B_1B_2B_3B_4B_5$ du numéro (3) jouit de cette propriété, car il est conjugué à la sphère (O).

est un pentaèdre $(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5)$ conjugué à cette sphère et, par suite, orthocentrique. Les plans α_1, α_2, α_3, α_4, α_5 sont osculateurs à une parabole gauche orthogonale dont la directrice passe par l'orthocentre O. Par conséquent,

Un pentagone orthocentrique $B_1B_2B_3B_4B_5$ *est inscrit dans une hyperbole gauche équilatère passant par l'orthocentre* O.

La sphère (O) *conjuguée au pentagone est l'associée de l'orthocentre* O *relativement à chacun des cinq tétraèdres formés par les points* B_1, B_2, B_3, B_4, B_5.

Cette sphère est circonscrite à une quadrique de révolution conjuguée au tétraèdre $B_1B_2B_3B_4$; *le sommet restant* B_5 *est le pôle de contact.*

6. *Cinq points* B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 *d'une hyperbole gauche équilatère sont les sommets d'un pentagone orthocentrique.*

En effet, le point B_5 appartient à l'hyperboloïde des hauteurs h_1, h_2, h_3, h_4 du tétraèdre $B_1B_2B_3B_4$. La directrice du système réglé $(h_1h_2h_3h_4)$ issue du point B_5 rencontre la courbe en un second point O (*). Ce point est le centre d'une sphère (O) telle que les tétraèdres $B_1B_2B_3B_4$, $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$ réciproques par rapport à cette sphère soient homologiques; le point B_5 est le centre d'homologie; le plan d'homologie α_5, plan polaire de B_5 relativement à la sphère, est osculateur à une parabole gauche orthogonale osculatrice au tétraèdre $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$. Le pentaèdre $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5$ est donc orthocentrique et le pentagone $B_1B_2B_3B_4B_5$ jouit de la même propriété.

Corollaire. — *La droite qui joint l'orthocentre* O *d'un pentagone orthocentrique* $B_1B_2B_3B_4B_5$ *à l'un quelconque des sommets est une directrice du système réglé des hauteurs du tétraèdre formé par les quatre sommets restants.*

(*) *Un groupe de trois Tétraèdres biologiques cayléens.* (Bulletin de l'Académie royale de Belgique, 1921, p. 311.)

7. L'orthocentre du pentagone $B_1B_2B_3B_4O$ inscrit dans l'hyperbole équilatère est le point B_5 (5). Donc

Si O *est l'orthocentre d'un pentagone orthocentrique* $B_1B_2B_3B_4B_5$, *chacun des six points* B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, O *est l'orthocentre du pentagone formé par les cinq points restants.*

On déduit de ce qui précède cette propriété de l'hyperbole gauche équilatère :

Si six points B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, O *d'une hyperbole gauche équilatère sont tels que la droite* B_5O *est une directrice du système réglé formé par les hauteurs du tétraèdre* $B_1B_2B_3B_4$, *chacune des droites joignant deux de ces six points jouit de la même propriété relativement au tétraèdre formé par les quatre points restants.*

§ II. — *Sextiques orthopolaires.*

8. Le lieu des points dont les sphères polaires relatives au tétraèdre ABCD coupent orthogonalement une sphère donnée (ω) est *une surface* Ω *du quatrième ordre;* elle a en commun avec la surface cubique de Cayley les arêtes du tétraèdre et une courbe du sixième ordre Σ_6, lieu des points dont les plans de Simson passent par le centre ω de la sphère. La courbe Σ_6 est la *sextique orthopolaire* du point ω (III, 20) (*).

Un point ω de l'hyperboloïde des hauteurs h_a, h_b, h_c, h_d du tétraèdre ABCD est associé à un plan σ_ω et à une sphère (ω) (**). Les tétraèdres ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ réciproques par rapport à cette sphère sont homologiques; les intersections $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$ des faces homologues de ces tétraèdres sont situées dans le plan

(*) Le renvoi (III, 20) indique le numéro (20) de la troisième communication *Sur la Géométrie du Tétraèdre.* (Bulletin de l'Academie royale de Belgique, février, 1922, p. 62.)

(**) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique,* 1921, p. 642.

d'homologie σ_ω et sur la surface Ω correspondant à cette sphère (ω) (III, 17).

Ces droites $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$, $\gamma\gamma_1$, $\delta\delta_1$, et les arêtes du tétraèdre ABCD sont les arêtes du pentaèdre complet formé par les plans $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma_\omega)$. Ce pentaèdre est orthocentrique (2); le point ω est l'orthocentre. Ainsi,

La surface Ω du quatrième ordre, correspondant à la sphère (ω) associée au point ω de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$, passe par les arêtes d'un pentaèdre complet orthocentrique dont l'orthocentre est le point ω.

Ce pentaèdre est formé par les faces α, β, γ, δ du tétraèdre ABCD *et le plan σ_ω associé au point ω relativement à ce tétraèdre.*

Réciproquement, *Si la surface Ω correspondant à une sphère (ω) passe par les arêtes du pentaèdre complet $(\alpha\beta\gamma\delta\sigma)$, la sphère (ω) et le plan σ sont associés à un même point ω de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$* (1).

9. Le plan σ_ω rencontre les arêtes du tétraèdre ABCD aux points T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}, T_{bc}, T_{bd}, T_{cd} (1) situés sur la sextique orthopolaire du point ω (III, 21). Ainsi,

La sextique orthopolaire Σ_6 d'un point ω de l'hyperboloïde des hauteurs $(h_a h_b h_c h_d)$ rencontre une troisième fois les arêtes du tétraèdre ABCD *en six points T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}, T_{bc}, T_{bd}, T_{cd}, situés dans un même plan et réciproquement.*

Ce plan σ_ω est osculateur à la parabole gauche orthogonale (π_ω) osculatrice aux faces du tétraèdre ABCD *et dont la directrice est le rayon du système réglé $(h_a h_b h_c h_d)$ issu du point ω.*

10. La perpendiculaire menée à la face α du tétraèdre ABCD par l'orthocentre du triangle BCD est une directrice du système réglé $(h_a h_b h_c h_d)$; elle rencontre la directrice de la parabole gauche orthogonale (π_ω) en un point ω associé au

plan BCD. Pour cette position spéciale du point ω, la droite qui joint les points T_{ab}, T_{ac}, T_{ad} est tangente à la parabole (π_ω) et l'on a

$$T_{cd} \equiv B, \qquad T_{bd} \equiv C, \qquad T_{bc} \equiv D.$$

Par conséquent,

La sextique orthopolaire d'un point ω *de l'axe du cercle conjugué au triangle* BCD *est tangente aux arêtes* AB, AC, AD *du tétraèdre* ABCD, *respectivement aux points* B, C, D.

La trisécante $T_{ab}\,T_{ac}\,T_{ad}$ *de la courbe est tangente à la parabole orthogonale osculatrice aux faces du tétraèdre* ABCD *et dont la directrice passe par le point* ω.

Le cercle conjugué au triangle BCD est une quadrique de révolution dégénérée Σ conjuguée au tétraèdre ABCD; il est donc situé sur la sphère (ω) associée au point ω et circonscrite à Σ. Le plan polaire du point A relativement à cette sphère passe par la droite $T_{ab}\,T_{ac}\,T_{ac}$ (3). De cette remarque et de la détermination du plan associé d'un point de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$ (1) résulte cette propriété de la parabole gauche orthogonale.

La tangente à une parabole gauche orthogonale située dans la face BCD *d'un tétraèdre* ABCD *osculateur à la courbe rencontre les droites* CD, DB, BC *respectivement aux points* T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}. *Les plans menés par ces points normaux respectivement aux arêtes* AB, AC, AD *du tétraèdre* ABCD *se coupent en un point* ω *de la directrice de la parabole, situé sur l'axe du cercle conjugué au triangle* BCD.

Le point A *et la tangente* $T_{ab}T_{ac}T_{a1}$ *sont conjugués relativement à la sphère de centre* ω, *passant par ce cercle.*

11. Les plans osculateurs à toutes les paraboles gauches orthogonales, osculatrices aux faces du tétraèdre ABCD, sont tangents à une même conique Σ_∞ du plan de l'infini. Cette courbe est une conique du *complexe tétraédral* (T) *défini par le tétraèdre fondamental* ABCD *et le rapport anharmonique*

$(h_a h_b h_c h_d)$ des hauteurs de ce tétraèdre (*). Les transformées isogonales des tangentes t de Σ_∞ sont les *cubiques gauches* (τ) *du complexe* (T) *situées sur la surface de Cayley*. Ces courbes gauches sont tangentes à la transformée isogonale de Σ_∞; cette transformée est *la courbe asymptotique* Δ *de la surface de Cayley, appartenant au complexe* (T) (**).

Le pôle T d'une tangente t relativement au cercle imaginaire à l'infini appartient à l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$; les plans de Simson des points de la cubique gauche (τ), transformée de t, passent par les points T. Par conséquent,

Les points de la surface de Cayley, dont les plans de Simson sont parallèles à une génératrice donnée de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$, *sont situés sur une cubique gauche du complexe tétraédral* (T).

12. La congruence Γ (III, 10), quand le point ω est sur l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$, renferme toutes les droites du plan τ_ω (8). Il y a lieu de les exclure de cette congruence, qui devient ainsi de première classe. Ses rayons sont alors les axes de la parabole gauche orthogonale (π_ω) osculatrice aux faces du tétraèdre ABCD et dont la directrice passe par le point ω (***). Par suite (III, 26),

Les trisécantes de la sextique orthopolaire Σ_6 *d'un point* ω *de l'hyperboloïde* $(h_a h_b h_c h_d)$ *sont des axes de la parabole gauche orthogonale* (π_ω) *osculatrice aux faces du tétraèdre* ABCD *et dont la directrice passe par le point* ω.

Corollaire. — Les trisécantes des sextiques orthopolaires des points ω de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$ sont les rayons du complexe tétraédral (T), défini par le tétraèdre ABCD et le rapport anharmonique $(h_a h_b h_c h_d)$.

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1921, p. 645.

(**) Laguerre, *Bulletin de la Société mathématique de France*, 1872. (Œuvres, t. II, p. 322.)

(***) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1921, p. 651.

13. Un point A_1 de la sextique orthopolaire (9) est le sommet d'un cône du complexe tétraédral (T) perspectif à deux cubiques gauches (τ_1), (τ_2) de la surface de Cayley (11). Les trisécantes de la sextique issues du point A_1 sont des génératrices de ce cône (coroll. 12); elles rencontrent une seconde fois la courbe (τ_1) aux points B_1, C_1, D_1, et la courbe (τ_2) aux points B_2, C_2, D_2.

Les tétraèdres ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ inscrits dans la courbe (τ_1) sont osculateurs à une même cubique gauche qui est visiblement la parabole gauche orthogonale (π_ω) (12). Les plans $B_1C_1D_1$, $B_2C_2D_2$ sont donc osculateurs à cette parabole et elle a pour axes les droites

$$C_1D_1, \quad C_2D_2, \quad D_1B_1, \quad D_2B_2, \quad B_1C_1, \quad B_2C_2.$$

Ce sont des trisécantes de la sextique orthopolaire (12), et les points

$$B_3 \equiv (C_1D_1, C_2D_2), \quad C_3 \equiv (D_1B_1, D_2B_2), \quad D_3 \equiv (B_1C_1, B_2C_2)$$

sont situés sur cette courbe (III, 28). Cette dernière est donc circonscrite au pentaèdre complet orthocentrique qui a pour sommets les dix points

$$A_1, \quad B_1, \quad C_1, \quad D_1, \quad B_2, \quad C_2, \quad D_2, \quad B_3, \quad C_3, \quad D_3.$$

Par conséquent,

Il existe une infinité simple de pentaèdres complets orthocentriques inscrits dans la sextique orthopolaire d'un point ω *de l'hyperboloïde* $(h_a h_b h_c h_d)$*; ils sont osculateurs à la parabole gauche orthogonale* (π_ω) *osculatrice aux faces du tétraèdre* ABCD *et dont la directrice passe par le point* ω.

Les plans osculateurs à cette parabole jouissent seuls de la

propriété de rencontrer la sextique orthopolaire aux sommets d'un quadrilatère complet (12) (*).

Corollaire. — La surface cubique de Cayley relative au tétraèdre ABCD est circonscrite à une triple infinité de pentaèdres complets orthocentriques dont les orthocentres sont les points de l'hyperboloïde des hauteurs du tétraèdre.

Les plans de Simson des sommets de l'un quelconque de ces pentaèdres se coupent en un même point de cet hyperboloïde.

14. Les ternes d'axes des paraboles gauches orthogonales (11) issus du point A_1 forment sur le cône (A_1) (13) une involution cubique du premier rang; les ternes $B_1C_1D_1$ qu'ils déterminent sur la cubique gauche (τ_1) (13) appartiennent à une involution analogue et les plans $B_1C_1D_1$ passent par une même droite nécessairement tangente à la conique Σ_∞ (11); car le plan $B_1C_1D_1$ (13) est osculateur à la parabole gauche orthogonale (π_ω) et tangent à cette conique Σ_∞. Les plans $B_1C_1D_1$ sont donc parallèles.

Leur droite commune à l'infini est la conjuguée isogonale t_2 de la seconde cubique gauche (τ_2) (13) intersection du cône (A_1) et de la surface de Cayley.

En effet, les droites A_1B_1, A_1C_1, A_1D_1 rencontrent la cubique (τ_2) aux points B_2, C_2, D_2 et les points d'intersection B_3, C_3, D_3 des côtés homologues des triangles perspectifs $B_1C_1D_1$, $B_2C_2D_2$ sont sur la surface de Cayley. Lorsque la parabole gauche orthogonale (π_ω) (13) varie, les plans des triangles $B_2C_2D_2$ sont aussi parallèles; leur faisceau contient le plan à l'infini; ce dernier coupe (τ_2) aux points B_∞, C_∞, D_∞, dont les conjugués isogonaux B'_∞, C'_∞, D'_∞ sont sur la droite t_2.

(*) Ces sextiques orthopolaires rentrent dans la variété des courbes gauches du sixième ordre et de genre trois, étudiées par M. Schur. (*Math. Annalen*, t. XVIII, 1881, p. 23.)

Les points (B_∞, B'_∞), (C_∞, C'_∞), (D_∞, D'_∞) sont les sommets opposés d'un quadrilatère complet. Les droites A_1B_∞, A_1C_∞, A_1D_∞ rencontrent la cubique gauche (τ_1) aux sommets d'un triangle du groupe $(B_1C_1D_1)$ dont les côtés passent respectivement par les points B'_∞, C'_∞, D'_∞ ; la droite t_2 est donc l'axe des plans $B_1C_1D_1$. Ainsi,

Deux cubiques gauches (τ_1), (τ_2) *de la surface cubique de Cayley appartenant au complexe tétraédral* (T) (11) *passent par un point* A_1 *de cette surface. Les axes de l'une quelconque des paraboles gauches orthogonales osculatrices aux faces du tétraèdre* ABCD, *issus de ce point* A_1 *rencontrent la courbe* (τ_1) *en trois points* B_1, C_1, D_1 *tels que le plan* $B_1C_1D_1$ *passe par la conjuguée isogonale* t_2 *de la courbe* (τ_2).

15. Les plans de Simson des quatre points A_1, B_1, C_1, D_1 (13) passent par le point ω ; ils sont parallèles à une même génératrice de l'hyperboloïde $(h_a\,h_b\,h_c\,h_d)$ (11) et forment un faisceau. Les points A_1, B_1, C_1, D_1 sont donc les sommets d'un quadruple sur la surface de Cayley et sur la sextique orthopolaire du point ω.

Les conjugués isogonaux A'_1, B'_1, C'_1, D'_1 des points A_1, B_1, C_1, D_1 sont sur la droite à l'infini t_1 du plan $B_2C_2D_2$ (14), et les plans de Simson de A_1, B_1, C_1, D_1 passent par le pôle de la droite t_1 relativement au cercle imaginaire à l'infini. L'axe du faisceau de ces plans est donc normal au plan $B_2C_2D_2$, et, par conséquent,

Les sommets de chacun des cinq tétraèdres formés par les faces d'un pentaèdre complet orthocentrique

$$A_1,\ B_1,\ C_1,\ D_1,\ B_2,\ C_2,\ D_2,\ B_3,\ C_3,\ D_3,$$

inscrit dans la surface cubique de Cayley, forment un quadruple sur la surface et sur la sextique orthopolaire circonscrite à ce pentaèdre.

L'axe du faisceau des plans de Simson de l'un quelconque de ces cinq tétraèdres est normal à la face restante du pentaèdre considéré.

Le point A_1 est un sommet commun aux deux tétraèdres $A_1B_1C_1D_1$, $A_1B_2C_2D_2$; le plan de Simson correspondant à ce point est donc normal aux plans $B_1C_1D_1$, $B_2C_2D_2$ et à leur intersection $B_3C_3D_3$ qui est l'arête du pentaèdre opposée au sommet A_1. Ainsi,

Les plans de Simson des sommets

$$A_1,\ B_1,\ C_1,\ D_1,\ B_2,\ C_2,\ D_2,\ B_3\ C_3,\ D_3$$

d'un pentaèdre complet orthocentrique inscrit dans la surface de Cayley sont normaux respectivement aux arêtes opposées de ce solide.

Corollaire. Une arête quelconque d'un pentaèdre complet orthocentrique inscrit dans la surface de Cayley passe par le conjugué isogonal du sommet opposé.

16. Un plan σ osculateur à l'une quelconque (π_ω) des paraboles gauches orthogonales osculatrices aux faces du tétraèdre ABCD coupe les faces de ce tétraèdre suivant un quadrilatère dont les sommets opposés sont des couples de points correspondants du genre (G) de la section Σ_3 faite dans la surface de Cayley par le plan σ. Parmi les quadrilatères complets inscrits dans la cubique Σ_3 et dont les sommets opposés sont des couples de points correspondants du genre (G), il y en a une infinité simple circonscrits à la conique (σ) de la développable ayant pour arête de rebroussement la parabole gauche (π_ω). On déduit du numéro (13) la propriété suivante :

Les plans de Simson des sommets de l'un quelconque (Q) *de ces quadrilatères complets passent par un même point de l'hyperboloïde* $(h_a h_b h_c h_d)$.

Si le quadrilatère (Q) *varie, ce point décrit la directrice de la parabole gauche orthogonale* (π_ω).

Les axes de cette parabole gauche extérieurs au plan σ *et passant par les sommets du quadrilatère* (Q) *sont les arêtes d'un tétraèdre inscrit dans la surface cubique de Cayley.*

17. Si le point A_1 (13) appartient à la courbe asymptotique Δ de la surface de Cayley (11), les cubiques gauches (τ_1), (τ_2) coïncident et l'on a

$$B_1 \equiv B_2, \qquad C_1 \equiv C_2, \qquad D_1 \equiv D_2;$$

la droite $B_3C_3D_3$ (13) est alors une tangente à la parabole (π_ω). Donc (15)

Les axes d'une parabole gauche orthogonale (π_ω) *osculatrice aux faces du tétraèdre* ABCD, *menés par un point quelconque* A_1 *de l'asymptotique* Δ *de la surface de Cayley, sont tangents à cette surface aux points* B_1, C_1, D_1.

Les plans de Simson des sommets du triangle $B_1C_1D_1$ *sont normaux aux côtés opposés.*

Le plan de Simson du point A_1 *est normal à la tangente à la parabole* (π_ω) *située dans le plan osculateur* $B_1C_1D_1$.

Ces quatre plans de Simson forment un faisceau.

18. La surface (Ω) (8) rencontre la conique Σ_∞ (11) en huit points dont les conjugués isogonaux sont communs à la courbe asymptotique Δ (11) et à la sextique orthopolaire du point ω. Par suite,

La sextique orthopolaire Σ_6 *d'un point* ω *de la directrice d'une parabole gauche orthogonale* (π_ω) *osculatrice aux faces du tétraèdre* ABCD *a huit trisécantes tangentes à cette parabole.*

Le plan osculateur à la courbe (π_ω) *passant par l'une quelconque d'entre elles rencontre la sextique en trois points extérieurs à la trisécante; les tangentes à la sextique* Σ_6 *en ces points concourent en un point de* Σ_6, *appartenant à l'asymptotique* (Δ).

19. Lorsque le point ω appartient à l'hyperboloïde des hauteurs $(h_a h_b h_c h_d)$, on a vu que les systèmes $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ ont un plan directeur tangent à la conique Σ_∞ (*). La tangente à Σ_∞ déterminée par ce plan directeur rencontre les faces du tétraèdre ABCD aux points A', B', C', D' de la surface Ω. A la droite A'B'C'D' correspond dans la transformation isogonale une cubique gauche de la surface de Cayley tangente aux points A, B, C, D à la sextique orthopolaire du point ω. Ainsi,

La sextique orthopolaire d'un point ω de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$ *est tangente aux sommets du tétraèdre* ABCD *à une cubique gauche de la surface cubique de Cayley et réciproquement.*

Cette cubique est tangente à l'asymptotique (Δ).

Si le point ω décrit la directrice du système réglé $(h_a h_b h_c h_d)$ les points A', B', C', D' ne varient pas. Donc

Les sextiques orthopolaires des points ω d'une directrice du système réglé $(h_a h_b h_c h_d)$ *sont tangentes entre elles aux sommets du tétraèdre* ABCD.

Les plans $(T_{ab} T_{ac} T_{ad} T_{bc} T_{bd} T_{cd})$ (9) *relatifs à chacune d'elles sont parallèles. Ce faisceau de plans est projectif à la ponctuelle* (ω).

20. Les sextiques orthopolaires Σ_6 des points ω de la directrice r de la parabole gauche orthogonale (π_ω) (13) forment un faisceau (Σ_6) (III, 30); elles ont un quadruple commun MNPQ dont les plans de Simson passent par la droite r. Du point M on déduit (13) un pentaèdre complet inscrit dans chacune des courbes du faisceau (Σ_6). Les plans de Simson des sommets à distance finie de ce pentaèdre passent par la droite r; ces som-

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1921, p. 650.

mets sont nécessairement M, N, P, Q et les six autres sont à l'infini. Ainsi,

Les sextiques orthopolaires des points ω *d'un rayon* r *du système réglé* ($h_a h_b h_c h_d$) *sont circonscrites à un même pentaèdre complet dont une face est à l'infini.*

Les plans ($T_{ab} T_{ac} T_{ad} T_{bc} T_{bd} T_{cd}$) (9) *relatifs à chacune d'elles sont osculateurs à une même parabole gauche orthogonale* (π_ω) *osculatrice aux faces du tétraèdre* ABCD *et ayant pour directrice le rayon* r.

Ce faisceau du troisième ordre est projectif à la ponctuelle (ω).

21. Par un point ω de la hauteur h_a du tétraèdre ABCD passe une directrice s du système réglé ($h_a h_b h_c h_d$); elle rencontre la face BCD en un point S conjugué du point ω relativement aux foyers singuliers de la quadrique Σ conjuguée au tétraèdre ABCD, et ayant pour axe de révolution la directrice s. Le plan polaire σ du point S relativement à Σ est le plan associé du point ω; il passe par le point A; il coupe les côtés CD, DB, BC du triangle BCD aux points T_{ab}, T_{ac}, T_{ad}; il est le plan de contact de la sphère (O) de centre ω circonscrite à la quadrique Σ. Cette sphère est l'associée du point ω. Le point A est le pôle du plan BCD relativement à la sphère (O); par suite, la sphère podaire d'un point quelconque du plan BCD coupe orthogonalement la sphère (O). La surface Ω lieu des points dont les sphères podaires coupent orthogonalement la sphère (O) se compose donc du plan BCD et d'une surface du troisième ordre Ω_3.

Le plan σ est le plan d'homologie du tétraèdre ABCD et de son réciproque relativement à la sphère (O) (*); les plans polaires des points B, C, D relativement à cette sphère passent donc respectivement par les droites AT_{ab}, AT_{ac}, AT_{ad}. Ces dernières sont sur la surface Ω_3, ainsi que les arêtes AB, AC,

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique,* 1921, p. 642.

AD (III, 17), ce qui exige que cette surface soit un cône de sommet A. Par conséquent,

La surface Ω *lieu des points dont les sphères podaires coupent orthogonalement la sphère associée d'un point* ω *de la hauteur* h_a *du tétraèdre* ABCD *se compose de la face* BCD *et d'un cône du troisième ordre* Ω_3 *ayant pour génératrices les droites* AB, AC, AD.

Le plan σ *associé du point choisi* ω *coupe le cône* Ω_3 *suivant trois génératrices* AT_{ab}, AT_{ac}, AT_{ad} *qui s'appuient respectivement sur les arêtes* CD, DB, BC *du tétraèdre.*

22. Le plan σ (21) normal à la génératrice *s* de l'hyperboloïde $(h_a h_b h_c h_d)$ est tangent à la conique Σ_∞ (11) et au cône (A) de sommet A perspectif à cette conique.

Les faces homologues des tétraèdres ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ réciproques relativement à une sphère quelconque (ω) concentrique à la sphère (O) (21) se coupent suivant les rayons $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ d'un système réglé ayant pour plan directeur le plan σ (21). Le cône (A) est circonscrit à ce paraboloïde hyperbolique et une directrice quelconque *l* du système réglé $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ est tangente au cône (A) et parallèle au plan BCD qui contient le rayon $\alpha\alpha_1$ à l'infini de ce système. En particulier la directrice *l* située dans le plan $(A, \alpha\alpha_1)$ tangent au cône (A) est parallèle à la génératrice de contact; car le point à l'infini de cette génératrice est le point de contact du plan $(A, \alpha\alpha_1)$ et du paraboloïde.

Si les sphères (ω) et (O) sont identiques on a (21)

$$\beta\beta_1 \equiv AT_{ab}, \qquad \gamma\gamma_1 \equiv AT_{ac}, \qquad \delta\delta_1 \equiv AT_{ad},$$

et la droite $\alpha\alpha_1$ est indéterminée dans le plan BCD. Les droites de la gerbe A ou du système plan σ appartiennent à la congruence (III, 10) relative à la position choisie pour le point ω sur la hauteur h_a. Leur exclusion fait que

L'ensemble des directrices l des systèmes réglés proprement

dits $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ *est une congruence* Γ *du second ordre et de la première classe, lorsque le point* ω *est sur la hauteur* h_a *du tétraèdre* ABCD.

Le plan (A, $\alpha\alpha_1$) *mené par le sommet* A *parallèlement à la face opposée* BCD *et les plans* ABC, ADB, ABC *sont tangents à un cône quadratique* (A) *harmoniquement inscrit au cercle imaginaire à l'infini. Les plans* τ *tangents à ce cône déterminent sur la droite à l'infini de la face* BCD *une ponctuelle* (T) *projective au faisceau* (τ). *Les faisceaux de droites ayant pour sommets les points* T *et pour supports les plans* τ *correspondants engendrent la congruence* Γ.

Ces droites et celles de la gerbe A *forment l'ensemble des droites qui coupent les faces* ACD, ADB, ABC *en trois points* B', C', D' *tels que les sphères décrites sur les segments* BB', CC', DD' *comme diamètres aient pour axe radical la hauteur* h_a *du tétraèdre.*

Les droites de la congruence Γ *appartiennent au complexe tétraédral* (T) (11).

23. Le cône Ω_3 et la surface cubique de Cayley ont en commun les droites AB, AC, AD et la sextique orthopolaire du point ω de la hauteur h_a. Cette courbe est circonscrite au quadrilatère complet $BCDT_{ab}T_{ac}T_{ad}$ et a pour point triple le point A. Les droites s, s' de la congruence Γ issues d'un point S de la courbe Σ_6 et la droite SA sont les trois trisécantes passant par ce point (III, 26). Les trisécantes s, s' coupent Σ_6 aux points (S, S_1, S_2), (S, S'_1, S'_2) ; le plan (s, s') rencontre le cône (A), le tétraèdre ABCD, la surface cubique de Cayley suivant une conique (σ), un quadrilatère complet et une cubique Σ_3 ; les sommets opposés de ce quadrilatère sont des points correspondants du genre (G) de la courbe Σ_3. Les droites projetant du point S les points correspondants du genre (G) forment une involution ; d'après le théorème de Desargues les droites s, s', tangentes à la conique (σ) sont conjuguées dans

cette involution; les points (S_1, S'_1), (S_2, S'_2) sont donc correspondants du genre (G) et les droites $S_1S'_2$, $S_2S'_1$ se coupent en un point S' de Σ_3 correspondant de S.

La droite $S'S_1S'_2$ parallèle au plan BCD est tangente à la conique (σ) et au cône (A); elle appartient à la congruence Γ; elle rencontre les faces du tétraèdre en des points dont les sphères podaires ont pour axe radical la hauteur h_a; les plans de Simson des points S_1, S'_2 passent par le point ω; celui du point S' jouira donc de la même propriété et le point S' appartient à la sextique orthopolaire Σ_6. Par conséquent,

Les plans α' parallèles au plan $\alpha \equiv$ BCD coupent la sextique orthopolaire d'un point ω de la hauteur h_a aux sommets d'un quadrilatère complet; ils jouissent seuls de cette propriété.

Ces quadrilatères sont circonscrits au cône (A) (**22**) *et projetés du sommet* A *suivant une involution du quatrième ordre et du premier rang projective au faisceau des plans α'.*

24. Ces formes projectives sont coupées par une tangente quelconque au cône (A) suivant une involution et une ponctuelle projectives ayant cinq éléments doubles; donc les côtés des quadrilatères (**23**) engendrent une surface du cinquième ordre qui admet la sextique Σ_6 comme courbe nodale. Ainsi,

Les trisécantes de la sextique orthopolaire d'un point ω de la hauteur h_a forment deux groupes distincts : celles du premier groupe sont les génératrices du cône du troisième ordre Ω_3; celles du second groupe sont parallèles au plan BCD *et tangentes au cône* (A) (**22**); *elles sont les génératrices d'une surface du cinquième ordre dont la sextique est une courbe nodale.*

25. L'involution du quatrième ordre et du premier rang (**23**) a six éléments doubles. Le quaterne dont l'un d'eux fait partie est coupé par le plan correspondant α' (**23**) suivant trois trisécantes : SS_1S_2 section de l'élément double; $S'S_1S_1$, $S'S_2S_2$ sections des deux autres éléments du quaterne con-

sidéré. Le point S appartient au cône (A); le point S′ est situé sur la courbe asymptotique Δ (11) de la surface cubique de Cayley; car les droites $S'S_1$, $S'S_2$ tangentes à cette surface aux points S_1, S_2 appartiennent au complexe tétraédral (T) (22). Ainsi,

La sextique orthopolaire Σ_6 *d'un point* ω *de la hauteur* h_a *rencontre le cône* (A) *en six points* S *distincts du sommet* A. *La trisécante du second groupe* (24) *issue d'un point* S *rencontre la sextique en deux points* S_1, S_2 *tels que les tangentes à la courbe en ces points se coupent en un point* S′ *commun à* Σ_6 *et à la courbe asymptotique* Δ (11) *de la surface de Cayley* (*).

26. Les trisécantes du second groupe de la sextique orthopolaire du point ω forment une infinité simple de quadruples hyperboloïdiques (d_1, d_2, d_3, d_4) (III, 25).

Chacun de ces quadruples est tangent au cône (A) *en quatre points situés dans un même plan.*

Car d_1, d_2, d_3, d_4 sont des génératrices d'un même paraboloïde hyperbolique $(\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1, \delta\delta_1)$ (22), et leurs points de contact avec le cône (A) circonscrit à ce paraboloïde sont dans le plan polaire de A.

27. On considère un pentaèdre quelconque; les surfaces de Cayley relatives aux cinq tétraèdres (T) formés par les faces de ce solide ont une sextique commune Φ circonscrite au pentaèdre; elle est le lieu des foyers des paraboloïdes de révolution inscrits au pentaèdre. Le lieu (F) des foyers des quadriques de révolution inscrites au pentaèdre passe par les dix arêtes et la sextique Φ; il coupe donc l'une des surfaces de Cayley suivant une courbe du douzième ordre et est lui-même du quatrième ordre (**). Dans le cas d'un pentaèdre orthocentrique, la surface

(*) On peut démontrer cette propriété sans utiliser l'involution.

(**) GEISER, *Journal de Crelle*, t. LXIX, p. 197.

(F) et la surface Ω (8) relative à l'un des tétraèdres (T) et à la sphère conjuguée au pentaèdre ont en commun les dix arêtes de ce pentaèdre et une sextique ω_6. Par suite,

Le lieu des points dont les projections orthogonales sur les faces d'un pentaèdre orthocentrique sont sur une même sphère coupant orthogonalement la sphère conjuguée est une courbe gauche du sixième ordre circonscrite au pentaèdre.

La courbe ω_6 passe par les quatre points doubles de la surface de Cayley relative à l'un des tétraèdres (T) et la coupe en dix autres points parmi lesquels les six sommets restants du pentaèdre. Par conséquent,

Il existe quatre points jouissant de la propriété que les projections orthogonales de l'un quelconque sur les faces d'un pentaèdre orthocentrique sont dans un même plan passant par l'orthocentre.

28. *Un tétraèdre* ABCD *et le rapport anharmonique des hauteurs* $(h_a h_b h_c h_d)$ *définissent un complexe tétraédral; un rayon de ce complexe rencontre la surface de Cayley en trois points dont les plans de Simson se coupent sur l'hyperboloïde* $(h_a h_b h_c h_d)$.

Car ce rayon est un axe d'une parabole gauche orthogonale osculatrice aux faces du tétraèdre ABCD et les sphères podaires de ses points coupent orthogonalement une sphère dont le centre est sur la directrice de la parabole (*). Cette directrice est d'ailleurs un rayon du système réglé $(h_a\ h_b\ h_c\ h_d)$.

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1921, pp. 644-645.

Biologie végétale. - **Le cycle du chromosome somatique dans le « Paris quadrifolia »,**

par Pierre MARTENS,
Assistant de botanique à l'Université de Louvain (1).

Une étude approfondie des cinèses somatiques dans le *Paris quadrifolia* nous a amené à modifier ou à préciser la description et l'interprétation d'un certain nombre de points importants : *structure* du chromosome somatique aux divers stades de son évolution, *vrai moment* de sa division, *mécanisme* de ce phénomène. Nous voudrions, avant de publier notre mémoire *in extenso*, résumer dès maintenant nos principaux résultats, en décrivant le *cycle chromosomique*, c'est-à-dire l'évolution d'un chromosome depuis une prophase donnée jusqu'à la prophase suivante.

1. — Au début d'une prophase, le chromosome, une fois dégagé du noyau interphasique et nettement écarté de ses voisins, comporte *deux constituants morphologiques différents*. L'un, que nous avons appelé *chromonématique*, est structuré, formé d'un certain nombre de travées franchement et intensément chromatiques — souvent aboutées entre elles, mais non toujours — et dont l'ensemble produit un tracé qui est, en ordre principal, *unique et « zigzagant »*. Cet ensemble n'est pas constitué d'un filament chromatique spiralé, continu et homogène d'un bout à l'autre du chromosome (Bolles-Lee, 1913.)

L'autre élément est *achromatique* (ou à peine colorable par

(1) Présenté par M. V. Grégoire.

l'hématoxyline), homogène, non structuré, et constitue en quelque sorte un « *boyau de fond* » sur le pourtour duquel « courent » les travées chromonématiques. (Schéma I.)

2. — Ainsi constitué, le chromosome prophasique subit un *mouvement d'allongement* qui, en même temps, le rétrécit, l'amincit et amène le boyau achromatique « de fond » *à se ramasser*, à des degrés divers, suivant les principales travées chromonématiques. (Schémas II et III.)

Le chromosome arrive ainsi à un stade d'allongement maximum et, au cours de cette période, il peut subir, en certains points, une *torsion* (généralement réduite) sur son axe.

3. — Le chromosome subit ensuite un *mouvement inverse de raccourcissement* et d'élargissement, d'où résulte d'abord la « régularisation » nouvelle du constituant achromatique, celui-ci encadrant de nouveau, plus régulièrement encore qu'auparavant, le constituant chromonématique *toujours unique* et zigzagant. (Schémas IV et V.)

Parallèlement à cette transformation, le chromosome prend progressivement une *symétrie bilatérale*, en « s'aplatissant » peu à peu. Il acquiert ainsi la *forme d'un « ruban »* où l'on peut distinguer deux faces et deux bords.

4. — La matière des travées du constituant chromonématique subit graduellement une *répartition bilatérale vers les deux bords du ruban chromosomique*. Cette répartition se fait aux dépens des travées amincies elles-mêmes et provoque la formation, sur chacun des deux bords, d'une *rangée longitudinale d'empâtements*, d'abord punctiformes, ensuite allongés, et toujours réunis d'un bord à l'autre du ruban par les restes amincis des travées chromonématiques. (Schémas VI, VII et VIII.)

5. — Le raccourcissement du chromosome se poursuivant, les empâtements marginaux se courbent et s'allongent encore,

souvent *jusqu'à s'abouter*. Il se forme ainsi *deux fibres longitudinales chromonématiques simples*, bordant le ruban achromatique encore indivis. Chacune de ces fibres est de plus *zigzagante*, le raccourcissement qui affecte les bords du ruban tendant à replier ceux-ci à la façon d'un soufflet d'accordéon. (Schéma IX.)

6. — *Le constituant achromatique se divise à son tour* et se répartit en deux masses qui se fixent sur les deux constituants chromonématiques et les encadrent en quelque sorte, exactement comme était encadré le constituant chromonématique du chromosome mère avant sa division. (Schéma X.)

La division est dès lors achevée, chaque chromosome fille ayant acquis *les constituants, la structure et l'aspect* du chromosome mère avant la répartition dualiste de la chromatine.

7. — Pendant cette période de raccourcissement du chromosome, le ruban achromatique devient de plus en plus colorable sous l'hématoxyline. Une fois la division achevée, *cette colorabilité s'accentue* considérablement dans les *portions périphériques* du « boyau de fond » de chacun des chromosomes filles. Ces portions deviennent ainsi franchement chromatiques, le tracé de l'élément chromonématique y étant, de ce fait, de plus en plus *voilé* ou *masqué*. (Schémas XI, XII et XIII.)

Cette chromaticité croissante d'un élément préalablement achromatique semble due à une sorte *d'imprégnation par la matière nucléolaire*. Elle ne se réalise pas, au moins jusqu'à l'anaphase, sur les faces « proximales » de deux « chromosomes sœurs ».

Ceux-ci affectent donc, plus ou moins, la forme de deux « *gouttières chromatiques* » qui se regardent par leur face concave. Les chromosomes filles acquièrent, de ce fait, une *symétrie bilatérale* qui est donc *antérieure à la télophase*, et qui peut rester discernable jusqu'au tassement polaire. (Schéma XIII.)

8. — L'anaphase sépare les moitiés longitudinales en détachant les dernières travées de réunion, restes des travées chromonématiques du chromosome mère.

Déjà à la fin de l'anaphase, mais plus souvent au tassement polaire seulement, et surtout après celui-ci, la *chromaticité périphérique* du chromosome fille *s'atténue* progressivement, laissant *réapparaître* le tracé chromonématique tel qu'il était à la métaphase et à la fin de la prophase. Inversement au phénomène prophasique opposé, cette « déchromatinisation » semble en rapport avec la réapparition des nucléoles. (Schémas XIV et XV.)

9. — A la télophase, la matière chromatique du chromosome abandonne partiellement les travées obliques ou transversales du constituant chromonématique, *pour se répartir suivant deux lignes longitudinales* plus ou moins parallèles, réunies par certaines des travées transversales devenues minces, et par d'autres, restées au contraire épaisses. Ces deux lignes semblent correspondre aux deux bords de la gouttière chromatique qui résulte de la bilatéralité que nous avons signalée comme antérieure à la télophase. (Schéma XVI.)

10. — Le chromosome passe dans cet état d' « expansion chromatique » la plus grande partie de l'interphase. Vers la fin de celle-ci, la chromatine se reporte à nouveau de préférence *sur les travées transversales et obliques*. De ce fait, *l'apparence de dualité chromatique s'atténue* d'abord et disparaît peu à peu. (Schéma XVII.)

11. — Pendant la première partie de la prophase, le phénomène précédent *s'accentue et s'achève* : les aspects de dualité chromatique deviennent de plus en plus rares, et les travées chromonématiques reprennent, dans leur ensemble, le tracé, en ordre principal *unique et zigzagant*, que nous avons indiqué au début de ce cycle.

A mesure que les chromosomes s'écartent les uns des autres, le constituant achromatique « de fond » redevient, lui aussi, distinct, réalisant les mêmes aspects qu'au début du cycle dont nous avons maintenant parcouru tous les stades. (Schémas XVII et XVIII.)

De cette description, il importe de dégager les données fondamentales, ou que nous croyons nouvelles :

1° Le chromosome du *Paris* comporte, *à tous les stades*, deux constituants morphologiques distincts, et il est nécessaire d'envisager le sort de chacun de ces constituants, dans une explication du phénomène de la division.

2° Il est exact que le chromosome passe, au début de la prophase, par un stade de « *long filament mince indivis* » (Grégoire, Sharp, de Litardière et aussi Müller, Bonnevie, etc.), avec cette restriction que cet aspect ne concerne que l'un des constituants du chromosome : *le constituant chromonématique*, dont le constituant achromatique continue à rester distinct.

3° La division de l'élément chromatique ne comporte pas le *clivage longitudinal de ce long filament mince* et n'est pas le résultat d'un processus d'*alvéolisation*.

Elle ne s'accomplit que plus tard, lorsque le raccourcissement a atteint un degré un peu plus avancé.

Elle résulte d'une répartition, sur les deux bords du ruban chromosomique, *de la matière du cohstituant chromonématique zigzagant;* et la double série longitudinale d'empâtements qui en résulte aboutit à *reformer deux constituants chromonématiques eux-mêmes zigzagants*. Chacun de ceux-ci persiste sous cette forme jusqu'à la télophase et ne résulte donc pas (comme le croit, par exemple, Bonnevie) de la *néoformation*, dans le chromosome fille, d'un filament chromatique endogène destiné à former *tout* le chromosome de la cinèse suivante.

4° La division ne résulte pas de la *bipartition individuelle* de granules chromatiques visibles, ou « *chromomères* », disposés d'abord en une série longitudinale.

5° Il ne se produit, à aucun stade, de *division transversale* du chromosome. (Bolles-Lee, 1920.)

6° Les transformations télophasiques produisent dans le chromosome une *réelle dualité chromatique*, et non une apparence de dualité résultant d'une alvéolisation axiale. Mais cette « dualisation » *ne représente pas la vraie division du chromosome*, puisqu'au début de la prophase suivante, l'aspect double s'atténue et disparaît, le chromosome restant *indivis* jusqu'à la prochaine répartition chromatique.

La division du chromosome est donc prophasique et non pas télophasique; et à ce point de vue, le mérite des travaux de Grégoire (1903-1912), Sharp (1913-1920), de Litardière (1920-1921), etc., demeure acquis. Mais le *Paris* pose mieux le problème, parce qu'il montre précisément que la télophase peut amener une vraie dualité chromatique, et il permet ainsi de mieux comprendre, sinon les interprétations, du moins les descriptions des auteurs qui localisent le clivage longitudinal à la télophase.

Institut Carnoy, Louvain.
Laboratoire de Botanique et de Cytologie.

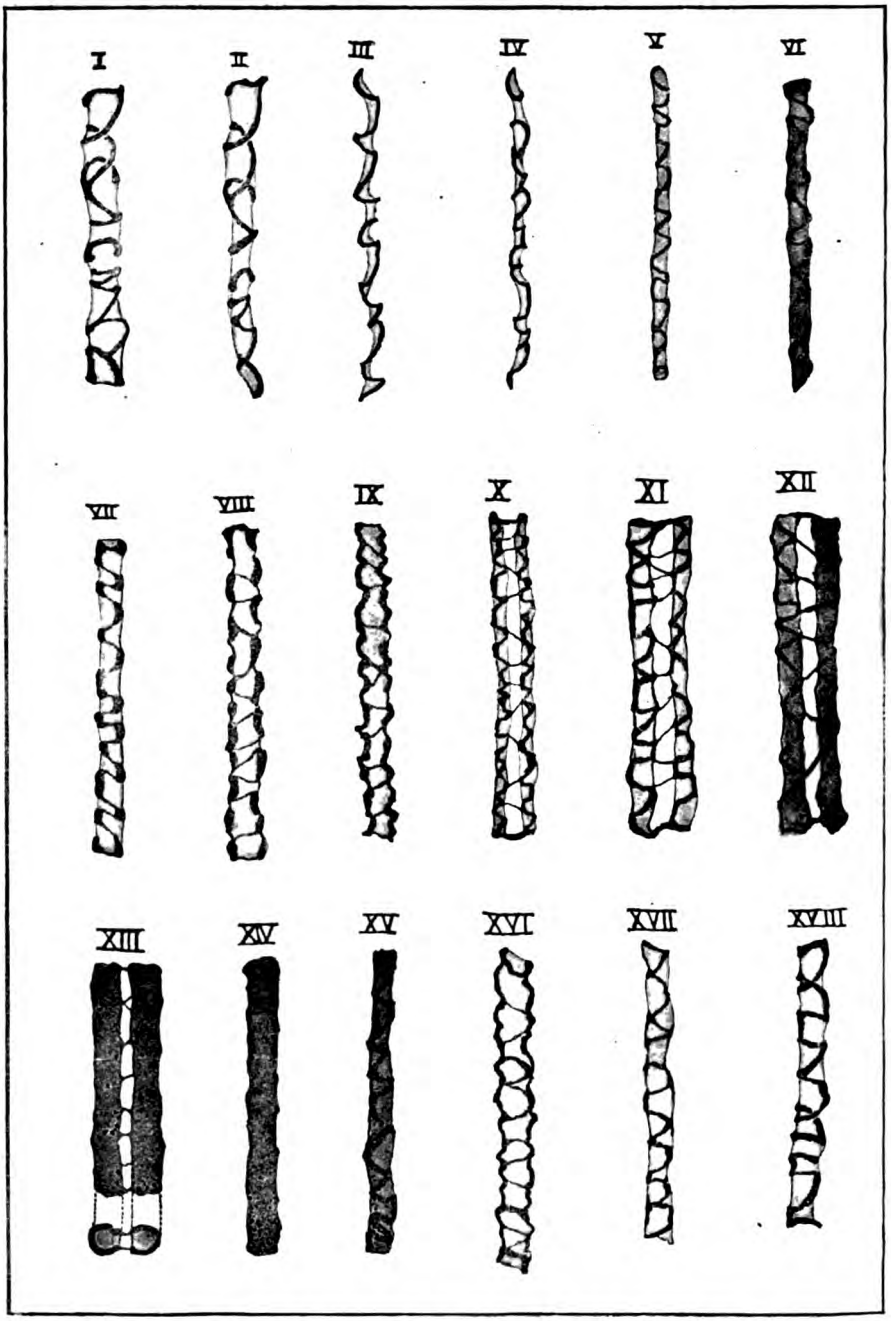


Schéma du Cycle chromosomique dans le « Paris quadrifolia ».

I à XI et XVIII. Prophase.
XII et XIII. Métaphase.
XIV et XV. Anaphase et tassement polaire.
XVI et XVII. Télophase et interphase.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

—

Benoot (*Ém.*). Reisje op en rond de Maan. Renaix, 1921; in-8° (210 p., pl.). [28.950]

Conzatti (*Prof. Casiano*). Monografia del arbol de Santa Maria del Tule. Mexico, 1921; in-8° (65 p., pl.). [28.624]

Davenport (*Ch.-B.*). Research in Eugenics. Washington, 1921; in-4° (6 p.). [28.625]

— Comparative social traits of various races. Washington, s/d., in-4° (5 p.). [28.626]

Herrera (*Prof. Alfonso L.*). La Biologia en Mexico durante un siglo. Mexico, 1921; in-8° (16 p., portr., pl.). [28.627]

Lemeray (*E.-M.*). L'Éther actuel et ses Précurseurs. Paris, 1922; in-32 (142 p.). [28.951]

Picard (*Émile*). La théorie de la Relativité et ses applications à l'Astronomie. Paris, 1922; in-32 (27 p.). [28.623]

Van Oye (*P.*). Uit de Biologie van een Luchtwier. s. l. 1922; in-4° (pp. 7-11). [28.628]

Vilar (*Albert*). A propos de doctrines médicales. Conceptions d'hier. Idées d'aujourd'hui. Paris, 1921; in 16 (200 p.) [28.949]

Inauguration de la statue de Jules Janssen, membre de l'Académie des Sciences. Paris, 1920; in-4° (42 p., pl.). [28.838]

Séance du samedi 1er avril 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur*; A. Gilkinet, J. Deruyts, J. Neuberg, A. Gravis, Max Lohest, F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, P. Stroobant, E. Marchal, P. Nolf, J. Bordet, Ed. van Aubel, *membres*; G.-A. Boulenger, *associé*; P. Fourmarier, V. Grégoire, A. Dony, *correspondants*, et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Cesàro et Lecointe, membres; Th. De Donder, correspondant.

CORRESPONDANCE.

M. R. Verstraeten demande à pouvoir déposer un pli cacheté qu'il fait parvenir. — Le dépôt de ce pli est accepté.

La Classe prend communication de l'arrêté royal du 16 mars 1922 relatif aux œuvres internationales à but scientifique en Belgique. Elle exprime ses regrets de ce que l'Académie, particulièrement compétente en cette matière, n'ait pas été consultée à ce propos et de ce que, au surplus, aucun membre de la Classe des sciences ne figure dans la Commission nommée à ce sujet.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Rapport sur l'activité de la Fondation Rockefeller au cours de l'année 1920, par George-E. Vincent.

L'usage des coordonnées galactiques, par H. Philippot.

Tables annuelles internationales des constantes et données numériques, vol. IV, 1re partie; présenté par M. Swarts.

Œuvres complètes d'Archimède, traduites du grec en français, par Paul Ver Eeke; présenté avec une note bibliographique par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe prend connaissance des présentations faites par la Section des sciences mathématiques et physiques pour une place d'associé vacante par suite du décès de C. Jordan.

RAPPORTS.

De MM. Demoulin et De Donder sur un travail de M. Dejans : *La propagation de la lumière dans un champ de gravitation à système sphérique.* — Conformément aux conclusions des rapporteurs, la Classe décide l'impression de ce travail dans les *Mémoires* in-8°.

De M. De Donder sur une *Note relative à la théorie de la relativité d'Einstein*, par L. Warnant. — Conformément aux conclusions du rapporteur, la Classe décide que ce travail sera simplement déposé aux archives.

De MM. Brachet et Bordet au sujet d'un *Rapport sur l'organisation d'un office national d'Eugénique*, par A. Govaerts. — Conformément aux conclusions des rapporteurs, la Classe décide qu'elle ne peut envoyer ce travail avec un avis favorable au Ministre de la Justice. L'auteur sera engagé à remanier son mémoire, en tenant compte des observations des rapporteurs, et à le soumettre alors, éventuellement, à l'Académie royale de Médecine.

PRIX ÉMILE LAURENT.

(5e période, 1913-1921, Flore du Congo.)

La Classe adopte la proposition du jury d'attribuer ce prix à M. E. de Wildeman, pour l'ensemble de ses travaux sur la flore du Congo.

FONDATION O. VAN ERTBORN.

La Classe prend connaissance d'une disposition testamentaire de Mme Ve van Ertborn, léguant à l'Académie un capital dont les revenus serviront, tous les deux ans, à récompenser le meilleur ouvrage qui aura été publié par un Belge sur la géologie.

La Classe accepte cette Fondation et demandera au Gouvernement l'arrêté nécessaire.

TRAVAUX SOUMIS A L'EXAMEN.

1° *Établissement de l'équation du mouvement de la gravitation newtonienne à quatre dimensions,* par J. van den Bossche. — Renvoi à M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

2° *Établissement de la valeur exacte de* π, par J. van den Bossche. — Renvoi à M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

PAUL VER EECKE. — *Œuvres complètes d'Archimède.*

M. de la Vallée Poussin présente à la Classe des sciences la nouvelle traduction française des *Œuvres complètes d'Archimède,* par M. Paul Ver Eecke (1). Il s'exprime de la manière suivante :

La traduction française d'Archimède que j'ai l'honneur de présenter de la part de son auteur est la première qui soit complète. En effet, un certain nombre de travaux que l'on croyait perdus ont été retrouvés plus ou moins récemment, et la traduction de F. Peyrard (Paris 1807) ne contient ni le

(1) *Les œuvres complètes d'Archimède*, traduites du grec en français, avec une introduction et des notes, par PAUL VER EECKE, ingénieur des mines (A. I. Lg.), inspecteur du travail. (Desclée, De Brouwer et Cie, Paris et Bruxelles), 1921.

Stomachion, ni *la méthode relative aux théorèmes mécaniques*, ni *le problème des bœufs*. Cette raison serait déjà suffisante pour que le travail de M. Ver Eecke méritât d'être accueilli avec reconnaissance ; mais il a d'autres titres encore pour retenir la faveur du monde savant : c'est l'œuvre d'un érudit, d'un mathématicien et d'un artiste.

Il suffit de lire l'importante préface que l'auteur a mise en tête de son livre, pour se rendre compte de la richesse de sa documentation et de l'étendue de son érudition.

Au cours d'une longue carrière administrative, il a eu la bonne fortune de réunir presque tous les documents que l'on possède sur l'illustre Syracusain et sur ses écrits. Ayant à sa disposition toutes les sources d'information, il est à même de discuter les textes et d'en donner la meilleure interprétation. Son introduction est une œuvre de critique historique d'un grand intérêt. En particulier, les découvertes mécaniques et physiques que la légende ou l'histoire attribuent au créateur de l'*hydrostatique* y font l'objet d'une discussion approfondie.

M. Ver Eecke, qui avait appris le grec autrefois, s'y est remis pour les besoins de sa traduction. Mais, pour traduire Archimède, ce n'est pas tout de savoir le grec. Les textes resteraient trop souvent obscurs pour de simples philologues : il faut être mathématicien pour les comprendre. En effet, Archimède ne possède pas notre langage algébrique ; il traduit en longues phrases et en constructions géométriques les relations que nous condensons en brèves formules. Pour le suivre, il faut se familiariser avec les tournures de son esprit, parfois deviner sa pensée, et cela n'est point donné à tout le monde. Il faut, pour y réussir, avoir, comme M. Ver Eecke, un sens mathématique très fin et une grande souplesse de représentation.

Enfin, pour traduire Archimède, il faut être capable de sentir la beauté de son œuvre. Archimède est le plus prodigieux génie mathématique de l'antiquité et son art est incomparable. C'est son art que nous demandons à ses interprètes de nous faire

connaître et admirer. Le contenu objectif de ses découvertes peut se résumer en quelques pages, et rien ne s'y refléterait des traits particuliers de son génie. Une paraphrase en notations modernes du texte original est très utile, mais à condition d'être mise en regard du grec comme dans les traductions d'Heiberg : c'est le fil d'Ariane qui guide le lecteur dans le dédale de la démonstration antique. Sans doute il existe encore des mathématiciens qui savent le grec ou qui ont le temps et la patience de le réapprendre quand ils l'ont su; ce n'est pas pour eux, mais pour les autres que la nouvelle traduction est écrite. C'est le texte grec qu'elle prétend remplacer et c'est, dans sa beauté plastique, la pensée même d'Archimède qu'elle s'essaie et réussit à reproduire. Plus de deux mille notes, mises au bas des pages sans être encombrantes, fournissent la transposition moderne des raisonnements un peu compliqués et tiennent ainsi la place de la traduction *en regard* dont il était question tout à l'heure.

Les *Œuvres complètes d'Archimède* forment un très beau volume de plus de 500 pages, digne en tous points de la grande mémoire qu'il fait revivre. Il fait honneur à la maison Desclée, De Brouwer et Cie qui l'a édité, car c'est une véritable œuvre d'art par la perfection de l'impression et la correction des figures. Mais l'auteur surtout mérite d'être félicité pour la publication de ce livre, fruit d'un dur labeur et d'une passion désintéressée d'artiste. Il nous annonce pour bientôt une traduction d'Apollonius; je ne doute pas qu'elle soit appelée à rendre les mêmes services et à faire aux amateurs le même plaisir que la traduction d'Archimède qu'il nous présente aujourd'hui.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Zoologie. — **Sur la nervation alaire des Insectes,**

par Aug. LAMEERE, membre de l'Académie.

L'admirable méthode découverte par Comstock et Needham (*) pour établir les homologies dans la nervation alaire des divers types d'Insectes ne nous permet pas, malheureusement, de déceler les nervures qui auraient disparu dans l'évolution. Il est de toute nécessité d'étudier les formes fossiles, afin de compléter les données ontogénétiques par les renseignements que fournissent les connexions et la topographie des nervures dans les types ancestraux disparus.

Aucun Insecte vivant de nos jours ne possède une nervation aussi complète que celle de beaucoup de fossiles du Houiller; il en résulte que le schéma considéré par Comstock (**) comme étant celui de la nervation fondamentale primitive est inexact, car il est emprunté aux Perlides actuelles. Prendre ce schéma comme base de comparaison amène à confondre sous la même dénomination des nervures entièrement différentes. C'est ce qui est arrivé notamment pour les Éphémères et les Odonates, dont la nervation me paraît avoir été très mal comprise.

* * *

On sait que l'étude ontogénétique montre deux trachées pénétrant dans l'aile; aux ramifications de la trachée antérieure correspondent les nervures costale, sous-costale, radiale et médiane; aux ramifications de la trachée postérieure correspondent la nervure cubitale et les trois anales.

(*) J.-H. Comstock and J.-G. Needham, *The Wings of Insects.* (Amer. Naturalist, XXXII, 1898, p. 43.)

(**) J.-H. Comstock, *The Wings of Insects.* Ithaca, 1918.

La nervure radiale présente deux branches : la radiale proprement dite et son secteur.

Dans les ailes des Éphéméroptères, des Odonatoptères et des Protohémiptères du Houiller, la nervure médiane se divise non loin de la base de l'aile en deux branches auxquelles j'ai donné les noms de médiane antérieure et de médiane postérieure (*); c'est-à-dire que la médiane se conduit exactement comme la radiale, la médiane postérieure pouvant être considérée comme étant le secteur de la médiane antérieure. La comparaison de l'allure de la médiane avec celle de la radiale se poursuit, si l'on envisage que la radiale est une nervure haute et que son secteur est une nervure basse : la médiane antérieure est une nervure haute, la médiane postérieure est une nervure basse.

Le secteur de la médiane manque chez les Perlides et ne figure pas, par conséquent, dans le schéma de Comstock. J'ai montré que cette nervure est très courte et qu'elle rejoint la cubitale, ou bien qu'elle est complètement abolie, chez tous les Orthoptères (*sensu latissimo*, y compris les Perlides); Tillyard a établi aussi que le secteur de la médiane (qu'il appelle M^2) se comporte de la même façon chez les Holométaboliques (**).

La nervure cubitale a des allures tout à fait semblables à celles de la radiale et de la médiane; plus près de la base de l'aile encore que le fait la médiane, elle se divise en deux branches, une antérieure haute, que j'ai appelée cubitale antérieure, et une postérieure basse, la cubitale postérieure, celle-ci étant en quelque sorte le secteur de la cubitale.

Radiale, médiane et cubitale se conduisent donc, chez les premiers Insectes, d'une manière identique, étant formées d'une nervure haute suivie d'un secteur bas.

(*) Aug. Lameere, *Revision sommaire des Insectes fossiles du Stéphanien de Commentry*. (Bull. Mus. Paris, 1917, p. 141.)

(**) R.-J. Tillyard, *The Panorpoid Complex*. Part 3 : *The Wing-Venation*. (Proceed. Linn. Soc. N.-S. Wales, XLIV, 1919, p. 533.)

Nous pouvons nous demander dès lors si les autres nervures ne répondent pas au même thème.

La costale est une nervure haute, la sous-costale une nervure basse; bien que la sous-costale ne paraisse pas être une branche de la costale, mais procède directement après la costale du tronc trachéen antérieur de l'aile, il me semble que nous pouvons admettre que la sous-costale est le secteur de la costale.

On compte trois anales chez les Insectes actuels; mais l'examen des fossiles du Houiller montre qu'il y en a en apparence bien davantage, car elles sont ramifiées. Je distingue une première anale haute, une deuxième anale basse, une troisième anale haute suivie parfois de rameaux bas. Je pense que nous nous trouvons en présence de deux anales seulement, la deuxième anale des auteurs étant le secteur de la première.

Il en résulte que l'aile offre en principe six nervures, trois formant le groupe antérieur : la costale, la radiale, la médiane, et trois appartenant au groupe postérieur : la cubitale, une première anale (*1A*), que je propose d'appeler la *pénultième*, et une seconde anale (*3A*), que l'on pourrait nommer l'*ultime*; chacune de ces six nervures est haute et présente un secteur bas.

Par conséquent, nous retombons chez les plus anciens Insectes connus, sur cette alternance régulière de nervures hautes et de nervures basses voulue par l'ancienne hypothèse d'Adolph. Nous pourrions même reprendre la nomenclature de J. Redtenbacher, admise par Ch. Brongniart, numérotant les nervures de I à XII, les nombres impairs désignant les nervures proprement dites et les numéros pairs leurs secteurs.

Pour adapter cependant ces notions à la nomenclature de Comstock et Needham, aujourd'hui universellement admise, je propose de désigner tous les secteurs par les noms de leurs nervures respectives en ajoutant à ces noms le préfixe *sous*.

Nous aurons donc dans le premier groupe : la costale, haute (*C* ou I), avec la sous-costale, basse (*Sc* ou II); la radiale, haute (*R* ou III), avec la sous-radiale, basse (*Sr* ou IV); la médiane,

haute (*M* ou V), avec la sous-médiane, basse (*Sm* ou VI); et, dans le second groupe : la cubitale, haute (*Cu* ou VII), avec la sous-cubitale, basse (*Scu* ou VIII); la pénultième, haute (*P* ou IX), avec la sous-pénultième, basse (*Sp* ou X); l'ultime, haute (*U* ou XI), avec la sous-ultime, basse (*Su* ou XII).

La sous-radiale, la médiane, la sous-médiane, la cubitale et la sous-cubitale sont dichotomisées chacune deux fois dans les Insectes primitifs, offrant deux branches et quatre rameaux; nous aurons donc, en adaptant ces données à la nomenclature en usage : Sr^1, Sr^2, Sr^3, Sr^4; M^1, M^2, M^3, M^4; Sm^1, Sm^2, Sm^3, Sm^4; Cu^1, Cu^2, Cu^3, Cu^4; Scu^1, Scu^2, Scu^3, Scu^4.

*
* *

L'évolution générale de l'aile des Insectes est caractérisée par un allongement qui est concomitant à une diminution de la largeur; ce phénomène a été accompagné de la disparition de certaines nervures longitudinales; mais ce ne sont pas les mêmes nervures qui ont disparu suivant que l'on considère les deux grands groupes de Ptilotes; la méconnaissance de ce fait a amené une regrettable confusion.

Chez tous les Insectes auxquels leur embryogénie a fait donner le nom d'*Ectoblastiques* (*), c'est-à-dire les Paurométa boliques (Orthoptères *sens. lat.*) et les Holométaboliques, — nous y avons fait allusion plus haut, — la sous-médiane est réduite à une très courte nervure rejoignant la cubitale, ou bien, et c'est le cas le plus fréquent, elle avorte complètement. Ce que l'on appelle la médiane chez ces Ptilotes (M^1, M^2, M^3, M^4) est donc bien notre médiane, c'est-à-dire la branche antérieure haute de la troisième nervure du premier groupe, et il n'y a rien à changer à la terminologie actuelle.

En ce qui concerne les Ptilotes *Endoblastiques* (Subulicornes

(*) Aug. Lameere, *La vie des Insectes aux temps primaires.* (Revue générale des Sciences, XXIX, 1918, p. 5.)

et Rhynchotes), plus primitifs que les Ectoblastiques (*), il en est tout autrement. Ici la nervation est complète, ou bien, si des nervures longitudinales disparaissent, ce n'est jamais la sous-médiane seule, mais très souvent la médiane antérieure et aussi la cubitale antérieure, le rétrécissement de l'aile portant ordinairement sur les espaces adjacents à la sous-médiane. C'est ce que je vais m'efforcer de démontrer par la paléontologie, car l'ontogénie des formes vivantes a été non seulement impuissante à découvrir cette particularité, mais elle a en même temps entraîné les zoologistes à admettre des homologies tout à fait erronées.

C'est chez les Éphéméroptères houillers du groupe des *Spilapteridae* que l'on rencontre la nervation la plus complète : celle-ci répond complètement à notre schéma (ex. : *Lamproptilia* Ch. Brongn.) ; dans certains genres cependant la médiane antérieure et la cubitale antérieure peuvent être simples, c'est-à-dire non ramifiées.

Tout le monde est d'accord pour considérer le genre stéphanien *Triplosoba* Handl. (*Blanchardia* Ch. Brongn.), type des *Protephemeroidea*, comme étant le précurseur des vrais *Ephemeroidea*, lesquels se montrent déjà au Permien ; la nervation est la même que celle des *Spilapteridae*, chez lesquels la médiane et la cubitale antérieures sont représentées par une nervure simple (ex. : *Apopappus* Handl.) ; mais il y a des secteurs intercalaires dans l'espace sous-radial, dans l'espace sous-médian et dans l'espace sous-cubital ; la sous-médiane est simplement bifurquée et entre ses branches se trouve un secteur intercalaire (**).

Si l'on compare maintenant l'aile des Éphémères du Permien, du Secondaire, du Tertiaire et d'aujourd'hui à celle de *Triplo-*

(*) Id., *Paléodictyoptères et Subulicornes*. (Bull. Soc. Entom. France, 1917, p. 101.)

(**) Aug. Lameere, *Étude sur l'évolution des Éphémères*. (Bull. Soc. Zoolog. France, XLII, 1917, p. 41.)

soba, la topographie et les connexions montrent immédiatement que les nervures *basses* considérées par Comstock comme étant M^1 et M^2, avec les secteurs intercalaires interposés, correspondent à Sr^1 et Sr^4 de *Triplosoba*, c'est-à-dire que le secteur de la radiale a été faussement interprété comme une branche de la médiane, et cela parce que celle-ci est réunie à sa base, ce qui, au point de vue morphologique, est d'importance toute relative; on voit que M^3 et M^4 de Comstock, avec le secteur intercalaire interposé, sont Sm^1 et Sm^4; que Cu^1 et Cu^2, nervures basses, avec le secteur intercalaire interposé, sont Scu^1 et Scu^4; que *1A*, haute, est *P*, *2A*, basse, est *Sp*, *3A*, haute, est *U*.

Les nervures hautes *M* et *Cu*, présentes, mais simples, chez *Triplosoba*, manquent entre Sr^4 et Sm^1, d'une part, entre Sm^4 et Scu^1, de l'autre; nous pouvons considérer qu'elles ont disparu, faisant d'ailleurs double emploi au point de vue mécanique, par suite du rétrécissement de l'aile, rétrécissement très marqué déjà chez les *Protereismidae* du Permien (*).

Il est très intéressant de constater que *Sm* et ses branches sont hautes dans les *Ephemeroidea*, alors que ces nervures sont basses chez *Triplosoba*, ce qui ramène l'alternance régulière des nervures hautes et basses compromise par la disparition des nervures hautes adjacentes *M* et *Cu*.

L'aile des Éphémères diffère donc de celle des *Protephemeroidea* par la réunion de la médiane au secteur de la radiale près de la base de l'aile, par la disparition de la médiane et de la cubitale antérieures hautes, la sous-médiane et la sous-cubitale étant seules conservées, la sous-médiane étant devenue une nervure haute.

Conformément aux conclusions d'un travail de Miss Morgan (**),

(*) E.-H. Sellards, *Types of Permian Insects*. II. *Plectoptera*. (Amer. Journ. of Science, XXIII, 1907, p. 345.)

(**) A.-H. Morgan, *Homologies in the Wing-Veins of May-Flies*. (Ann. Ent. Soc. Amer., V, 1912, p. 89.)

Comstock a admis que chez les Éphémères le secteur de la radiale est représenté par une petite trachée se détachant de la radiale, non loin de l'extrémité de l'aile; il a interprété comme appartenant au secteur de la radiale les deux derniers secteurs intercalaires situés dans l'espace que je considère comme étant sous-radial et dont il fait un espace médian. Ces auteurs ont voulu découvrir dans l'aile des Éphémères le secteur de la radiale qu'ils ne voyaient pas, car ils le prenaient pour une branche de la médiane, et ils ont cherché la solution dans une comparaison avec l'aile des Odonates.

Aucun des dessins de Miss Morgan ne me paraît probant; les nombreuses préparations de jeunes larves d'Éphémères de divers genres (*Baëtis, Cloeon, Leptophlebia, Caenis*) faites à la Station biologique d'Overmeire, par M. Paul Brien, élève-assistant, ne nous ont rien montré qui rappelât quelque chose de la singulière disposition qui existe chez les Odonates du groupe des Anisoptères. Nous n'avons pas vu la petite trachée sécante décrite par Miss Morgan; en supposant qu'elle existe en réalité, elle n'aurait que la valeur d'une trachée adventive, la seule valeur que je puisse attribuer aussi à la fameuse trachée qui, d'après Comstock et Needham, représenterait le secteur de la radiale chez les Odonates.

*
* *

Tillyard, à qui nous devons déjà tant de magnifiques travaux sur les Insectes vivants et fossiles, vient de faire justice de l'opinion qui considérait le secteur subnodal de de Selys-Longchamps chez les Libellules comme étant le secteur de la radiale croisant la nervure médiane (*). J'étais depuis longtemps persuadé que cette nervure, absente chez les Zygoptères, comme

(*) R.-J. Tillyard, *New Researches upon the Problem of the Wing-Venation of Odonata.* (Entom. News, XXXIII, 1922, p. 45.)

l'a montré Tillyard (*), est une simple nervure additionnelle venant consolider chez les Anisoptères l'espace sous-radial agrandi dans l'évolution; cette nervure, que l'on pourrait appeler la sécante (S), réalise physiologiquement ce qui existe chez les Névroptères, où l'espace sous-radial agrandi est consolidé par une ramification supplémentaire du secteur de la radiale.

La conclusion de Tillyard est que la nervation des Odonates ne pourrait plus être interprétée que par la paléontologie.

Voici la réponse que je crois pouvoir apporter, en me basant sur ce que nous a appris l'évolution de la nervation chez les Éphéméroptères et ce que nous montre l'évolution des Odonatoptères :

Chez les Odonates, les nervures considérées par tous les entomologistes actuels comme étant M^1, M^2, Ms et M^3 sont pour moi les quatre rameaux du secteur de la radiale, Sr^1, Sr^2, Sr^3, Sr^4, le secteur de la radiale étant, comme chez les *Ephemeroidea*, réuni à la base de la médiane; la médiane antérieure haute (*M*) est représentée uniquement par la nervure haute désignée actuellement par le symbole M^4; la médiane postérieure (*Sm*) est absente; la cubitale antérieure (*Cu*) a disparu, comme chez les Éphémères; la nervure considérée comme étant Cu^1, nervure basse, est le secteur de la cubitale (*Scu*); la nervure désignée comme étant Cu^2, nervure haute, est la première anale ou pénultième (*P*), réunie à la base de la sous-cubitale; la nervure *1A* des auteurs, haute, est la troisième anale ou l'ultime (*U*), en partie accolée à la pénultième.

La nervation de l'aile de la Libellule ne serait donc pas tout à fait semblable à celle de l'Éphémère, contrairement à ce que l'on a admis jusqu'à présent, et la comparaison que l'on en a faite avec celle des Ectoblastiques est plutôt boiteuse.

(*) R.-J. Tillyard, *On the Development of the Wing-Venation in Zygopterous Dragonflies, with special reference to Calopterygidae.* (Proceed. Linn. Soc. N. S. Wales, XL, 1915, p. 212.)

L'évolution des Odonatoptères fossiles, que j'ai pu étudier au Muséum de Paris, va nous en fournir la démonstration.

Chez les *Dictyoneuridae* du Houiller la nervation primitive est complète et typique, mais très souvent la médiane et la cubitale antérieures sont simples (par exemple dans le genre *Stenodictya* Ch. Brongn.).

Dictyoptilus Ch. Brongn., du Stéphanien, a l'aile plus allongée; la médiane est contiguë à la radiale à la base de l'aile, qui offre un petit espace précostal, tous caractères qui s'accentuent chez les Protodonates (*).

Ces derniers ont la médiane confondue avec la radiale à la base de l'aile, et le secteur de la radiale prend naissance de la médiane, comme chez les Éphémères.

Considérons, en effet, *Meganeura Monyi* de Ch. Brongniart, la Libellule géante de Commentry, et comparons-en la nervation, d'une part, avec celle de *Dictyoptilus*, d'autre part, avec celle des Odonates, les nervures étant pour ces derniers désignées d'après leurs appellations courantes (**).

Chez *Meganeura*, nous voyons partir du tronc commun qui donne la radiale une nervure qui ne tarde pas à se diviser en une nervure basse antérieure et en une nervure haute postérieure; la première (V de Brongniart) correspond évidemment au secteur de la radiale de *Dictyoptilus*, et elle se divise comme chez celui-ci en deux nervures basses (IV et V de Brongniart) dans lesquelles on reconnaît, d'une part, $M^{1+2} + Ms$, d'autre part, M^3, des Odonates; la seconde (VII de Brongniart) est la médiane de *Dictyoptilus*, qui est donc réunie à la radiale et à la base du secteur de celle-ci; cette médiane se divise en une nervure haute, la médiane antérieure, dans laquelle on reconnaît M^4 des Odonates, et en une nervure basse, la médiane postérieure; cette

(*) Voir les belles reproductions photographiques de l'aile de *Dictyoptilus (Cockerelliella) sepultus* F. Meun. publiées par les soins de M. Boule dans les Annales de Paléontologie, VII, 1912, t. VII, fig. 4, 4a.

(**) La figure des ailes de *Meganeura Monyi* dans l'ouvrage de Ch. Brongniart, (t. XLII) est exacte; elle est en partie erronée pour l'aile supérieure dans Handlirsch.

dernière manque chez les Odonates, qui n'ont donc conservé que la médiane antérieure haute.

De la base de l'aile de *Meganeura* part, un peu en arrière du tronc radio-médian, une longue nervure flexueuse et simple (VIII de Brongniart) qui est très basse; la comparaison avec *Dictyoptilus* montre qu'il s'agit de la cubitale postérieure (*Scu*), la cubitale antérieure haute qui se rapproche fortement de la médiane postérieure chez *Dictyoptilus* étant évidemment absente. Il est certain que cette nervure *Scu* est représentée chez les Odonates par la nervure basse appelée couramment Cu^1.

Une troisième nervure part encore de la base de l'aile de *Meganeura*; elle est parallèle à la cubitale postérieure et elle est haute (IX de Brongniart); à peu près au niveau auquel la radiale se détache de son secteur et de la médiane, cette nervure haute donne une nervure basse (X de Brongniart); nous sommes en présence de la première et de la deuxième anale, de la nervure pénultième avec son secteur, et cette nervure correspond à Cu^2 des Odonates.

On sait que chez les Odonates, une trachée donne naissance à Cu^1 et à Cu^2, ces nervures procédant donc d'un tronc commun, et une autre trachée fournit la nervure désignée comme étant *1A*; cette dernière s'accole à une très petite distance de la base de l'aile au tronc commun de Cu^1 et de Cu^2, puis devient indépendante.

Nous avons la même chose chez *Meganeura* et même probablement déjà chez *Dictyoptilus*; on n'a pas fait attention, parce que Ch. Brongniart n'en a rien vu ni figuré, que chez les *Meganeura;* entre la base de l'aile et le niveau de la division de la pénultième en *P* et *Sp*, il existe une nervure oblique qui rattache la cubitale à la dernière nervure partant de la base de l'aile (*).

(*) Cette nervure oblique est immédiatement reconnaissable dans la reproduction photographique d'un fragment d'aile d'un *Meganeura* donnée par H. Bolton (Quart. Journ. Geol. Soc., LXX, 1914, t. XVIII, fig. 1) et dans celle d'un autre *Meganeura* publiée par les soins de M. Boule (Ann. de Paléont., IV, 1909, t. XVII, fig. 2); E. H. Sellards l'a figurée chez *Typus permianus* (Amer. Journ. of Science, XXIII, 1907, p. 250, fig. 1 et p. 252, fig. 2).

Il s'agit évidemment d'une anastomose entre la cubitale et la pénultième, celle-ci procédant donc de la cubitale, comme chez les Odonates. De sorte que la dernière nervure qui part de la base de l'aile dans *Meganeura* est seulement l'ultime : elle correspond à *1A* des Odonates, et, de même que chez ces derniers, elle s'accole sur une certaine longueur à la nervure qui la précède, supportant des nervures secondaires qui contrastent par leur direction avec celles qui sont supportées par le secteur de la pénultième. Les Protodonates ont ainsi l'air d'avoir trois nervures anales : *P*, *Sp* et *U*, *U* rejoignant le tronc commun de *P* et *Sp* après que ce tronc s'est détaché de *Scu*.

Chez les Odonates, par suite du rétrécissement de la base de l'aile, la coalescence de la sous-cubitale et de la pénultième est plus étendue que chez les Protodonates, la sous-pénultième manque, et l'ultime se soude en partie à la portion commune de *Scu* et de *P*.

Ce qui différencie donc essentiellement les Protodonates de *Dictyoptilus*, c'est la réunion de la médiane à la base de la radiale et la disparition de la cubitale antérieure; l'Odonate dérive du Protodonate par la suppression de la médiane postérieure et du secteur de la nervure pénultième.

* * *

Il nous reste à envisager la nervation des Rhynchotes; ce que l'on appelle la médiane chez ces Endoblastiques est-elle la nervure *Sm* des Subulicornes ou bien la nervure *M* des Ectoblastiques, et à quoi correspond leur cubitale? C'est ce que l'étude des formes actuelles ne permet pas de décider. Adressons-nous donc encore à la paléontologie.

Les nombreux Protohémiptères du houiller (*) offrent une nervation alaire complète; mais chez tous la médiane antérieure est simple, et la cubitale antérieure l'est ordinairement aussi.

Les vrais Hémiptères, Rhynchotes, qui, à n'en pas douter,

(*) Aug. Lameere. *Note sur les Insectes houillers de Commentry.* (Bull. Soc. Zool. France, XLII, 1917, p. 27.)

descendent des Protohémiptères et dont un représentant est déjà connu du Stéphanien, ont une médiane et une cubitale bifurquées, les deux branches de ces nervures étant ramifiées. Il suffit de considérer la nervation des genres permiens, *Scytinoptera* et *Prosbole*, dans l'Atlas de Handlirsch, pour se convaincre que, ni chez les Homoptères, ni chez les Hétéroptères, il n'y a de médiane antérieure et qu'il n'y a pas non plus de cubitale antérieure, que la position de ces nervures est occupée par un grand espace vide, que les nervures bifurquées sont le secteur de la médiane et le secteur de la cubitale.

L'évolution de la nervation chez les Hémiptères s'est donc faite de la même manière que chez les Éphémères, nouvelle preuve que les Endoblastiques peuvent être opposés aux Ectoblastiques dans la classification.

Conclusion.

Le schéma de la nervation alaire primordiale dû à Comstock n'est valable que pour les Ectoblastiques, Insectes qui ont perdu la branche postérieure de la nervure médiane, et cela depuis leur apparition au Houiller.

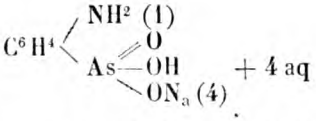
Les Endoblastiques, Subulicornes et Rhynchotes, ont, pour la plupart, au Houiller, une nervation complète conforme à un schéma dans lequel six nervures basses alternent avec six nervures hautes; ceux d'entre eux dont les ailes ne répondent pas à ce type, notamment toutes les formes qui ont dépassé le Permien, ont perdu d'autres nervures longitudinales que les Ectoblastiques.

Les Éphémères, les Protodonates, les Odonates et les Hémiptères ne possèdent plus la branche antérieure de la nervure cubitale; les Éphémères et les Hémiptères manquent en outre de la branche antérieure de la nervure médiane; les Protodonates, ainsi que les Odonates, ont conservé celle-ci, mais les Odonates ont perdu la branche postérieure de la nervure médiane.

CRISTALLOGRAPHIE ET CHIMIE. — **Sur la forme cristalline de l'atoxyl (*) et sur ses caractères d'identification au microscope,**

par J. MÉLON,
Docteur en sciences minérales,
Chef de travaux à l'Université de Liége (**).

L'atoxyl ou arsanilate sodique



est soluble dans l'eau et insoluble dans l'alcool. Il se présente dans le commerce sous la forme de petits cristaux incolores, peu propres à une étude cristallographique. Ses solutions s'altérant facilement sous l'action de la chaleur, nous avons fait cristalliser, sous exsiccateur à acide sulfurique, une solution d'atoxyl saturée à froid. Nous avons obtenu de beaux cristaux, très limpides, de 4 à 5 millimètres de longueur sur 2 à 3 millimètres de largeur et 1 à 2 millimètres d'épaisseur, quelquefois plus volumineux. Mais, malheureusement, ils s'effleurissent à l'air avec la plus grande facilité, ce qui oblige à faire rapidement les mesures goniométriques. Malgré cela, ces dernières sont en général susceptibles d'assez de précision, sauf cependant dans la zone pb^m, où l'on rencontre plusieurs faces très peu réfléchissantes.

L'atoxyl est clinorhombique, comme le montrent les mesures goniométriques et les propriétés optiques.

(*) L'atoxyl est le médicament employé contre la maladie du sommeil.

(**) Présenté par M. Cesàro.

Faciès de cristaux. — En général, ils sont aplatis suivant p et allongés parallèlement à l'axe a (fig. 1). Ils portent toujours les faces $o^{1/2}$, $e^{1/2}$ et a^1 bien développées et les faces m, qui se présentent sous la forme de petits triangles, mieux développés à une extrémité de l'axe a qu'à l'autre. La face $o^{1/2}$ est quelquefois striée très fortement et parallèlement à l'arête $po^{1/2}$ et les faces $e^{1/2}$ le sont quelquefois, plus faiblement, parallèlement à l'arête $pe^{1/2}$.

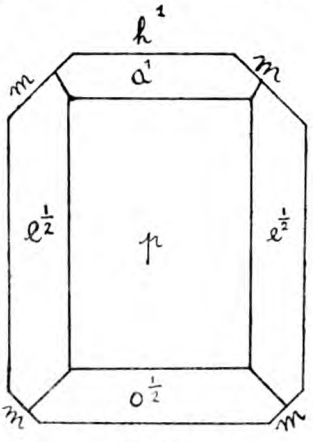


Fig. 1.

Outre $e^{1/2}$, j'ai aussi observé e^1 et $e^{1/4}$, rares, mais à images nettes, et quelques b^m, $b^{3/8}$, $b^{1/2}$, $b^{7/10}$, rares aussi et de détermination difficile. Enfin, on trouve généralement la face h^1, mais d'habitude assez petite.

* * *

Détermination de la forme primitive.

Nous avons pris pour p (001) la face d'aplatissement des cristaux (fig. 1); c'est la face la mieux développée. Elle est entourée de facettes donnant des mesures très nettes; nous les avons prises pour $o^{1/2}(201)$, $a^1(\bar{1}01)$ et $e^{1/2}(021)$.

Nous avons mesuré

* $\alpha = pa^1 = 56°42'$ (22', 24', 42', 46', 50', 51', 59')

* $\gamma = pe^{1/2} = 68°2'$ (0', 1', 1', 4', 7', 7', $\bar{2}$', $\bar{2}$') avec 021 et 0$\bar{2}$1

* $\delta = po^{1/2} = 61°46'$ (35', 41', 46', 61').

En prenant $b = 1$, nous avons (fig. 2), pour déterminer les trois inconnues β, a, c, les trois équations

$$a \sin \delta = 2c \sin (\beta - \delta)$$
$$a \sin \alpha = c \sin (\beta + \alpha)$$
$$\frac{1}{2} \operatorname{tg} \gamma = c \sin \beta.$$

On en déduit

$\beta = ph^1 = 82°5'11''$; mesuré : 82°9',5 (8', 10', 7', 13')

$\log c = 0{,}09744403$, $c = 1{,}251538$,

$\log a = \bar{1}{,}99413652$, $a = 0{,}986590$.

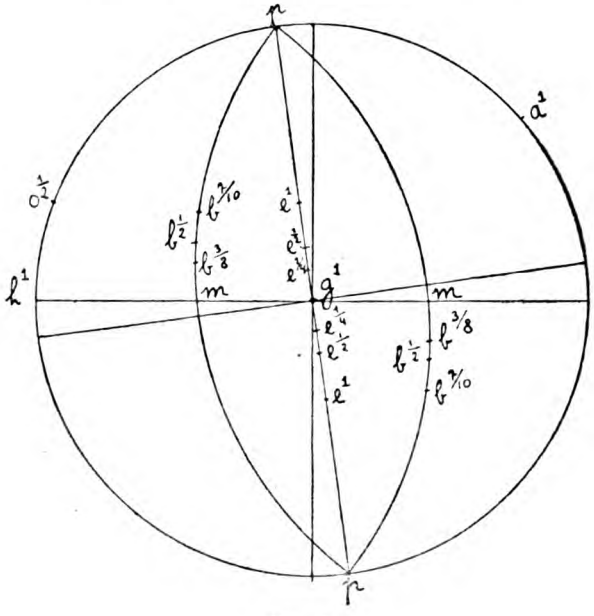


FIG. 2.

Ces résultats nous permettent de calculer

$mh^1 = \varphi = 44°20'21''$; mesuré : 44°57';

$mm_{ant.} = 88°40'42''$; mesuré : 89°54' (3', 28', 61°, 64');

$pm_{ant.} = \theta = 84°20'51''$; mesuré : 84°19' (16', 17', 17', 18', 27');

$pm_{post.} = \psi = 95°39'9''$; mesuré : 95°41'.

L'angle plan antérieur vrai de la base ξ se calcule sur la projection stéréographique (fig. 2) (*), qui donne

$$\cos\frac{\xi}{2} = \frac{\sin\varphi}{\sin\theta} \qquad \text{et} \qquad \xi = 90°46'24''.$$

Dans les préparations microscopiques, les cristaux étant appuyés sur *p*, l'angle du profil *mm* que l'on mesure n'est autre que l'angle plan de la base. C'est pour cela que l'on mesure partout au microscope 90° et 45° environ.

L'angle plan *v* des faces *m* se calcule sur la même figure.

On a

$$\cot v_s = \frac{\sin\varphi}{\sin\beta};$$

d'où

$$v = 95°32'56'.$$

* * *

Faces b^m. — Dans un cristal nous avons rencontré une facette en zone entre *p* et *m* qui nous donne, assez peu nettement, $pb^m = 71°38'$.

Dans un autre cristal (fig. 3), outre cette facette, correspondant à $pb^m = 72°4'$, nous en avons observé deux autres dans la même zone :

$pb^n = 64°52'$ ($64°45'$ à $65°12'$)

$pb^q = 55°53'$.

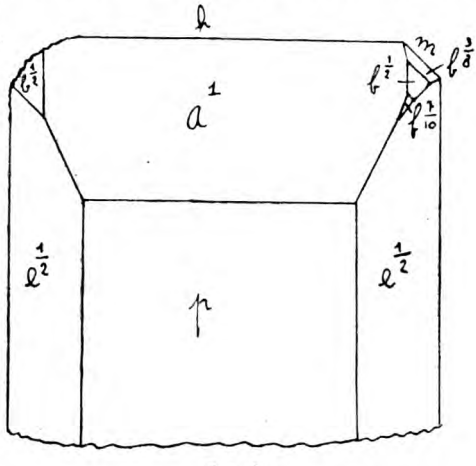


Fig. 3.

Les mesures de pb^n seules sont nettes, les deux autres donnant des images très floues.

(*) Cette figure est la projection stéréographique exacte montrant les pôles des différentes formes de l'atoxyl.

La mesure de pb^n donnée ci-dessus conduit à

$$n = 0{,}5014 = \frac{1}{2}.$$

Le calcul donne

$$pb^{1/2} = 64°56'20''.$$

Pour les autres b^m, la relation des quatre faces en zone conduit à ce qui suit : pour

$pb^m = 71°51'$ (71°38' à 72°4'), $\quad 2m = 0{,}7533... = \frac{3}{4}$

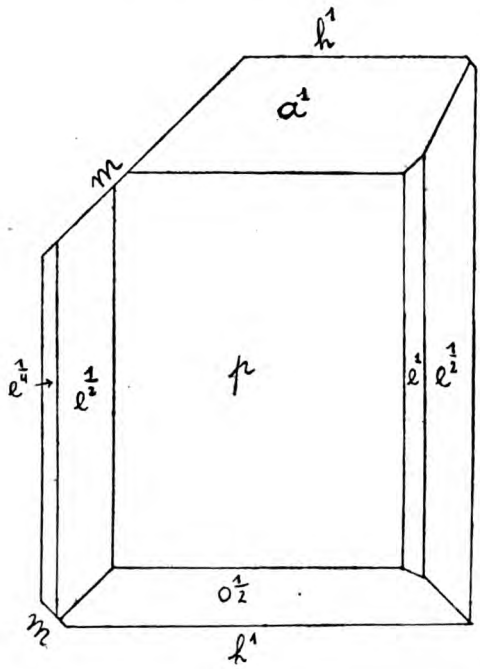


FIG. 4.

d'où

$$b^m = b^{3/8} = \bar{4}43,$$

pour

$pb^q = 55°53'$, $q = 0{,}685205$;

cette face est donc intermédiaire entre $b^{7/10}$ et $b^{2/3}$ donnant respectivement 55°14' et 56°43'. On voit que $b^{7/10} = \bar{5}57$ convient mieux.

FACES e^m. — Sur un cristal (fig. 4), nous avons pris les mesures suivantes :

$po^{1/2}$=61°44', 61°49',
pm=84°22', 84°11',
$pe^{1/2}$=67°51'(45', 47', 50', 63'),
pe^m=51°15',
pe^n=78°17'.

On en déduit, à l'aide de la formule (A) (voir plus loin),

$m = 0{,}9949 = 1$, $\quad e^m = e^1 = 011$. $\quad$ Calculé : $pe^1 = 51°6',5$.

$n = 0{,}25709 = \frac{1}{4}$, $\quad e^n = e^{1/4} = 041$. $\quad$ Calculé : $pe^{1/4} = 78°36'$.

Un second cristal m'a donné

$$pe^{m} = 50°55',\ 51°41',$$
$$pe^{1/2} = 68°20',\ 67°57',$$
$$pe^{n} = 78°10'.$$

Voici un tableau résumant les résultats obtenus :

Atoxyl.

Clinorhombique.

$a = 0{,}986590$, $b = 1$, $c = 1{,}251538$;
$\log a = \bar{1}{,}99413652$;
$\log c = 0{,}09744403$;
$\beta = ph^{1} = 82°5'$;
Angle plan antérieur de la base $= 90°46',5$;
Angle plan des faces $m = 95°33'$.

Angles.	Mesuré.	Calculé.
* pa^{1}	56°42′	56°42′ (14′ à 60′
* $po^{1/2}$	61°46′	61°46′ (35′ à 61′)
pe^{1}	51°6′,5	51°17′ (50°55′ et 51°41′)
* $pe'^{/2}$	68°2′	68°2′ (67°58′ à 68°7′)
$pe^{1/4}$	78°36′	78°13′,5 (10′ et 17′)
$me^{1/2}$	52°19′	52°23′
ph^{1}	82°5′	82°9′,5 (7′ à 13′)
pg^{1}	90°	90°26′ (*)
$pm_{\text{ant.}}$	84°21′	84°19′ (17′ à 48′)
$pm_{\text{post.}}$	95°39′	95°41′ (12′ à 43′)
$mm_{\text{ant.}}$	88°41′	89°3′ à 91°4′
mh^{1}	44°20′,5	44°31′ à 45°32′
$pb^{7/10}$	55°14′	55°53′
$pb^{2/3}$	56°43′	
$pb^{1/2}$	64°56′,5	64°52′ (64°45′ à 65°12′)
$pb^{3/8}$	71°57′	71°51′ (71°38 et 72°4′)

* * *

(*) Image très vague.

Note. — Dans la recherche de la notation des faces e^m et e^n, ainsi que dans le calcul des angles $pb^{3/8}$, $pb^{1/2}$, $pb^{2/3}$, $pb^{7/10}$, $pe^{1/4}$, pe^1 et $me^{1/2}$, nous nous sommes servi de la formule (A) suivante, qui donne l'angle μ de deux faces hkl, $h'k'l'$:

$$\cos\mu = \frac{Ahh' + Bkk' + Cll' + D(hl' + lh')}{M \cdot M'}, \qquad (A)$$

dans laquelle

$$M^2 = Ah^2 + Bk^2 + Cl^2 + 2Dhl,$$

$$A = \frac{1}{a^2}, \quad B = \frac{\sin^2\beta}{b^2}, \quad C = \frac{1}{c^2} \quad \text{et} \quad D = \frac{\cos\beta}{ac}.$$

M représente le *module* de la forme hkl. Il est, en effet, constant pour les différentes faces de cette forme.

Voici les logarithmes des modules de p, des b^m, des e^m et de m :

$\log M_{b^{1/2}}$ ou $M_{\bar{1}11}$ =	0.19225145
$\log M_{b^{3/8}}$ ou $M_{\bar{1}43}$ =	0,77329835
$\log M_{b^{2/3}}$ =	0,70424276
$\log M_{b^{7/10}}$ =	0,93369852
$\log M_p$ =	$\bar{1}$,90255597
$\log M_m$ =	0,15142666
$\log M_{e^1}$	0,10468676
$\log M_{e^{1/2}}$ =	0,32960643
$\log M_{e^{1/4}}$ =	0,60656135

Cette formule (A) appliquée à l'angle pe^m se résoud en la formule très simple suivante :

$$\cot\mu = m\sqrt{\frac{C}{B}}. \qquad (B)$$

C'est de cette dernière formule que nous avons tiré la notation des e^m.

* * *

Propriétés optiques et caractère d'identification de l'atoxyl.

Presque perpendiculairement à la base se trouve (fig. 5) la bissectrice aiguë $\frac{1}{c}$.

J'ai constaté, dans des cristaux d'orientation déterminée au préalable, que cette bissectrice était inclinée en haut, vers l'arrière.

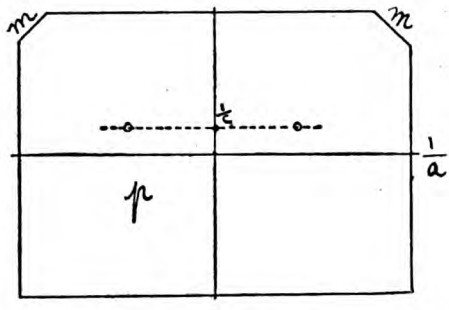


FIG 5

Le plan des axes optiques est normal à g^1 et ces axes sont moyennement rapprochés. Une goutte d'une solution aqueuse du sel, mise sur une lame de verre, d'après la méthode de M. G. Cesàro (*), nous montre des plages très régulières (fig. 5) rectangulaires. L'allongement est négatif; le plan des axes optiques est longitudinal.

En lumière convergente, on voit que la face parallèle à la lame de verre est presque normale à $\frac{1}{c}$. C'est donc une face p.

En lumière rouge convergente, une lame dont l'épaisseur est $e = 5{,}5$ donne l'apparence optique montrée par la figure 6. La biréfringence est forte : 50 à 60.

Nous avons mesuré

R	$e^{(**)}$	X^p
137,8	2,5	55,1
182,5	3,5	52,1
255,0	5,0	51,0
251,3	5,0	50,3

(*) *Sur la forme des cristaux déposés par une mince couche de liquide cristallogène sur une lame de verre plane* (BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE). Classe des sciences, juillet 1921, pp. 416 à 423.

(**) Dans ce genre de détermination, les épaisseurs très faibles donnent de bons résultats, parce qu'on est sûr de la face d'appui, ce qui n'arrive pas avec les fragments artificiels.

Par la figure d'interférence représentée par la figure 6, on peut préciser davantage la biréfringence Xp de lame p.

En effet, en la supposant de 50, le retard au centre serait $275 = 4{,}4\lambda_r$. En la supposant de 60, il est $330 = 5{,}3\lambda_r$.

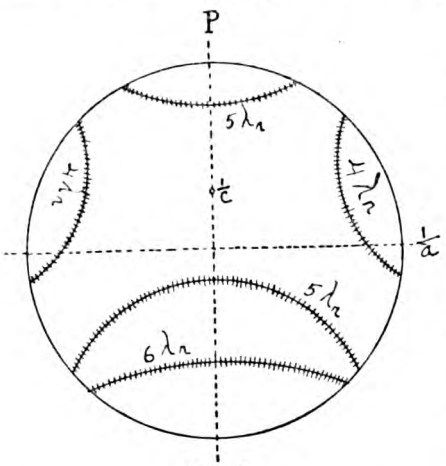


FIG. 6.

Il suit de là que, dans les deux cas, les deux premières lignes de retard qui apparaissent dans le champ sont $4\lambda_r$ et $5\lambda_r$.

Or, pour amener la ligne $4\lambda_r$ au centre, il a fallu soustraire 47 unités de retard. Si x est la biréfringence Xp de la lame p, on a, l'épaisseur étant 5,5,

$$5{,}5x - 47 = 4\lambda_r = 251{,}2.$$

D'où

$$x = X_p = 54{,}2.$$

D'autre part, pour amener la ligne $6\lambda_r$ au centre, il a fallu lui ajouter 88,2 :

$$5{,}5x + 88{,}2 = 6\lambda_r = 376{,}8.$$

D'où

$$x = 52{,}5.$$

Il suit de là que la biréfringence Xp est comprise entre 52,5 et 54,2.

On observe quelquefois des troncatures des angles (ou même une seule) faisant 45° avec les côtés de la lamelle. Comme nous l'avons vu plus haut, ces troncatures sont les traces des faces m, l'angle mm étant de 90°46′,5. Enfin, par l'emploi des solutions diluées, il arrive qu'il se forme des groupements radiés, composés de fines aiguilles à allongement toujours négatif.

CHIMIE. — **Recherches microchimiques sur la coumarine,**

par ALBERT NAVEZ (*).

On a signalé depuis longtemps la présence de coumarine dans bon nombre de plantes. — Une question restait cependant non résolue : sous quelle forme s'y trouve-t-elle?

Récemment Em. Bourquelot et H. Hérissey ont montré de façon tout à fait remarquable que le *Melilotus officinalis* Desr. renfermait ce principe odorant à l'état de glucoside (**).

Nous nous sommes proposé de rechercher la localisation de cette substance et du ferment correspondant.

On dispose, en théorie, de deux procédés de localisation :

1° Par des réactifs de la partie aglyconique;

2° Par des réactifs des sucres combinés.

Bourquelot et Hérissey ont montré, par l'action successive de l'invertine et de l'émulsine, que le sucre provenant du dédoublement était du *d*-glucose. Microchimiquement il nous a été possible de confirmer ce résultat.

Ce glucoside nouveau, découvert par Em. Bourquelot et H. Hérissey dans *Melilotus officinalis* Desr., retrouvé dans *M. altissimus* Thuill. et *albus* Desr. par nous-même, est un glucoside non azoté dérivé de la coumarine, ou mieux (***) du mélilotate de coumarine ou hydrocoumarate de coumarine : $C_9H_{10}O_3 . C_9H_6O_2$ ou $C_{18}H_{16}O_5$.

La quantité de glucoside que nous avons pu extraire a, mal-

(*) Présenté par M. Jean Massart.

(**) EM. BOURQUELOT et H. HÉRISSEY, *Présence dans le Mélilot et l'Aspérule odorante de glucosides fournissant de la coumarine sous l'action hydrolysante de l'émulsine.* (JOURN. PHARM. ET CHIM., 112e année, 7e sér., t. XXII, n° 8.)

(***) ZWENGER et BODENBENDER, *Liebigs Ann. d. Chem. und Pharm.*, CXXVI, 1863, S. 257.

heureusement, été très faible, vu le peu de plantes dont nous disposions. Il ne nous a donc pas été possible d'en étudier les propriétés chimiques comme nous l'aurions voulu.

C'est une poudre blanche, floconneuse, formée de petits cristaux aciculaires prismatiques, ne présentant pas d'odeur et soluble dans l'eau.

Sous l'action des acides étendus (HCl à 1 °/₀) elle se dédouble en glucose et en un produit complexe sur lequel nous reviendrons. Parmi les sels de métaux lourds, seul l'acétate basique de plomb précipite le glucoside. Ce corps doit donc être voisin de l'esculine et de l'esculétine, qui n'est qu'une dioxycoumarine 4.5. Aussi avons-nous songé immédiatement aux réactifs ayant servi à Alb. Goris dans son beau travail sur l'esculine (*) :

1° L'acétate basique de plomb;

2° La liqueur de Fehling;

3° Le réactif de Sonnenschein modifié par Goris (acide nitrique $d = 1.33$ renfermant 0.70 °/₀ de fer) (**).

I. *Acétate basique de plomb.* — Comme pour l'esculine, ce réactif ne nous a fourni que des résultats peu marqués, puisqu'il précipite en même temps glucoside et matières protéiques. Les coupes plongées dans le réactif pendant 15 minutes, puis lavées abondamment au moyen d'eau distillée fraîchement bouillie, ont montré un précipité blanchâtre dans les cellules de l'endoderme et dans quelques cellules du parenchyme cortical, dans une coupe de racine jeune. D'autre part, dans beaucoup de cellules de ce même parenchyme, le cytoplasme est plasmolysé et très finement grenu.

En essayant, comme Goris, les doubles décompositions par

(*) Albert Goris, *Recherches microchimiques sur quelques glucosides et quelques tanins végétaux.* (Th. Doct. Sc. Paris, 1903, pp. 28 et suiv.)

(**) *Loc. cit.*, p. 35.

l'iodure de potassium à 10 % ou le chromate de potassium à 5 %, les résultats n'ont pas été plus francs. Le sulfure d'ammonium (1 goutte dans 10 centimètres cubes d'eau distillée) a donné, pour les coupes traitées à l'acétate basique de plomb, un résultat beaucoup plus certain.

Les cellules à glucoside renferment un abondant précipité de plomb donnant aux cellules une coloration noire plus ou moins foncée; les autres cellules ont pris une teinte brune, beaucoup plus claire.

On peut du reste procéder d'une façon différentielle :

En plongeant les coupes dans le réactif pendant 2 à 4 minutes, on précipite les matières protéiques sans avoir précipité le glucoside. L'action du sulfure d'ammonium donne alors une coloration brunâtre dans toutes les cellules. Les coupes traitées pendant 15 minutes montrent nettement la localisation du glucoside. Les deux résultats, comparés, différencient les cellules à glucoside.

II. *Réactif de Sonnenschein-Goris.* — Ce réactif, préparé de la façon décrite par Goris (*), contrôlé sur de jeunes tiges et feuilles d'*Aesculus Hippocastanum* L. développées à l'obscurité, ne nous a donné aucune localisation.

Des solutions d'acide nitrique renfermant $0^{gr}10$, $0^{gr}30$, $0^{gr}40$, $0^{gr}50$, $0^{gr}60$, $0^{gr}70$, $0^{gr}90$, 1 gramme % de fer ne donnent aucune coloration caractéristique de glucoside.

C'est alors que nous avons employé un réactif qui avait déjà servi à Senft (**) pour localiser la coumarine dans les fèves de Tonka du commerce : le chlorure de zinc iodé et, en général, les réactifs iodés.

(*) *Loc. cit.*, pp 34 et 35.

(**) Senft, Em., *Ueber das Vorkommen und den Nachweis des Kumarins in den Tonkabohne.* (Pharm. Praxis, 1904. Jahrg. III, Heft 3.)

III. *Réactifs iodés* (*). — On sait que la coumarine forme avec l'iode iodurée un composé $4C_9H_6O_2KI.I_3H_2O$ cristallisant en une forme typique : des cristaux aciculaires droits ou tordus et souvent groupés autour d'un point central (**), si la solution du réactif est concentrée, ou bien donnant une solution bleu violacé si la concentration est faible.

La même chose se produit du reste quand on se sert d'une solution de chlorure de zinc iodé.

Nous avons employé plus particulièrement le chlorure de zinc iodé, dont voici la composition :

Chlorure de zinc	20,0	grammes.
Iodure de potassium. .	7,5	id.
Iode	1,5	id.
Eau distillée . . .	10,0	id.

Cette formule est assez voisine de celle de Behrens (***). Le réactif est conservé dans un flacon brun.

Les coupes préparées par le chlorure de zinc iodé et montées dans ce même réactif sont très stables, si l'on procède de la façon suivante :

Les coupes ne sont pas déposées directement dans le réactif, mais bien dans une grosse goutte de ce liquide, placée sur une lame et exposée à l'air et à la lumière, depuis une heure. (Le liquide exposé ainsi passe du brun au jaune pâle et finalement devient tout à fait incolore.) La coupe ne présente alors aucune coloration, mais, au contraire, une plasmolyse très rapide de toutes les cellules, condition avantageuse à une bonne localisation.

L'addition d'une trace de réactif non exposé à l'air et à la lumière détermine immédiatement l'apparition de la coloration

(*) Rappelons que le brome donne les mêmes résultats, mais est d'un usage bien moins commode.

(**) Tunmann, *Pflanzenmikrochemie*. Berlin, 1913, pp. 213-214.

(***) Behrens, *Tabellen zum Gebrauch bei mikroskopischen Arbeiten*, 1908, 4. Aufl., S. 155.

bleu violacé dans les cellules à glucoside. — Les coupes se conservent très bien dans ce liquide. — Un séjour prolongé détermine tout au plus après 2 ou 3 mois la précipitation de nombreux petits cristaux de forme typique (fig. 1).

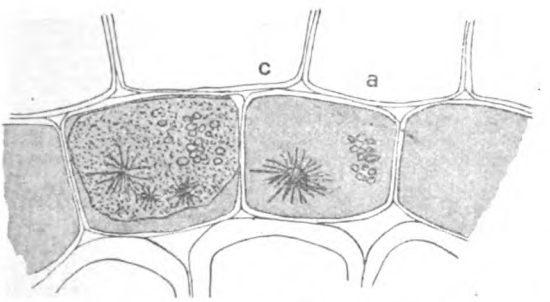


Fig. 1. — Cristaux typiques du dérivé iodé, dans la gaine amylifère de la tige de *Melilotus albus* : *a*, amidon; *c*, cristaux.

De même que dans les figures suivantes, la teinte grise indique la présence du glucoside; elle est plus ou moins foncée suivant son abondance.

L'iode sous forme de vapeurs nous a donné des résultats non moins précis.

La façon de procéder fut la suivante :

Quelques paillettes d'iode étaient déposées dans un verre de montre que nous recouvrions d'un autre verre, rodé sur le premier.

On avait déposé au préalable au fond de ce second verre une large goutte de paraffine liquide sur (et non dans) laquelle les coupes étaient déposées. On chauffe très doucement l'ensemble au microbrûleur jusqu'à apparition de vapeurs violettes en faible quantité. On monte alors les coupes directement dans la paraffine liquide ou mieux dans la glycérine, et l'on note très aisément la coloration caractéristique.

La méthode aux vapeurs d'iode a l'inconvénient de donner des résultats moins durables que la première. En effet, la localisation s'efface progressivement si la coupe est montée dans la

glycérine diluée ou dans l'eau, ou instantanément si on la passe dans l'alcool éthylique.

* *
*

Mais il nous faut revenir sur la constitution du glucoside donnant par dédoublement de la coumarine.

Zwenger et Bodenbender avaient trouvé dans le Mélilot de l'acide mélilotique ou hydrocoumarique en partie libre et en partie lié à de la coumarine, qui jouait donc le rôle d'une base faible. Or, ce mélilotate de coumarine est facile à dédoubler par l'ammoniaque. Il suffit de plonger les coupes pendant cinq minutes dans l'ammoniaque pure du commerce ou dans un mélange d'une goutte d'eau distillée avec une ou deux gouttes d'ammoniaque pour obtenir ce dédoublement.

Comment peut-on s'assurer que le dédoublement a bien eu lieu ?

Les localisations ont été faites en deux séries parallèles : avant et après l'action de l'ammoniaque, et dans tous les cas, localisation et coloration des cellules à glucoside ont été beaucoup plus vives après l'action de l'ammoniaque, ce qui montre bien que de la coumarine a été mise en liberté.

Ceci nous indique une troisième méthode de localisation :

Les coupes, au sortir de l'ammoniaque, sont déposées dans une goutte d'eau distillée à laquelle on ajoute aussitôt une goutte de chlorure de zinc iodé. Les cellules à glucoside se teintent alors en brun foncé ; les autres cellules, en brun clair ou même en brun très pâle. Les colorations dues à ce dernier procédé ne peuvent être obtenues qu'après traitement par l'ammoniaque et peuvent servir à apprécier la richesse relative des cellules en glucoside.

IV. *Perchlorure d'antimoine :* Le perchlorure d'antimoine forme avec la coumarine du chloroantimoniure de coumarine, caractérisé par des cristaux tabulaires jaune citron.

Malheureusement cette réaction ne s'effectue bien qu'en milieu chlorhydrique, ce qui représente un grand inconvénient pour notre localisation. Nous avons cherché à obtenir le même effet en évitant ce milieu acide, mais la formation de cristaux ne s'effectue plus avec toute la netteté désirable. Les cellules à glucoside présentent alors un aspect jaune sale que l'on doit considérer comme caractéristique. On peut différencier à l'acide chlorhydrique à 33 % et monter à la glycérine concentrée.

Nous n'avons recouru à ce dernier réactif que comme moyen de contrôle.

V. *Liqueur de Fehling.* Tout comme Goris, nous avons pu constater l'inconvénient très grand de la liqueur de Fehling — à savoir son action destructrice — et l'avantage de la poudre d'Ost composée de

Carbonate de potassium	50 grammes.
Bicarbonate de potassium. . . .	20 id.
Sulfate de cuivre pulvérisé . . .	5 id.

De 3 à 5 grammes de cette poudre sont dissous dans 2 ou 3 centimètres cubes d'eau, contenus dans un verre de montre.

On porte le tout à l'ébullition, et dans le liquide bouillant, auquel on ajoute de temps en temps de ce même liquide pour compenser la perte par évaporation, on plonge les coupes faites au moment de l'emploi.

Ce milieu visqueux, excessivement concentré, donne une très belle localisation du sucre réducteur né du dédoublement du glucoside. Les coupes, lavées à l'eau, sont examinées dans la glycérine. La formation des osazones identifie ce sucre réducteur comme étant du glucose ; de même que dans tous les cas connus, ce sera fort probablement ici aussi du *d*-glucose.

Le schéma général des méthodes de localisation est donc le suivant :

Coupes fraîches.

NH_3		Sur goutte de paraffine liquide.	Perchlorure d'antimoine.	Liqueur d'Ost.
Chlorure de zinc iodé décoloré à l'air.	Eau distillée + immédiatement chlorure de zinc iodé frais.	Vapeurs d'iode.	HCl à 33 °/₀.	Eau distillée.
Chlorure de zinc iodé frais.		Glycérine concentrée.	Glycérine concentrée.	Glycérine concentrée.
I	II	III	IV	V

A l'aide de ces réactifs nous nous sommes attaché à la localisation de la coumarine dans *Melilotus albus* Desr.

Melilotus altissimus nous a donné, du reste, des résultats en tous points semblables.

Topographie des cellules a glucoside.

Les matériaux vivants employés étaient de deux sortes :

1° Des plantules obtenues sur du papier à filtrer, dans des boites de Pétri, à l'étuve à 22° C. ;

2° Des rejets de souches de l'année dernière.

Racine de la plantule. Cet organe comprend essentiellement : l'épiderme ; le parenchyme cortical limité vers l'intérieur par l'endoderme ; la stèle avec quatre faisceaux ligneux et quatre faisceaux libériens (fig. 2 et 3).

Le glucoside est localisé exclusivement dans l'endoderme.

La réaction n° II (voir schéma) montre que la quantité de glucoside est relativement très faible, comparée à celle que l'on trouve dans les rejets.

Tige de la plantule. Localisation absolument identique. Même remarque concernant la teneur en glucoside.

Cotylédons. Ils se composent de deux tissus nettement différenciés par leur structure et leur richesse en plastides : 1° un tissu palissadique comprenant trois couches de cellules riches en plastides ; 2° un tissu très peu lacuneux, plus pauvre.

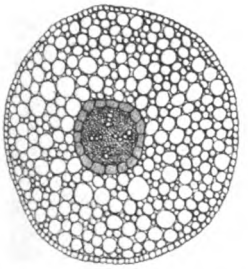


Fig. 2. — Coupe transversale d'une racine de plantule de *Melilotus albus*.

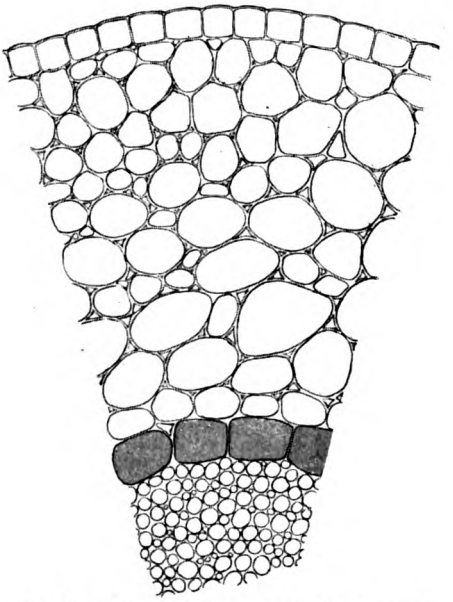


Fig. 3. — Portion plus grossie d'une coupe de racine.

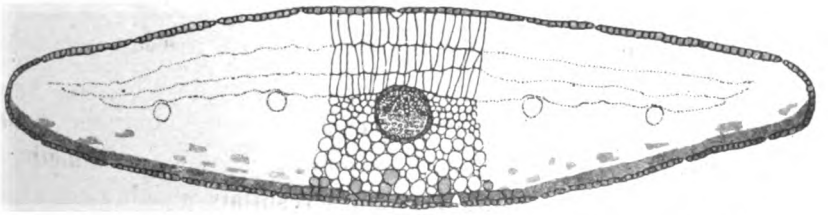


Fig. 4. — Coupe transversale de cotylédon d'une plantule de *Melilotus albus*.

A la limite de ces deux zones, un gros et quatre petits faisceaux bicollatéraux, chacun entouré par l'endoderme. Enfin, un épiderme unisérié, sans plastides.

La localisation se fait très nettement dans l'épiderme, dans

la couche immédiatement voisine de l'épiderme inférieur, ainsi que dans l'endoderme des faisceaux. Enfin, quelques cellules voisines de la périphérie, dans le parenchyme lacuneux (fig. 4).

Il est à remarquer que la coloration est bien moins vive dans l'épiderme supérieur que dans le reste des tissus.

Tige. C'est le matériel par excellence, celui sur lequel on peut essayer le procédé ou la pureté des réactifs.

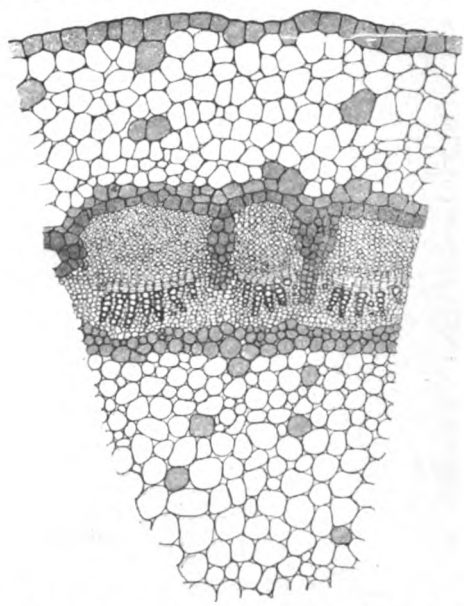


Fig. 5. — Portion d'une coupe transversale de tige d'un rejet de *Melilotus albus*.

Les deux méthodes décrites par Goris pour l'étude des tanins (*loc. cit.*, p. 72) — à savoir la méthode des coupes et la méthode par osmose — nous ont donné des résultats absolument identiques, quoique la seconde méthode soit beaucoup plus lente que la première. Aussi est-ce plus spécialement à celle-ci que nous avons eu recours.

La tige (fig. 5) présente un épiderme, une large zone corticale, un endoderme, une masse circulaire de faisceaux libéro-ligneux et une très large zone médullaire.

La localisation (fig. 6) se fait surtout autour des faisceaux, dans l'épiderme, dans quelques cellules du parenchyme cortical, dans quelques cellules immédiatement voisines de l'endoderme,

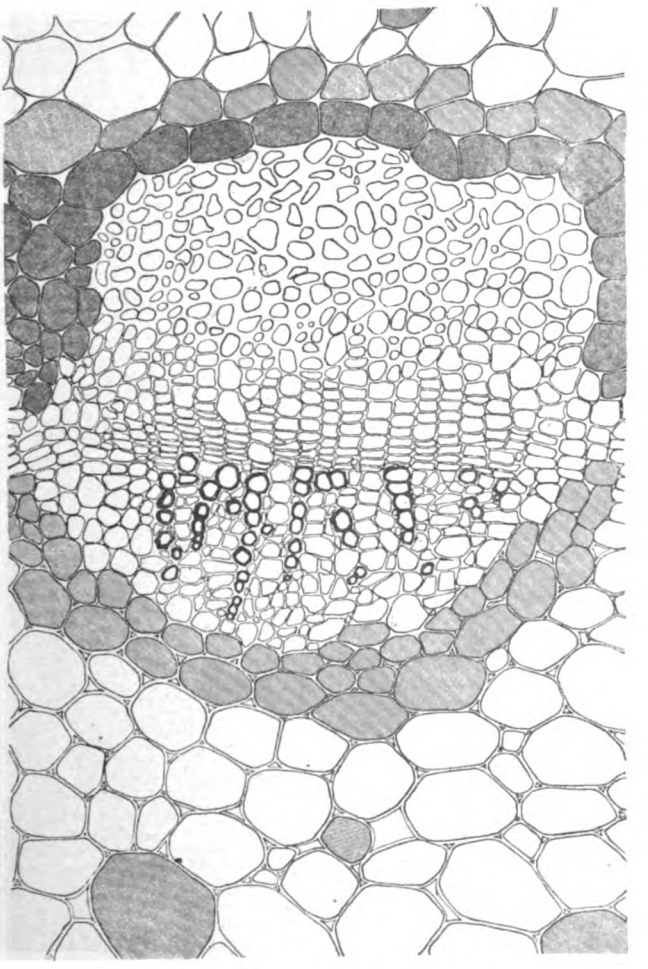


FIG. 6. — Portion plus grossie de la même coupe.

dans les rayons médullaires, dans la zone périphérique de la moelle et dans quelques cellules de celle-ci.

Le glucoside est surtout nettement visible dans l'endoderme

et dans la tête des rayons médullaires. La teneur doit être moins forte dans les autres cellules.

FIG. 7. — Coupe transversale du pétiole de *Melilotus albus*.

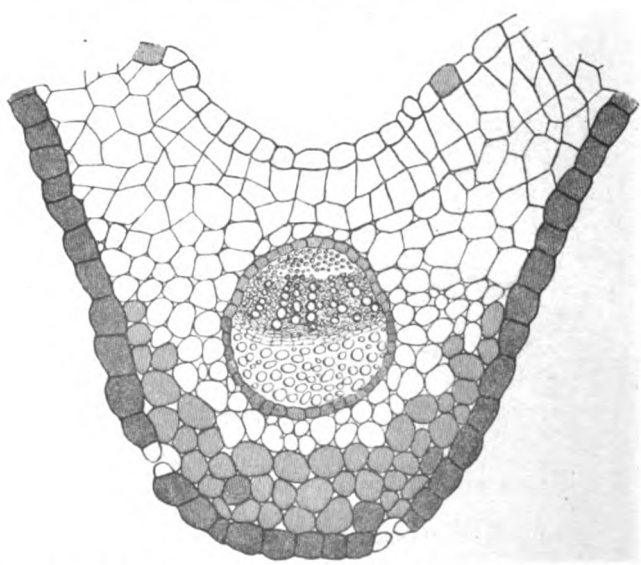


FIG. 8. — Coupe transversale d'une nervure de la feuille de *Melilotus albus*.

Pétiole. — Le pétiole (fig. 7) montre nettement une localisation dans la moitié inférieure de l'endoderme ainsi que dans

l'épiderme de la face inférieure, mais en quantité moindre; dans la moitié supérieure de l'endoderme; enfin dans quelques cellules du parenchyme avoisinant l'épiderme inférieur.

Feuille (fig. 8). — Au niveau de la nervure la localisation est très nette dans l'endoderme (surtout la moitié inférieure), dans l'épiderme de la face inférieure, enfin dans le parenchyme foliaire situé au-dessous du faisceau.

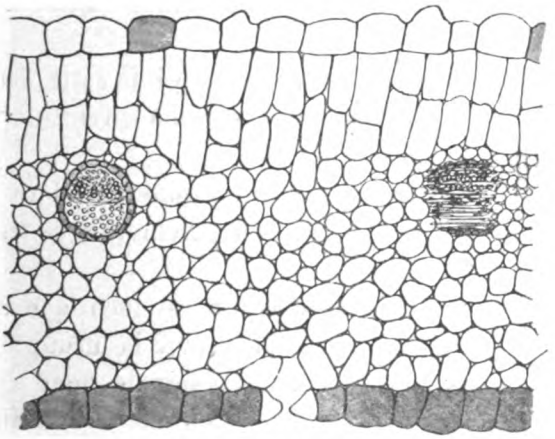


Fig. 9. — Coupe transversale du limbe de la feuille de *Melilotus albus*.

Dans le limbe (fig. 9), le glucoside se trouve spécialement dans les cellules épidermiques de la face inférieure, ainsi que dans quelques très rares cellules de l'épiderme supérieur.

En résumé nous constatons que, presque toujours, le glucoside est localisé dans l'endoderme ou dans les épidermes; plus rarement dans le parenchyme.

*
* *

Examinons maintenant l'idée de Zwenger et Bodenbender, suivant laquelle il y a de l'acide mélilotique libre à côté de mélilotate de coumarine.

Si telle est la réalité, il doit être possible — ou bien de saturer cet acide libre seul — ou bien, si l'action est plus complète, de dédoubler le mélilotate de coumarine et de saturer, par conséquent, les deux fonctions acides rendues libres.

Un certain nombre de réactifs furent essayés, entre autres le nitrate d'argent, le sulfate de zinc, le molybdate et le chlorure d'ammonium, le sulfate ferreux et le perchlorure de fer, le nitrate et l'acétate d'urane, le bichromate de potassium. Chose remarquable, ce furent les réactifs des tanins qui donnèrent des résultats positifs.

Microchimiquement, nous avons essayé la série des réactifs employés par Goris (*) et tous nous conduisirent à une localisation précise de tanin.

Il convient de mettre cependant en toute première ligne les réactifs de Braemer, de Carpene et le perchlorure de fer en solution concentrée (**).

Chose remarquable, la localisation est identique à celle du glucoside. On peut se demander alors avec beaucoup de raisons si nous n'avons pas ici ce que Goris a signalé pour l'esculine : l'union de ce tanin à de l'acide mélilotique, c'est-à-dire l'existence d'un acide mélilotannique très aisément dédoublé en ses constituants.

Cette hypothèse nous conduirait à considérer le glucoside produisant la coumarine comme un glucoside double formé, d'une part, de tanin et d'acide mélilotique et, d'autre part, d'un glucoside se dédoublant en *d*-glucose et en hydrocoumarate de

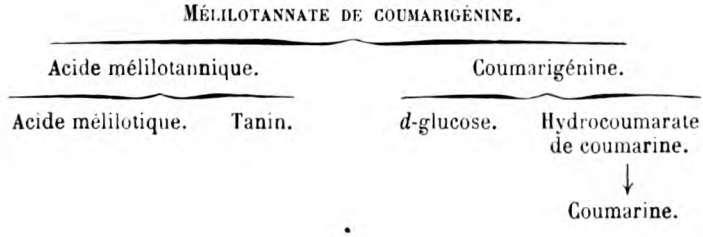
---

(*) *Loc. cit.* p. 70.

(**) R. de Braemer : Tungstate de sodium. . . . . 10 grammes.
Acétate de sodium. . . . . 20 id.
Eau distillée . . . . . 100 id.
R. de Carpene : Oxyde de zinc. . . . . 40 id.
Eau distillée . . . . . 50 centimètres cubes.
Acide acétique. . . . . 65 id.
Dissoudre à chaud et ajouter : Ammoniaque 100 cc.; eau distillée q. s. pour 500 cc.

coumarine. Nous appellerons ce second glucoside « coumarigénine ».

La matière existant dans les cellules du Mélilot serait donc un mélilotannate de coumarigénine, et sa décomposition pourrait être schématisée comme ceci :



Nous espérons, d'ici peu, pouvoir confirmer cette hypothèse par l'extraction de ces différents corps et la détermination de leurs constantes.

Institut botanique Leo Errera,
Université de Bruxelles, mars 1922.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Archimède. OEuvres complètes (traduction par Paul Ver Eecke). Paris-Bruxelles, 1921; gr. in-8° (553 p., fig.). [29.052]

Bainbridge (*W.-S.*). Le Problème du Cancer. Louvain-Paris, 1922; in-8° (484 p., pl.). [29.044]

Mie (*Gustave*). La Théorie einsteinienne de la Gravitation. Paris, 1922; in-16 (117 p., fig.) [29.050]

Philippot (*H.*). L'usage des coordonnées galactiques. Bruxelles, 1922; extr. in-32 (61 p., fig., pl.). [28.732]

Philippot (*H.*), *Delporte* (*E.*), *Moreau* (*T.*). Positions moyennes pour 1914 d'étoiles de comparaison de la Comète 1913 *f* (Delavan). [28.843]

Van Oye (*Paul*). Einteilung der Bimengewäser Javas, s. l. n. d.; extr. in-8° (pp. 7-22). [28.726]

Velasco de Pando (*Manuel*). Nota sobre las energias no integrables. Madrid, s/d; in-8° (9 p.). [28.734]

Vincent (*George-E.*). Rapport sur l'activité de la fondation Rockfeller. New-York, 1921; in-8° (54 p., pl.). [28.733]

Séance du mardi 2 mai 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. A. Gilkinet, Ch. Lagrange, J. Deruyts, J. Neuberg, A. Gravis, Max Lohest, F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, E. Marchal, J. Bordet, L. Crismer, Ed. van Aubel, *membres;* Th. De Donder, O. Dony-Hénault, P. Fourmarier, *correspondants;* G.-A. Boulenger, *associé,* et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. de la Vallée Poussin, P. Stroobant, Lecointe, membres ; Van der Stricht et V. Grégoire, correspondants.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts annonce que la subvention pour 1921 destinée aux Tables internationales de Constantes physiques a été adressée directement au rédacteur et qu'il n'est pas possible d'en augmenter actuellement la valeur.

Le même Ministre donne l'assurance que la Commission des œuvres internationales à but scientifique n'interviendra en aucune façon au sujet du Conseil international de Recherches et de l'Union académique internationale.

Le Secrétaire général du Conseil international de Recherches adresse la liste des propositions soumises à la session de 1922. La Classe les examinera dans sa prochaine séance et les communiquera aux Comités nationaux.

M. Lecointe propose que l'Académie examine comment la personnalité civile pourrait être accordée au Conseil international de recherches. La Classe décide de renvoyer la question aux Comités nationaux.

La Société royale des Sciences médicales et naturelles prie l'Académie de se faire représenter par un délégué à la célébration de son centenaire, le jeudi 22 juin prochain. La Classe désigne M. Gravis.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

La Vie et l'Œuvre de Pierre Duhem, par E. Picard.

Liber memorialis de la manifestation en l'honneur de M. Auguste Swaen, professeur à l'Université de Liége, à l'occasion de sa promotion à l'éméritat.

Centenaire de l'Académie de Médecine (Paris).

Zoologische Kilimandjaro Meru Expedition, par J. Sjöstedt, 3 vol.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe examine les titres des candidats proposés pour la place vacante d'associé. Elle décide de ne pas inscrire de candidature nouvelle.

RAPPORTS.

De M. de la Vallée Poussin sur deux travaux de M. van den Bossche : 1° *Établissement de l'équation de mouvement de la gravitation newtonnienne à quatre dimensions;* 2° *Établissement de la valeur exacte de* π. — La Classe, se ralliant à l'avis du rapporteur, décide que ces travaux seront simplement déposés aux archives.

De M. J. Neuberg sur le mémoire de M. Godeaux : *Sur les correspondances rationnelles entre deux surfaces de genres un.* — Conformément aux conclusions du rapporteur, la Classe décide d'imprimer ce travail dans le *Bulletin* de la séance.

FONDATION A. DE POTTER.

Sur la proposition de la Commission de la Fondation, la Classe accorde les subventions suivantes à :

M. P. Bruylants, 8,500 francs, pour l'achat d'un spectrographe; le subside sera liquidé par trois portions semestrielles, la première étant fixée à 3,500 francs.

M. F. Swarts, 800 francs, pour transformation d'un appareil destiné à des travaux à exécuter sous de hautes pressions.

M^lle^ G. Hannevart, 1,000 francs, pour lui faciliter l'étude de la perméabilité cellulaire.

M^lle^ van Opdenbosch, 1,000 francs, pour l'aider dans ses recherches sur la caryocinèse des Floridées.

M. Tits, 500 francs, pour l'aider dans ses études sur la cytologie des Algues Floridées.

M. Conard, 500 francs, pour l'aider dans ses recherches sur la cicatrisation chez les algues marines.

M. J. van de Velde, 500 francs, pour lui faciliter l'étude de la circulation sanguine chez certains poissons.

M. V. van Straelen, 800 francs, pour l'aider dans ses travaux sur les Crustacés fossiles.

PRIX J. DERUYTS.

3^e^ période (1^er^ mai 1910-1^er^ mai 1922).

La Classe désigne pour constituer le jury de ce Prix : MM. Demoulin, Servais et Stuyvaert.

TRAVAUX SOUMIS A L'EXAMEN DE LA CLASSE.

Découverte d'un poisson nouveau dans le marbre noir de Denée, par G. Fournier et P. Pruvost; présenté, avec rapport verbal favorable, par M. G.-A. Boulenger. — Impression dans le *Bulletin*.

Les excitants de la germination d'un champignon, par M. Tits; présenté, avec rapport verbal favorable, par M. J. Massart. — Impression dans le *Bulletin*.

Sur les polyèdres réguliers de l' « analysis situs », par A. Errera; présenté, avec rapport verbal favorable, par M. Th. De Donder. — Impression dans les *Mémoires* in-8°.

GÉOMÉTRIE. — **Sur la Géométrie du Tétraèdre**

(Cinquième communication),

par CLÉMENT SERVAIS, membre de l'Académie.

L'axe orthopôle d'une droite de l'espace par rapport à un triangle.

1. Par les sommets A, B, C d'un triangle, on mène dans le plan ABC trois droites parallèles d_a, d_b, d_c et par l'orthocentre H une normale n à leur direction. Si h_a, h_b, h_c désignent les trois hauteurs on a

$$(d_a d_b d_c \infty) \overline{\wedge} (h_a h_b h_c n);$$

car l'hyperbole circonscrite au quadrangle ABCH et ayant pour direction asymptotique d_a est équilatère. Le faisceau $(d_a d_b d_c \infty)$ est projectif à tout faisceau parallèle à $(h_a h_b h_c n)$ et cette projectivité engendre une hyperbole équilatère.

2. Les points A_p, B_p, C_p sont les projections orthogonales des sommets A, B, C d'un triangle sur une droite p prise arbitrairement dans l'espace; les plans α, β, γ sont menés respectivement par les points A, B, C, normaux à la droite p; les plans α_p, β_p, γ_p sont menés par les points A_p, B_p, C_p normaux respectivement aux côtés BC, CA, AB du triangle; la droite o est l'intersection des plans α_p, β_p; γ' est le plan mené par cette droite perpendiculairement au côté AB. La projectivité

$$(\alpha\beta\gamma\ldots) \overline{\wedge} (\alpha_p \beta_p \gamma' \ldots)$$

engendre un système réglé Σ situé sur un paraboloïde hyperbolique (P), dont la section par le plan ABC est une hyperbole équilatère (I). Le plan ABC est normal à la directrice o du système réglé Σ; le paraboloïde (P) est donc équilatère.

La droite p est normale au plan directeur du système réglé Σ; elle rencontre les rayons $(\alpha\alpha_p)$, $(\beta\beta_p)$ aux points A_p, B_p; elle est donc la directrice de striction de ce système. Le point C_p de cette directrice situé dans le plan γ est également dans le plan γ' et, par suite,

$$\gamma' \equiv \gamma_p ;$$

on a ainsi la propriété suivante :

Si A_p, B_p, C_p *sont les projections orthogonales des sommets* A, B, C *d'un triangle sur une droite* p *choisie arbitrairement dans l'espace, les plans menés par les points* A_p, B_p, C_p *normaux respectivement aux côtés* BC, CA, AB *du triangle forment un faisceau.*

L'axe o de ce faisceau normal au plan ABC sera appelé l'*axe orthopôle de la droite* p *relativement au triangle* ABC; la droite p est une *orthopolaire* de l'axe o.

Remarque. — Soient p' la projection orthogonale de la droite p sur le plan ABC; (A', B', C'), (A'_p, B'_p, C'_p) celles des points (A, B, C), (A_p, B_p, C_p) sur la droite p'; P, Ω les traces des droites p, o sur le plan ABC. La similitude des ponctuelles

$$(A_p B_p C_p P),\ (A'_p B'_p C'_p P),\ (A' B' C' P)$$

établit que

L'orthopôle Ω' *de la projection orthogonale* p' *de la droite* p *sur le plan* ABC *et les traces* P, Ω *des droites* p, o *sur ce plan sont en ligne droite.*

3. Un plan π quelconque mené par la droite p rencontre l'axe orthopôle o en un point ω; les points A_π, B_π, C_π sont les projections orthogonales des sommets A, B, C sur le plan π; celles des points A_π, B_π, C_π sur la droite p sont A_p, B_p, C_p (2). L'intersection des plans α_p, π normaux au plan $BB_\pi CC_\pi$ est perpendiculaire au côté $B_\pi C_\pi$ du triangle $A_\pi B_\pi C_\pi$; le point ω

est donc l'orthopôle de la droite p relativement au triangle $A_\pi B_\pi C_\pi$. Ainsi

Si A_π, B_π, C_π *sont les projections orthogonales des sommets* A, B, C *d'un triangle sur un plan* π *mobile autour d'une droite fixe* p, *le lieu de l'orthopôle* ω *de la droite* p *relativement au triangle* $A_\pi B_\pi C_\pi$ *est l'axe orthopôle* o *de cette droite relativement au triangle* ABC.

Cette propriété justifie la dénomination « axe orthopôle de la droite p ».

4. La démonstration (**2**) a établi la propriété suivante :

Par une droite donnée o *normale au plan* ABC *on mène les plans* α_p, β_p, γ_p *perpendiculaires aux côtés* BC, CA, AB *du triangle* ABC; *par les sommets* A, B, C *on mène trois plans* α, β, γ *parallèles entre eux. La projectivité*

$$(\alpha\beta\gamma\ldots) \overline{\wedge} (\alpha_p\beta_p\gamma_p\ldots)$$

engendre un système réglé Σ *d'un paraboloïde hyperbolique équilatère.*

La directrice de striction p *du système réglé* Σ *est une orthopolaire de la droite* o *relativement au triangle* ABC.

5. *Les orthopolaires* p *d'une droite donnée* o *normale au plan du triangle* ABC *sont les rayons d'une congruence* (p) *du quatrième ordre et de la troisième classe.*

En effet, si S est un point choisi arbitrairement dans l'espace, les sphères décrites sur les segments AS, BS comme diamètres sont coupées respectivement par les plans α_p, β_p (**2**) suivant les cercles (α_p), (β_p). Les cônes de sommet S perspectifs à (α_p), (β_p) ont quatre génératrices communes qui sont des rayons de la congruence (p).

Soient A_π, B_π, C_π les projections orthogonales des points A, B, C sur un plan quelconque π; la trace ω de la droite o sur

ce plan a trois orthopolaires relativement au triangle $A_\pi B_\pi C_\pi$ (*). Ce sont les seules orthopolaires de la droite o relativement au triangle ABC, situées dans le plan π (3).

Ces droites sont les côtés d'un *triangle orthopolaire* de la droite o relativement au triangle ABC.

6. *Plans singuliers de la congruence* (p). Les projections orthogonales A_π, B_π, C_π des points A, B, C sur un plan singulier π de la congruence (p) sont collinéaires (5); le plan π est donc normal au plan ABC. Les plans α_p, β_p, γ_p coupent le plan π suivant trois droites a_p, b_p, c_p que l'on supposera d'abord distinctes. Deux cas peuvent se présenter :

I. Dans la projectivité

$$(A_\pi B_\pi C_\pi \ldots) \overline{\wedge} (a_p b_p c_p \ldots),$$

deux des points A_π, B_π, C_π, par exemple B_π, C_π, ne sont pas situés sur les droites correspondantes.

Un rayon p de la congruence (p) situé dans le plan π rencontre les droites b_p, c_p aux points B_p, C_p; les droites $B_\pi B_p$, $C_\pi C_p$ sont perpendiculaires à la droite p. Cette dernière est donc une tangente commune des paraboles de foyers B_π, C_π et dont les tangentes aux sommets sont respectivement les droites b_p, c_p. Dans ce premier cas le plan π ne peut donc être un plan singulier de la congruence (p).

II. Les points B_π, C_π sont situés sur les droites correspondantes b_p, c_p; la droite $A_\pi B_\pi C_\pi$ est alors une orthopolaire s_1 du point Ω (Remarque 2) relativement au triangle ABC. Une droite p du plan π, parallèle à $A_\pi B_\pi C_\pi$, appartient à la congruence (p); car elle rencontre les droites a_p, b_p, c_p en des points A_p, B_p, C_p tels que les droites AA_p, BB_p, CC_p sont perpendiculaires à p. Les droites p considérées jouissent seules de cette propriété et le plan π est alors un plan singulier du premier ordre.

(*) J. Neuberg, *Nouvelle correspondance mathématique*, 1878, p. 379.

Il reste à examiner le cas où les droites a_p, b_p, c_p coïncident ; elles sont alors identiques à la droite o. Si le plan π est distinct des plans α_p, β_p, γ_p, la droite o est le seul rayon de la congruence (p) situé dans ce plan.

Si le plan π est identique à α_p, ce plan coupe le côté BC en un point A_1 foyer d'une parabole (α) ayant pour tangente au sommet la droite o. Si A_p, B_p, C_p sont les projections orthogonales des sommets A, B, C sur une tangente quelconque p de la parabole (α), les points B_p, C_p coïncident au point d'intersection des droites p et o ; ce point est la projection orthogonale du foyer A_1 sur la tangente p. Cette tangente est un rayon de la congruence (p) et réciproquement.

Il résulte de cette discussion que

Le triangle orthopolaire $s_1s_2s_3$ *de la droite donnée* o (5) *situé dans le plan* ABC *est la section droite d'un prisme triangulaire dont les faces* σ_1, σ_2, σ_3 *sont les plans singuliers du premier ordre de la congruence* (p). *Les rayons de cette congruence dans chacune des faces sont parallèles au plan* ABC.

Les plans α_p, β_p, γ_p *sont les plans singuliers du second ordre. Les courbes correspondantes sont des paraboles* (α), (β), (γ) ; *chacune d'elles a pour tangente au sommet la droite* o *et leurs foyers sont respectivement sur les côtés* BC, CA, AB *du triangle* ABC.

7. Les droites AA_π, BB_π, CC_π, o (5) coupent aux points $A_{\pi'}$, $B_{\pi'}$, $C_{\pi'}$, ω' un plan mobile π' parallèle au plan π supposé quelconque. Les orthopolaires p'_1, p'_2, p'_3 du point ω' relativement au triangle $A_{\pi'}B_{\pi'}C_{\pi'}$ sont des rayons de la congruence (p) (3). Si ω_1, o_1, p_1, p_2, p_3 sont les projections orthogonales des éléments ω, o, p'_1, p'_2, p'_3 sur le plan fixe π, les droites p_1, p_2, p_3 sont les orthopolaires relativement au triangle $A_\pi B_\pi C_\pi$ du point ω_1 mobile sur la droite o_1. Le triangle variable $p_1p_2p_3$ est inscrit au cercle $A_\pi B_\pi C_\pi$ et circonscrit à une parabole fixe (P) (*).

(*) J. Neuberg, *loc. cit.*, p. 381.

Les sommets de ce triangle sont conjugués dans une involution cubique du premier rang (I_3) sur le cercle $A_\pi B_\pi C_\pi$; la parabole (P) est la conique d'involution. Le cercle $A_\pi B_\pi C_\pi$ et l'involution (I_3) sont les sections droites d'un cylindre de révolution et d'une involution cubique (J_3) des génératrices.

Soient (ω_1), (ω'), (π') les ponctuelles et le faisceau engendré par les éléments mobiles ω_1, ω', π'; on a

$$(J_3) \overline{\wedge} (I_3) \overline{\wedge} (\omega_1) \overline{\wedge} (\omega') \overline{\wedge} (\pi').$$

Les points cycliques E, F situés sur la tangente à l'infini de la parabole (P) et le foyer G de cette conique forment un terne de l'involution cubique (I_3); par suite, les génératrices e, f à l'infini du cylindre de révolution et la génératrice g passant par G sont conjuguées dans l'involution (J_3). Dans la projectivité

$$(J_3) \overline{\wedge} (\pi')$$

au terne (efg) de (J_3) correspond le plan à l'infini dans le faisceau (π'). La courbe gauche du cinquième ordre engendrée par cette projectivité comprend donc les droites e, f et une cubique gauche. De ces développements résulte la propriété suivante :

Les triangles orthopolaires $p'_1p'_2p'_3$ *d'une droite donnée* 0 (δ) *relativement au triangle* ABC, *dont les plans* π' *sont parallèles, sont inscrits dans une cubique gauche et dans un cylindre de révolution. Ils sont circonscrits à un cylindre parabolique. Les axes de ces cylindres sont normaux aux plans* π'.

Les côtés des triangles $p'_1p'_2p'_3$ *sont les génératrices d'une surface du quatrième ordre de la huitième variété de Cayley.*

8. Le plan ABC est un plan de symétrie de la congruence (p); la projection orthogonale p' du rayon p sur ce plan est aussi celle de son symétrique q. Lorsque la droite p' se déplace parallèlement à elle-même dans le plan ABC, son orthopôle Ω' décrit une perpendiculaire à la direction p'; la ponctuelle (Ω')

et le faisceau (p') sont directement égaux, et le lieu du point d'intersection P des droites $\Omega\Omega'$ et p' (Remarque 2) est une hyperbole équilatère; par conséquent,

Les orthopolaires p *de la droite* o (5) *qui sont projetées sur le plan* ABC *suivant les droites parallèles à une direction donnée rencontrent ce plan en des points* P *d'une hyperbole équilatère.*

Ces orthopolaires engendrent une surface du quatrième ordre de la onzième variété de Cayley.

En effet, si l'on considère sur la droite à l'infini commune aux plans pp' une involution quadratique (I) qui a pour éléments doubles le point S de la direction p' et son conjugué S' relativement aux points cycliques, les rayons p, q issus du point P de l'hyperbole équilatère déterminent un couple de cette involution.

Réciproquement, ce couple de l'involution étant donné fait connaître la direction du rayon p et une ponctuelle directement égale et parallèle à la ponctuelle $(A'_pB'_pC'_p)$ (Remarque 2). La droite p' qui coupe le faisceau $(\alpha_p\beta_p\gamma_p)$ (2) suivant la ponctuelle $(A'_pB'_pC'_p)$ peut donc être construite; elle rencontre l'hyperbole équilatère en un seul point P à distance finie. Ce point P appartient aux deux rayons p, q de la congruence passant par les points du couple donné de l'involution (I). Cette involution et la ponctuelle du second ordre (P) sur l'hyperbole sont donc rapportées projectivement et les rayons p, q engendrent une surface du quatrième ordre de la onzième variété de Cayley.

9. On suppose que la droite o_1 (7) est la droite de Simson d'un point P_1 du cercle $(A_\pi B_\pi C_\pi)$ relativement au triangle $A_\pi B_\pi C_\pi$. Le point P_1 est alors un sommet du triangle orthopolaire $p_1p_2p_3$ du point ω_1; le côté opposé p_1 est normal à cette droite o_1; il est aussi normal à la droite AA_π; donc il est perpendiculaire à la droite o et parallèle au plan ABC. La droite p'_1 (7) de la congruence (p) est, par suite, parallèle à l'une des droites s_1, s_2, s_3 et l'on a la propriété suivante :

Soient $s_1s_2s_3$ *le triangle orthopolaire d'un point* Ω *relative-*

ment au triangle ABC; o *la normale en ce point au plan* ABC; A_π, B_π, C_π *les projections orthogonales des sommets* A, B, C *sur un plan* π; o_1 *celle de la droite* o. *Si le plan* π *est parallèle à l'un des côtés du triangle* $s_1s_2s_3$, *la droite* o_1 *est une droite de Simson du triangle* $A_\pi B_\pi C_\pi$, *et réciproquement.*

10. La droite p'_1 (9) est dans l'un des plans σ_1, σ_2, σ_3 (6), par exemple σ_1. Le cercle $(A_\pi B_\pi C_\pi)$ est la section droite d'un cylindre de révolution coupé par le plan σ_1 suivant une conique Σ_1, lieu des sommets du triangle $p'_1p'_2p'_3$ situés sur le côté p'_1. La génératrice g_1 de ce cylindre issue du point P_1 passe par le sommet P'_1 du triangle $p'_1p'_2p'_3$ opposé au côté p'_1. Le faisceau (π') (7) détermine sur la conique Σ_1 une involution quadratique (I_2) et sur la génératrice g_1 une ponctuelle (P'_1). On a

$$(I_2) \overline{\wedge} (P'_1).$$

Par conséquent,

Dans la propriété (7), *si les plans* π' *sont parallèles au côté* s_1 *du triangle* $s_1s_2s_3$ (6), *la surface du quatrième ordre engendrée par les côtés du triangle orthopolaire* $p'_1p'_2p'_3$ *est formée par le plan* σ_1 (6) *et une surface réglée du troisième ordre.*

11. Soient A_p, B_p, C_p, D_p les projections orthogonales des sommets du tétraèdre ABCD sur une droite p; les perpendiculaires abaissées des points A_p, B_p, C_p respectivement sur les faces BCD, CAD, ABD rencontrent l'axe orthopôle de la droite p relativement au triangle ABC. Cet axe est parallèle à la perpendiculaire abaissée du point D_p sur le plan ABC; par conséquent,

Les axes orthopôles d'une droite p *relativement aux faces d'un tétraèdre* ABCD *sont des rayons d'un même système réglé* (*R*); *la droite* p *est un rayon de ce système.*

Si A_p, B_p, C_p, D_p *sont les projections orthogonales des sommets du tétraèdre sur la droite* p, *les perpendiculaires abaissées de*

ces points A_p, B_p, C_p, D_p *sur les faces correspondantes sont des rayons d'un même système réglé* (R').

Les systèmes réglés (R) *et* (R') *sont complémentaires.*

12. On projette orthogonalement les sommets d'un tétraèdre ABCD sur un plan quelconque σ aux points A_1, B_1, C_1, D_1. On désigne par O un point quelconque de l'espace; par S_∞, A_∞, B_∞, C_∞, D_∞ les pôles relativement au cercle imaginaire à l'infini du plan σ et des faces du tétraèdre. Les droites

$$A_1A_\infty, \quad B_1B_\infty, \quad C_1C_\infty, \quad D_1D_\infty$$

sont des rayons d'un système réglé coupé par le plan σ suivant une hyperbole équilatère (*). Soient E_∞, F_∞ les points à l'infini de cette hyperbole. La courbe à l'infini du système réglé passe par les points A_∞, B_∞, C_∞, D_∞, E_∞, F_∞, et l'on a la projectivité

$$(A_1B_1C_1D_1E_\infty F_\infty) \overline{\wedge} (A_\infty B_\infty C_\infty D_\infty E_\infty F_\infty);$$

par suite,

$$S_\infty (A_1B_1C_1D_1E_\infty F_\infty) \overline{\wedge} O(A_\infty B_\infty C_\infty D_\infty E_\infty F_\infty).$$

Ces deux gerbes projectives engendrent une cubique gauche passant par les sommets du triangle S_∞ E_∞ F_∞ conjugué au cercle imaginaire à l'infini. Par conséquent,

Par les sommets d'un tétraèdre ABCD *on mène les droites parallèles* a, b, c, d *et par un point* O *de l'espace les normales* a_1, b_1, c_1, d_1 *sur les faces du tétraèdre. Les gerbes projectives*

$$(abcd) \overline{\wedge} (a_1b_1c_1d_1)$$

engendrent une hyperbole gauche équilatère (**).

13. *On projette orthogonalement les sommets de deux triangles* ABC, $A_1B_1C_1$ *quelconques dans l'espace, sur une droite* p

(*) J. Neuberg, *Bulletin de l'Académie royale de Belgique* (5), VII, 1921, p. 431.

(**) Les propriétés (4) et (12) généralisent dans l'espace la propriété (1) du triangle.

aux points (A_p, B_p, C_p), (A'_p, B'_p, C'_p). *Si les plans* α'_p, β'_p, γ'_p *menés par les points* A'_p, B'_p, C'_p *normaux aux côtés* BC, CA, AB *du premier forment un faisceau, les plans* α_p, β_p, γ_p *menés par les points* A_p, B_p, C_p *normaux aux côtés* B'C', C'A', A'B' *du second jouissent de la même propriété.*

En effet, les plans menés par les points A_p, B_p, C_p normaux aux côtés BC, CA, AB forment un faisceau (2) parallèle au faisceau $(\alpha'_p\beta'_p\gamma'_p)$; les ponctuelles $(A_pB_pC_p)$ et $(A'_pB'_pC'_p)$ sont donc semblables. Mais les plans menés par les points A'_p, B'_p, C'_p normaux aux côtés B'C', C'A', A'B' formant un faisceau (2), les plans $(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)$ sont donc les éléments d'un faisceau parallèle à ce dernier.

Les droites p *de l'espace satisfaisant à la condition énoncée sont donc celles pour lesquelles les ponctuelles* $(A_pB_pC_p)$, $(A'_pB'_pC'_p)$ *sont semblables.*

Ces ponctuelles sont les sections par la droite p des faisceaux $(\alpha_p\beta_p\gamma_p\ldots)$, $(\alpha'_p\beta'_p\gamma'_p\ldots)$. La projectivité

$$(\alpha_p\beta_p\gamma_p\ldots) \overline{\wedge} (\alpha'_p\beta'_p\gamma'_p\ldots)$$

engendre un hyperboloïde (H) dont la droite p est une direction asymptotique. Par un point 0 on mène les normales n, n' sur les plans des triangles ABC, A'B'C' et les droites n_a, n_b, n_c normales respectivement aux couples de côtés correspondants (BC, B'C'), (CA, C'A'), (AB, A'B').

Le cône quadratique $(nn_1n_an_bn_c)$ orthogonalement associé aux deux triangles est le cône directeur de l'hyperboloïde (H). Par suite,

Toute droite p *parallèle à une génératrice du cône quadratique* (0) *orthogonalement associé aux deux triangles* ABC, A'B'C' *jouit de la propriété que les ponctuelles* $(A_pB_pC_p)$, $(A'_pB'_pC'_p)$ *sont semblables.*

14. *On projette orthogonalement les sommets de deux tétraèdres quelconques* ABCD, A'B'C'D' *sur une droite* p *aux*

points (A_p, B_p, C_p, D_p), (A'_p, B'_p, C'_p, D'_p). *Si les perpendiculaires abaissées des points* A'_p, B'_p, C'_p, D'_p *sur les faces correspondantes du tétraèdre* ABCD *sont des rayons d'un système réglé* Σ, *les perpendiculaires abaissées des points* A_p, B_p, C_p, D_p *sur les faces correspondantes du tétraèdre* A'B'C'D' *jouissent de la même propriété.*

En effet, les perpendiculaires abaissées des points A_p, B_p, C_p, D_p sur les faces correspondantes du tétraèdre ABCD sont des rayons d'un système réglé Φ (11). Les quadriques réglées Σ et Φ ont une conique commune à l'infini et sont homothétiques. Leur centre d'homothétie est sur la droite p et les ponctuelles $(A_pB_pC_pD_p)$, $(A'_pB'_pC'_pD'_p)$ sont semblables. Par conséquent, les plans menés par les points A_p, B_p, C_p normaux aux côtés C'B', C'A', A'B' du triangle A'B'C' forment un faisceau (13). L'axe de ce faisceau et les analogues coupent les perpendiculaires abaissées des points A_p, B_p, C_p, D_p sur les faces correspondantes du tétraèdre A'B'C'D'; ces perpendiculaires sont donc des rayons d'un même système réglé.

Les cônes quadratiques (0) orthogonalement associés aux couples de triangles (ABC, A'B'C'), (ABD, A'B'D') ont quatre génératrices communes, dont l'une est perpendiculaire au couple de droites (AB, A'B'); chacune des trois autres jouit de la propriété que les projections orthogonales (A_p, B_p, C_p, D_p), (A'_p, B'_p, C'_p, D'_p) des sommets des tétraèdres ABCD, A'B'C'D' sur elle forment deux ponctuelles semblables. Donc

Les droites p *de l'espace satisfaisant à la condition énoncée forment trois gerbes de rayons parallèles.*

GÉOMÉTRIE. — **Sur les correspondances rationnelles entre deux surfaces de genres 1,**

par L. GODEAUX, professeur à l'École militaire (*).

Dans différents mémoires (**), nous avons étudié les correspondances $(1, n)$ pouvant exister entre deux surfaces de genres 1 ($p_a = P_4 = 1$). Nous avons démontré que n ne peut prendre que les valeurs 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12 ou 16, et nous avons déterminé les caractères des surfaces envisagées. Précisément, si une surface Φ, de genres 1, représente une involution d'ordre n, appartenant à une surface F de genres 1, c'est-à-dire si Φ et F sont en correspondance $(1, n)$, il n'y a sur Φ qu'un nombre fini de points de diramation (nombre que nous avons déterminé dans chaque cas) et chaque point de diramation est équivalent (au point de vue de la géométrie algébrique) à un ensemble de courbes rationnelles de degré — 2, ensemble bien déterminé dans chaque cas. Nous voudrions ajouter deux théorèmes à nos résultats :

THÉORÈME I. — *Si une surface de genres 1 est l'image d'une involution d'ordre 2, appartenant à une surface de genres 1, et si elle contient un système linéaire de courbes de genre impair π, supérieur à 3, la courbe générique ne passant pas par les*

(*) Présenté par M. Neuberg.

(**) *Sur les involutions de genres un existant sur une surface de genres un.* (BULL. DE L'ACAD. ROY. DES SCIENCES DE BELGIQUE, 1913, pp. 310-328.) — *Mémoire sur les involutions appartenant à une surface de genres un.* (ANNALES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE, 1914, pp. 357-430; 1919, pp. 51-70.)

points de diramation, cette surface est l'image d'autres involutions d'ordre 2, appartenant à d'autres surfaces de genres 1.

Théorème II. — *Si une surface de genres 1 est l'image d'une involution d'ordre* n *appartenant à une surface de genres 1, et si elle contient un système linéaire de courbes de genre* π *au moins égal à 2, la courbe générique ne passant pas par les points de diramation, cette surface contient en outre* $n-1$ *systèmes linéaires de courbes de genre* $\pi-2$.

I

1. — Soit F une surface de genres 1, image d'une involution d'ordre 2 appartenant à une surface de genres 1. Elle possède huit points de diramation, équivalents chacun à une courbe rationnelle de degré — 2. Soient C_1, C_2, ..., C_8 ces courbes. Soit, d'autre part, $|C|$ un système linéaire de courbes de genre impair $\pi > 3$, ne passant pas par les points de diramation, c'est-à-dire dont les courbes C_1, C_2, ..., C_8 sont des courbes fondamentales.

Nous avons démontré (*loc. cit.*) que la condition nécessaire et suffisante pour que F soit l'image d'une involution de l'espèce envisagée est qu'il existe une courbe C_0 telle que

$$2C_0 + C_1 + C_2 + \cdots + C_8 = 2C.$$

La courbe C_0 est de degré $2\pi - 6$, de genre $\pi - 2$ et rencontre une courbe C en $2\pi - 2$ points.

2. Supposons que $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ étant des entiers positifs, on ait

$$\pi - 3 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \cdots \alpha_k^2, \qquad (k \leq 8).$$

Il est toujours possible de trouver une pareille décomposition

de $\pi - 3$, car, d'après le théorème de Bachet, tout nombre entier est égal à une somme de quatre carrés au plus, à fortiori à une somme de huit carrés au plus (*).

Observons que, π étant impair, $\pi - 3$ est pair, et, par suite, il y a au plus un nombre pair de nombres $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ impairs. En d'autres termes, la somme de ces nombres est paire et nous poserons

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots \alpha_k = 2\alpha.$$

3. Considérons les courbes

$$\begin{aligned}
C'_1 &= \alpha_1 C - (\alpha_1^2 + 1) C_1 - \alpha_1\alpha_2 C_2 - \cdots - \alpha_1\alpha_k C_k,\\
C'_2 &= \alpha_2 C - \alpha_1\alpha_2 C_1 - (\alpha_2^2 + 1) C_2 - \cdots - \alpha_2\alpha_k C_k,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
C'_k &= \alpha_k C - \alpha_1\alpha_k C_1 - \alpha_2\alpha_k C_2 - \cdots - (\alpha_k^2 + 1) C_k.
\end{aligned}$$

Nous allons démontrer que ces courbes existent et sont rationnelles. A cause de la symétrie, il nous suffira d'ailleurs de faire le raisonnement pour C'_1.

Observons tout d'abord que C'_1 rencontre C en $(2\pi - 2)\alpha_1$ points. Il nous suffira donc de montrer, pour prouver l'existence de C'_1, que le nombre de conditions auxquelles est assujettie une courbe $\alpha_1 C$ devant contenir $(\alpha_1^2 + 1)$ fois C_1, $\alpha_1\alpha_2$ fois $C_2, \ldots, \alpha_1\alpha_k$ fois C_k, n'excède pas la dimension du système linéaire $|\alpha_1 C|$ (certainement existant).

Observons que C_1 est fondamentale pour $|C|$, donc pour $|\alpha_1 C|$. Par suite, contenir une fois C_1 pour $\alpha_1 C$ équivaut à une condition. Les courbes $\alpha_1 C - C_1$ rencontrent C_1 en deux points; donc contenir une fois C_1 pour la courbe $\alpha_1 C - C_1$ équivaut à trois conditions. Plus généralement, $\alpha_1 C - \beta C_1$ rencontre C_1 en 2β points; donc contenir une fois C_1 équivaut, pour la

(*) Voir, au sujet de l'utilisation du théorème de Bachet dans l'étude des surfaces de genres un, un Mémoire de M. Severi, *Le superficie algebriche con curva canonica d'ordine zero.* (Atti del R. Istituto Veneto, 1909, LXVIII, pp. 249-260.)

courbe $\alpha_1 C - \beta C_1$, à $2\beta + 1$ conditions. Il en résulte que contenir $(\alpha_1^2 + 1)$ fois C_1 équivaut, pour $\alpha_1 C$, à

$$1 + 3 + 5 + \cdots + [2(\alpha_1^2 + 1) - 1] = (\alpha_1^2 + 1)^2$$

conditions.

Cela étant, C_2 est fondamentale pour $|\alpha_1 C - (\alpha_1^2 + 1) C_1|$; donc les courbes de ce système qui contiennent $\alpha_1 \alpha_2$ fois C_2 satisfont à $\alpha_1^2 \alpha_2^2$ conditions. Et ainsi de suite.

En résumé, les courbes $\alpha_1 C$, contenant $(\alpha_1{}^2 + 1)$ fois C_1, $\alpha_1 \alpha_2$ fois $C_2, \ldots, \alpha_1 \alpha_k$ fois C_k, satisfont à

$$(\alpha_1^2 + 1)^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 + \cdots \alpha_1^2 \alpha_k^2 = \alpha_1^2 (\pi - 1) + 1$$

conditions. Or, c'est précisément la dimension du système $|\alpha_1 C|$; donc C_1' existe.

Le degré de C_1' est fourni par la relation (*)

$$[C_1' C_1'] = (2\pi - 2)\alpha_1^2 - 2(\alpha_1^2 + 1)^2 - 2\alpha_1^2 \alpha_2^2 - \cdots - 2\alpha_1^2 \alpha_k^2 = -2;$$

donc C_1' est rationnelle.

Il en est de même de $C_2', \ldots, C_k'$.

4. Proposons-nous de déterminer une courbe C', soit

$$C' = \lambda C + \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + \cdots + \lambda_k C_k + \lambda_{k+1} C_{k+1} + \cdots + \lambda_8 C_8,$$

telle que C_1', $C_2', \ldots, C_k'$, $C_{k+1}, \ldots, C_8$ soient fondamentales pour le système $|C'|$.

On a tout d'abord

$$[C' C_{k+1}] = -2\lambda_{k+1}, \quad \ldots, \quad [C' C_8] = -2\lambda_8;$$

donc $\lambda_{k+1} = \cdots = \lambda_8 = 0$.

(*) Voir SEVERI, *Sulla totalità delle curve algebriche tracciate sopra una superficie algebrica.* (MATH. ANNALEN, 1906, Bd LXII, pp. 194-225.)

On trouve ensuite

$$[c'c'_1] = 2(\pi - 1)\alpha_1\lambda + 2(\alpha_1^2 + 1)\lambda_1 + 2\alpha_1\alpha_2\lambda_2 + \cdots + 2\alpha_1\alpha_k\lambda_k = 0,$$

c'est-à-dire

$$(\pi - 1)\alpha_1\lambda + (\alpha_1^2 + 1)\lambda_1 + \alpha_1\alpha_2\lambda_2 + \cdots \alpha_1\alpha_k\lambda_k = 0.$$

On a de même

$$(\pi - 1)\alpha_2\lambda + \alpha_1\alpha_2\lambda_1 + (\alpha_2^2 + 1)\lambda_2 + \cdots + \alpha_2\alpha_k\lambda_k = 0,$$

. . . . . .

$$(\pi - 1)\alpha_k\lambda + \alpha_1\alpha_k\lambda_1 + \cdots + (\alpha_k^2 + 1)\lambda_k = 0.$$

De ces relations on déduit

$$\frac{\lambda}{\pi - 2} = \frac{\lambda_1}{-(\pi - 1)\alpha_1} = \frac{\lambda_2}{-(\pi - 1)\alpha_2} = \cdots = \frac{\lambda_k}{-(\pi - 1)\alpha_k}. \qquad (1)$$

Nous prendrons l'unité pour valeur commune de ces rapports, c'est-à-dire que nous choisirons le système

$$|C'| = |(\pi - 2)C - (\pi - 1)(\alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2 + \cdots + \alpha_k C_k)|.$$

On démontre, comme plus haut (n° 3), que ce système existe. Son degré est égal à $2\pi - 2$, son genre et sa dimension à π.

5. Envisageons maintenant le système linéaire

$$|C'_0| = |(\pi - 3 - \alpha)C + C_0 - \{\alpha_1(\pi - 1 - \alpha) - 1\}C_1 - \cdots - \{\alpha_k(\pi - 1 - \alpha) - 1\}C_k|.$$

Par une méthode analogue à celle qui a été utilisée plus haut (n° 3), on démontre que les courbe C'_0 existent (en partant du

système $|(\pi-3-\alpha)C+C_0|$, dont l'existence est certaine). Ces courbes C'_0 sont de degré $2\pi-6$, de genre $\pi-2$ et la dimension de $|C'_0|$ est $\pi-2$. De plus, les courbes C'_0 rencontrent les courbes C' en $2\pi-2$ points.

Comparant les systèmes $|C'|$, $|C'_0|$ et les courbes $C'_1, \ldots, C'_k, C_{k+1}, \ldots, C_8$, on trouve immédiatement la relation fonctionnelle

$$2C'_0 + C'_1 + C'_2 + \cdots + C'_k + C_{k+1} + \cdots + C_8 = 2C'.$$

C'est précisément la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une surface de genres 1 contenant une involution d'ordre 2, dont F est l'image, les courbes de diramation étant $C'_1, \ldots, C'_k, C_{k+1}, \ldots, C_8$ (courbes qui peuvent être ramenées, par transformation birationnelle de F, à des points doubles coniques).

On voit donc que F représente deux involutions d'ordre 2, appartenant à des surfaces de genres 1, et ces involutions sont certainement distinctes, puisque les courbes $C'_1, \ldots, C'_k$ sont certainement distinctes des courbes $C_1, \ldots, C_k$. Le théorème I est donc démontré.

Observation I. — A chaque décomposition de $\pi-3$ en somme de $k(\leq 8)$ carrés correspondront plusieurs involutions nouvelles, obtenues en permutant les rôles des courbes $C_1, \ldots, C_8$.

Observation II. — Si nous prenions comme valeur commune des rapports (1) (n° 4) un entier μ, cela reviendrait à remplacer $|C'|$ par $|\mu C'|$ et nous n'obtiendrions pas d'involution nouvelle.

6. Examinons le cas le plus simple, $\pi=5$. Nous avons $\pi-3=1+1$, et, par suite, la surface F représente $1+\binom{8}{2}=29$ involutions d'ordre 2, appartenant à des surfaces de genres 1.

Les courbes rationnelles de diramation de ces diverses involutions sont

1° $C_1, \quad C_2, \quad C_3, \quad C_4, \quad C_5, \quad C_6, \quad C_7, \quad C_8;$

2° $C - 2C_1 - C_2, \quad C - 2C_2 - C_1, \quad C_3, \quad C_4, \quad \ldots, \quad C_8;$

. . . .

29° $C_1, \quad C_2, \quad \ldots, \quad C_8, \quad C - 2C_7 - C_8, \quad C - 2C_8 - C_7.$

Deux de ces involutions auront toujours deux courbes de diramation différentes.

II

7. Soient Φ, F deux surfaces de genres 1 liées par une correspondance $(1, n)$. Soit, sur Φ, un système linéaire $|\Gamma|$, de genre $\pi (\geq 2)$, de degré $2\pi - 2$ et de dimension π, dont la courbe générique ne passe pas par les points de diramation de la correspondance.

Aux courbes de $|\Gamma|$ correspondent, sur F, des courbes C_0, de genre $n(\pi - 1) + 1$, de degré $2n(\pi - 1)$, formant un système $|C_0|$ de dimension π. On sait que $|C_0|$ appartient à un système $|C|$, complet, de dimension $n(\pi - 1) + 1$, les courbes C, C_0 ayant d'ailleurs mêmes genre, degré et ordre. Les transformations birationnelles de F en elles-mêmes, génératrices de l'involution, déterminées par la correspondance sur F, transformations dont nous avons démontré l'existence dans nos travaux cités, opèrent sur les éléments de $|C|$ comme des homographies. Comme on a $n > 1$, $n(\pi - 1) + 1 > \pi$, il doit exister, dans $|C|$, quelques systèmes partiels $|C_1|$, $|C_2|$, ..., $|C_k|$, distincts de $|C_0|$, et composés avec l'involution envisagée.

Désignons par $|\Gamma_1|$, $|\Gamma_2|$, ..., $|\Gamma_k|$ les systèmes linéaires correspondants sur Φ. Observons que la courbe C_0 générique ne passe pas par les points de coïncidence de l'involution ; par suite, les courbes C_1, C_2, ..., C_k rencontrent une courbe C_0 en

$2n(\pi-1)$ points. Il en résulte que les courbes $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_k$ rencontrent les courbes Γ en $2\pi-2$ points.

Soient $r_1, r_2, \ldots, r_k$ les dimensions respectives des systèmes linéaires $|\Gamma_1|, |\Gamma_2|, \ldots, |\Gamma_k|$ (ou $|C_1|, |C_2|, \ldots, |C_k|$). D'après la théorie des homographies, on a

$$r_1 + r_2 + \cdots + r_k + \pi + k + 1 = n(\pi-1) + 2,$$

ou

$$r_1 + r_2 + \cdots + r_k = (n-1)\pi - n - k + 1.$$

D'autre part, la série d'ordre $2\pi-2$, découpée sur une courbe Γ par les courbes Γ_1, par exemple, est non spéciale, sans quoi les courbes Γ_1 appartiendraient au système $|\Gamma|$, ce qui est absurde. De plus, par un groupe de cette série, il ne passe qu'une courbe Γ_1, sans quoi les courbes Γ appartiendraient à $|\Gamma_1|$, ce qui est absurde.

La série d'ordre $2\pi-2$ envisagée, étant non spéciale, a la dimension $\pi-2$; par suite, on a $r_1 \leq \pi-2$.

De même, on a $r_2 \leq \pi-2, \ldots, r_k \leq \pi-2$ et, par suite,

$$r_1 + r_2 + \cdots + r_k \leq k(\pi-2).$$

Tenant compte de l'égalité précédemment établie, on en déduit

$$(n-1)\pi - n - k + 1 \leq k(\pi-2),$$

ou

$$n(\pi-1) - (\pi-1) \leq k(\pi-1);$$

d'où, comme $\pi-1>0$, $k \geq n-1$.

Par la théorie des homographies, on sait que $k \leq n-1$. Par suite, on a $k=n-1$ et, de plus, $r_1=r_2=\cdots=r_k=\pi-2$.

Un système linéaire complet tracé sur une surface de genres 1 ayant le genre et la dimension égaux, et les systèmes $|\Gamma_1|, \ldots, |\Gamma_k|$ étant nécessairement complets, notre second théorème est complètement établi.

Bruxelles, 22 février 1922.

PHYSIQUE ET CHIMIE MATHÉMATIQUES. — **L'affinité. Applications aux gaz parfaits,**

par TH. DE DONDER.

Nous définissons d'abord l'affinité au moyen de la chaleur non compensée. Nous calculons ensuite l'affinité dépensée par un système de Gibbs pendant une transformation irréversible donnée.

Nous appliquons la formule ainsi obtenue à un mélange de gaz parfaits, effectuant une transformation chimique irréversible. Nous remplaçons ensuite le degré d'avancement de la réaction par le degré de dissociation; grâce à ce changement de variable, l'expression de l'affinité prend une forme susceptible d'interprétations chimiques intéressantes. En particulier, si le système est en équilibre, nous obtenons, avec une complète généralité, l'influence du volume sur la répartition des masses, ainsi que l'influence des répartitions des masses initiales non en équilibre sur la répartition des masses en équilibre.

1. AFFINITÉ. — Le second principe de la thermodynamique appliqué aux phénomènes thermiques irréversibles fournit l'égalité fondamentale

$$dQ^n = T dS - dQ, \tag{1}$$

où

$dQ^n \equiv$ la chaleur non compensée relative à la transformation infinitésimale considérée;

$T \equiv$ la température thermodynamique du système;

$S \equiv$ l'entropie du système;

$dQ \equiv$ la chaleur reçue par le système.

Par définition, nous dirons que $d\mathrm{Q}^n$ est l'*affinité dépensée par le système* pendant la transformation considérée. On sait, par la thermodynamique, que *cette grandeur n'est jamais négative;* elle est toujours nulle, dans les phénomènes réversibles.

Considérons une transformation ACB déterminée; en vertu de (1) on aura

$$\mathrm{Q}^n_{\mathrm{ACB}} = \int_{\mathrm{ACB}} (\mathrm{T}dS - d\mathrm{Q}); \tag{1'}$$

c'est l'affinité (positive ou nulle) dépensée par le système pendant la transformation ACB.

2. Systèmes de Gibbs a transformations irréversibles. — On aura, pour de tels systèmes,

$$d\mathrm{Q} = d\mathrm{U} + \sum_a p^a d\mathrm{V}^a, \tag{2}$$

où

$\mathrm{U} \equiv$ l'énergie interne du système;

$p^a \equiv$ la pression de la phase a du système; celui-ci comprend φ phases; on aura donc $a = 1, 2, \ldots, \varphi$.

$\mathrm{V}^a \equiv$ le volume de la phase a.

Introduisons le potentiel thermodynamique

$$\mathrm{H} \equiv \mathrm{U} - \mathrm{TS} + \sum_a p^a \mathrm{V}^a, \tag{3}$$

et conservons nos hypothèses fondamentales (*) relatives aux systèmes de Gibbs :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{T}} \equiv -\mathrm{S} \\ \dfrac{\partial \mathrm{H}}{\partial p^a} \equiv \mathrm{V}^a. \end{cases} \tag{4}$$

(*) Th. De Donder, *Leçons de Thermodynamique et de Chimie physique.* Paris, Gauthier-Villars, 1920 (voy. p. 99).

On déduit immédiatement de (1) et (2), en utilisant (4),

$$dQ^n = -\sum_a \sum_\gamma \frac{\partial H}{\partial m_\gamma^a}\, dm_\gamma^a; \tag{5}$$

le symbole m_γ^a représente la masse du constituant γ dans la phase a.

On voit que l'affinité dépensée par le système est égale à *moins* la différentielle *massique* du potentiel H. Cette différentielle est donc toujours positive ou nulle.

3. Système de Gibbs effectuant une réaction chimique irréversible. — Considérons la réaction chimique

$$\frac{dm_\gamma^a}{\nu_\gamma^a M_\gamma^a} = d\mu, \tag{6}$$

$$a = 1, \ldots, \varphi$$
$$\gamma = 1, \ldots, c$$

où

$\nu_\gamma^a \equiv$ le coefficient moléculaire (ou molaire) du constituant γ dans la phase a;

$M_\gamma^a \equiv$ la masse moléculaire (ou molaire) du constituant γ dans la phase a;

$\mu \equiv$ le degré d'avancement de la réaction considérée; au début de cette réaction, on donnera à cette variable auxiliaire la valeur arbitraire μ^0.

En vertu de la conservation de la masse du système, on aura l'équation chimique

$$\sum_a \sum_\gamma \nu_\gamma^a M_\gamma^a = 0. \tag{6'}$$

De (5) et (6), on déduit

$$\frac{dQ^n}{d\mu} = -\sum_a \sum_\gamma \frac{\partial H}{\partial m_\gamma^a}\, \nu_\gamma^a M_\gamma^a; \tag{7}$$

c'est, par définition, l'*affinité spécifique du système* ou l'*affinité par une unité de groupe moléculaire* (ou *molaire*) formée dans le système.

4. Application aux gaz parfaits. — Le mélange de gaz parfaits ne présente qu'une seule phase; on aura donc $\varphi \equiv 1$, et l'indice a supérieur devient inutile; nous le supprimons dans cette application. La relation (7) peut s'écrire

$$\frac{dQ^a}{d\mu} = -\sum_{\gamma} \frac{\partial H}{\partial m_\gamma} \nu_\gamma M_\gamma. \qquad (7')$$

$$\gamma = 1 \ldots c.$$

Si le mélange de gaz parfaits est *en équilibre*, ou s'il effectue une transformation (6) *réversible*, cette relation (7') fournit le théorème de Guldberg-Waage, à savoir

$$\mathcal{A} R_M T [\log K - \log K_0] = \Phi(T), \qquad (8)$$

où

$K \equiv p_1^{\nu_1} \ldots p_c^{\nu_c}$; on représente par p_1 la pression *partielle* due au constituant 1 dans le mélange considéré; on sait que $p_1 + \cdots + p_c = p$;

$K_0 \equiv$ la valeur de K dans un état d'*équilibre* quelconque, choisi comme état *initial*;

$\Phi(T) \equiv$ une fonction de T bien connue; il est inutile de la retranscrire ici.

Si le mélange de gaz parfaits *n'est pas en équilibre* et s'il effectue la transformation *irréversible* (6), on obtiendra, en partant de (7') et par des calculs identiques à ceux qui conduisent à (8), la relation

$$\mathcal{A} R_M T [\log K - \log K_0] = \Phi(T) - \frac{dQ^a}{d\mu}, \qquad (9)$$

où

$K^i \equiv (p_1^i)^{\nu_1} \ldots (p_c^i)^{\nu_c}$; on représente par p_1^i la pression *partielle* due au constituant 1 dans le mélange *non en équilibre* effectuant sa transformation *irréversible*; on aura encore : $p_1^i + \cdots + p_c^i \equiv p^i$ ou p.

Considérons *une* température (quelconque) T et soustrayons (8) et (9) membre à membre; d'où

$$\frac{dQ^n}{d\mu} = AR_M T [\log K - \log K^i]. \tag{10}$$

C'est la formule permettant de calculer l'affinité *spécifique*. Sa discussion (*) fournit *des lois chimiques importantes*.

A titre d'exemple, considérons une réaction *complète* ACB de gauche à droite, et *à température constante* T; dans ce cas limite on aura

$$Q^n_{ACB} = -AR_M T [\log K - \overline{\log K^i}], \tag{10'}$$

où

$$\overline{\log K^i} \equiv -\int_0^{-1} \log K^i d\mu. \tag{10''}$$

La formule (10') donne *d'une manière rigoureuse et sans approximation* la valeur de l'affinité dépensée par le système quand il effectue la transformation chimique complète considérée.

5. Degré de dissociation. — Considérons un état initial, non en équilibre, dans lequel le nombre de molécules (ou de moles) du constituant 1, par exemple, est n_1^0. A un certain instant, ce nombre sera devenu n_1. Le degré de dissociation de la réaction à cet instant sera défini par

$$x^i \equiv \frac{n_1^0 - n_1}{n_1^0}. \tag{11}$$

(*) Nous développerons ce point dans la seconde partie de nos *Leçons de Thermodynamique et de Chimie physique*. Cette seconde partie paraîtra dans quelques mois.

En utilisant cette variable x^i, on aura pour un mélange de gaz parfaits

$$K^i \equiv \left(\frac{p}{n}\right)^{\nu} \prod_{\gamma} \left(n_{\gamma}^0 - \frac{\nu_\gamma}{\nu_1} n_1^0 x^i\right)^{\nu_\gamma}, \tag{12}$$

où

$n \equiv n_1 + \cdots + n_c$; c'est donc le nombre total des molécules (ou moles) du système gazeux à l'instant (quelconque) considéré;

$\nu \equiv \nu_1 + \cdots + \nu_c$; c'est le coefficient moléculaire (ou molaire) du système;

$\prod_{\gamma}$ indique un produit de c facteurs obtenus en faisant $\gamma = 1, \ldots, c$, dans l'expression qui suit ce symbole, dans (12).

Posons

$$\psi(x^i) \equiv \prod_{\gamma} \left(n_{\gamma}^0 - \frac{\nu_\gamma}{\nu_1} n_1^0 x^i\right)^{\nu_\gamma}. \tag{12'}$$

On peut toujours supposer ν_1 *positif* : alors $\psi(x^i)$ est une fonction *monotone décroissante* quand x^i *croît;* cette fonction peut prendre *toutes les valeurs positives.*

La fonction (12) peut s'écrire

$$K^i \equiv \left(\frac{R_M T}{V}\right)^{\nu} \psi(x^i). \tag{12''}$$

A titre d'*exemple,* prenons l'état *initial parfait* (non en équilibre) :

$$\begin{cases} n_{\gamma'}^0 = \nu_{\gamma'}, \\ n_{\gamma''}^0 = 0, \end{cases} \tag{13}$$

où γ' a respectivement les valeurs des γ qui figurent dans les ν_γ *positifs;* où γ'' a respectivement les valeurs des γ qui figurent dans les ν_γ *négatifs* ; ces coefficients ν_γ ont été pris dans l'équation chimique (6') ; rappelons qu'on a supprimé l'indice supérieur a; rappelons aussi qu'on a pris ν_1 *positif.*

Alors on aura

$$\psi(x^i) \equiv \varpi \frac{(1-x^i)^{\nu'}}{(x^i)^{\nu''}}, \tag{13'}$$

où

$$\varpi \equiv \frac{\prod_{\gamma'} (\nu_{\gamma'})^{\nu_{\gamma'}}}{\prod_{\gamma''} |\nu_{\gamma''}|^{|\nu_{\gamma''}|}} \tag{13''}$$

et

$$\nu' \equiv \sum_{\gamma'} \nu_{\gamma'},$$
$$\nu'' \equiv \sum_{\gamma''} |\nu_{\gamma''}|.$$

On aura donc enfin

$$K^i \equiv \varpi \left(\frac{R_M T}{V}\right)^{\nu} \frac{(1-x^i)^{\nu'}}{(x^i)^{\nu''}}. \tag{14}$$

Cette expression généralise les formules très particulières employées couramment par les chimistes.

6. Influence du volume sur la répartition des masses dans un mélange gazeux en équilibre. — Considérons un mélange de gaz parfaits sous deux états d'équilibre; ces deux états sont pris *à la même température* et sous les volumes V′ et V″; en vertu de (12″), on aura

$$V'^{-\nu} \psi(x') = V''^{-\nu} \psi(x''), \tag{15}$$

en désignant par x' et x'' les degrés de dissociation du constituant 1, dans ces deux états d'équilibre.

De (15) on déduit la loi :

Le degré de dissociation d'un constituant *diminue* quand le volume *augmente*, dans le cas où son coefficient moléculaire est de *même signe* que le coefficient moléculaire ν du système.

Le degré de dissociation d'un constituant *augmente* quand le volume *augmente*, dans le cas où son coefficient moléculaire ν_a est de *signe contraire* de celui du coefficient moléculaire ν du système.

Dans le cas où ν est *nul*, le degré de dissociation d'un constituant est *indépendant* du volume du système en équilibre.

Ces lois sont souvent utilisées en chimie; il nous a paru utile de revenir ici sur leur démonstration.

7. INFLUENCE DE LA RÉPARTITION DES MASSES INITIALES SUR LA RÉPARTITION DES MASSES DANS UN MÉLANGE GAZEUX EN ÉQUILIBRE. — Imaginons un mélange de gaz parfaits sous deux états *initiaux* s_1 et s_2 qui diffèrent par la répartition des masses; ces systèmes initiaux ne sont pas en équilibre.

Considérons ensuite ces deux systèmes dans leurs états *d'équilibre*, à la *même température* T et sous le *même volume* V. Dans ces deux systèmes, les répartitions des masses seront différentes.

A. Afin d'obtenir des lois simples, imaginons que les répartitions initiales de tous les constituants soient les mêmes, *sauf pour le constituant* 1, et que *la différence* des masses initiales de ce constituant 1 soit *infiniment petite*. Dans le système s_1 on aura n_1^0 molécules du constituant 1, et dans le système s_2 on aura $n_1^0 + \delta n_1^0$ molécules du constituant 1, dans les états initiaux.

En vertu de (12'')

$$\delta\psi(x) = 0. \tag{16}$$

Par des calculs simples, on trouve ainsi que

$$\delta x = \left[\frac{(\nu_1)^2}{n_1 k} - x\right]\frac{\delta n_1^0}{n_1^0}, \tag{16'}$$

où

$$k \equiv \frac{(\nu_1)^2 + \cdots + (\nu_c)^2}{n_1 + \cdots + n_c}. \tag{16''}$$

La relation (16′) fournit la loi de l'influence d'une variation infinitésimale de la répartition initiale des masses.

B. Prenons un autre exemple : Supposons que tous les δn_γ^0 soient nuls, *sauf* δn_2^0.

Alors on trouve pour la variation du degré de dissociation du constituant **1**,

$$\delta x = \frac{\nu_1 \nu_2}{n_2 k} \frac{\delta n_2^0}{n_1^0}. \qquad (16''')$$

Pour fixer les idées, prenons $\delta n_2^0 > 0$; alors, la dissociation du constituant **1** sera poussée *plus loin* dans le second système s_2 (en équilibre), *si* ν_1 *et* ν_2 *sont de même signe*, c'est-à-dire si les constituants **1** et **2** se trouvent *dans le même membre* de l'équation chimique.

Au contraire, δx sera *négatif*, *si* ν_1 *et* ν_2 *sont de signes contraires*.

Enfin, δx sera *nul*, si ν_1 ou ν_2 est *nul*, c'est-à-dire si l'un de ces deux constituants est *inerte*.

PHYSIQUE ET CHIMIE MATHÉMATIQUES. — **Sur le théorème de Nernst,**

par TH. DE DONDER.

Les démonstrations que l'on a données du théorème de Nernst sont basées en général sur la considération de *systèmes condensés* (liquides ou solides) et de l'*énergie libre;* de là, des discussions et des controverses qui durent encore. Nous allons résumer ici une démonstration qui utilise l'*affinité spécifique* et la théorie des *vapeurs saturées;* nous osons espérer qu'elle ne soulèvera aucune objection de principe.

1. Chaleurs spécifiques et conséquences. — Considérons un mélange de gaz parfaits comprenant c constituants. L'expérience montre qu'on peut *développer* la chaleur spécifique C_γ à pression constante de tout constituant γ *en série de Taylor*. Il en résulte qu'il en sera de même de la chaleur de réaction à pression constante

$$r \equiv T \sum_\gamma \nu_\gamma M_\gamma S_\gamma, \qquad \gamma = 1, \ldots, c \tag{1}$$

où S_γ est l'entropie par unité de masse du constituant γ.

La signification des autres symboles a été donnée dans la Note précédente.

Pour démontrer que r sera aussi développable en série de Taylor, on n'a qu'à se reporter à la formule

$$r = r_0 + \int_{T_0}^{T} \sum_\gamma \nu_\gamma M_\gamma C_\gamma dT, \tag{2}$$

où T_0 est une température *quelconque* et r_0 la chaleur de réaction à cette température.

La chaleur de réaction r_v à volume constant sera aussi développable en série de Taylor, puisqu'on a

$$r_v = r - \nu A R_M T. \tag{3}$$

Rappelons que R_M est la constante moléculaire (ou molaire) de tous les gaz parfaits.

Écrivons la série de Taylor :

$$r \equiv r(0) + a_1 T + a_2 T^2 + \cdots \tag{4}$$

Le théorème de Guldberg-Waage nous apprend que

$$\log \frac{K}{K_0} = \frac{1}{A R_M} \int_{T_0}^{T} \frac{r}{T^2} dT, \tag{5}$$

où K_0 est la valeur de K dans l'état d'équilibre pris à la température quelconque T_0.

Il en résulte, par intégration, que

$$AR_M \log K = \left[-\frac{r(0)}{T} + a_1 \log T + a_2 T + \frac{a_3}{2} T^2 + \frac{a_4}{3} T^3 + \cdots \right] + \alpha, \quad (6)$$

où l'on a posé

$$\alpha \equiv AR_M \log K_0 - \left[-\frac{r(0)}{T_0} + a_1 \log T_0 + a_2 T_0 + \frac{a_3}{2} T_0^2 + \cdots \right]. \quad (6')$$

Il est important de remarquer que, dans ces formules, tous les coefficients $r(0)$, a_1, ... sont déduits de la connaissance *des chaleurs spécifiques à pression constante* C_1 ... C_c *des divers constituants.*

Passons à la détermination de la constante chimique α.

2. Chaleurs latentes de vaporisation et conséquences. — Considérons un des constituants γ et plaçons-le *seul* dans un vase clos à la température T; supposons qu'il soit à l'état de vapeur *saturée*; alors sa pression p_γ^i sera fonction de l'unique variable T. En résumé, le constituant isolé γ sera à la température T et à la pression p_γ^i.

La théorie d'une vapeur saturée nous permet d'écrire

$$\lambda_\gamma = AT \frac{dp_\gamma^i}{dT} (v_\gamma - v_\gamma^l), \quad (7)$$

où

$\lambda_\gamma \equiv$ la chaleur latente de vaporisation du constituant γ;

$v_\gamma \equiv$ le volume spécifique de la vapeur saturée;

$v_\gamma^l \equiv$ le volume spécifique du liquide γ, dans le système univariant vapeur-liquide γ.

Négligeons le volume spécifique du liquide en présence du volume spécifique de la vapeur et donnons à la vapeur saturée l'équation caractéristique

$$p_\gamma^i v_\gamma = \mathcal{R}_\gamma T; \quad (8)$$

on obtiendra la formule approximative bien connue

$$\frac{d \log p_\gamma^i}{dT} = \frac{\lambda_\gamma M_\gamma}{A R_M T^2}. \qquad (9)$$

L'expérience montre que la chaleur latente moléculaire de vaporisation $\lambda_\gamma M_\gamma$ est développable en série de Taylor; écrivons donc

$$\lambda_\gamma M_\gamma \equiv M_\gamma \lambda_\gamma(0) + b_{1\gamma} T + b_{2\gamma} T^2 + \cdots \qquad (10)$$

Il en résulte

$$A R_M \log p_\gamma^i = \left[- \frac{M_\gamma \lambda_\gamma(0)}{T} + b_{1\gamma} \log T + b_{2\gamma} T + \frac{b_{3\gamma}}{2} T^2 + \cdots \right] + \beta_\gamma, \qquad (11)$$

où

$$\beta_\gamma = A R_M \log p_{0\gamma}^i - \left[- \frac{M_\gamma \lambda_\gamma(0)}{T_0} + b_{1\gamma} \log T_0 + b_{2\gamma} T_0 + \cdots \right]. \qquad (11')$$

Le symbole $p_{0\gamma}^i$ représente la pression de la vapeur saturée γ à la température (quelconque) T_0.

Formons maintenant, avec ces c vapeurs saturées (sèches), un mélange homogène, aussi à *température* T; dans ce mélange le constituant γ, par exemple, a *la pression* susmentionnée p_γ^i. Ce mélange *ne sera pas en équilibre;* calculons son K^i (voir Note précédente, formule 9). On aura

$$A R_M \log K^i = \sum_\gamma \left[- \frac{\nu_\gamma M_\gamma \lambda_\gamma(0)}{T} + \nu_\gamma b_{1\gamma} \log T + \nu_\gamma b_{2\gamma} T + \frac{\nu_\gamma b_{3\gamma}}{2} T^2 + \cdots \right] + \sum_\gamma \nu_\gamma \beta_\gamma. \qquad (12)$$

En résumé, les chaleurs spécifiques nous permettent de calculer K et les chaleurs de vaporisation nous permettent de calculer K^i; mais il reste encore à déterminer la constante α.

3. Affinité chimique spécifique. — Reportons-nous à la formule fondamentale (10) que nous avons établie dans notre Note précédente; retranscrivons-la ici :

$$\frac{dQ^n}{d\mu} = A R_M T [\log K - \log K^i]. \qquad (13)$$

En utilisant les développements (6) et (12), l'affinité chimique spécifique prend la forme

$$\frac{dQ^n}{d\mu} = -r(0) + \sum_\gamma \nu_\gamma M_\gamma \lambda_\gamma(0) + \left(a_1 - \sum_\gamma \nu_\gamma b_{1\gamma}\right) T \log T + \left(a_2 - \sum_\gamma \nu_\gamma b_{2\gamma}\right) T^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \left(\alpha - \sum_\gamma \nu_\gamma \beta_\gamma\right) T. \qquad (13')$$

On en déduit le *théorème :* quand la température tend vers le zéro absolu, l'affinité *chimique* spécifique tend vers

$$\sum_\gamma \nu_\gamma M_\gamma \lambda_\gamma(0) - r(0), \qquad (14)$$

expression qu'on peut déduire entièrement de mesures calorimétriques relatives à des phénomènes *physiques :* chaleurs spécifiques et chaleurs latentes de vaporisation.

4. Hypothèse de Nernst. — Cette hypothèse doit, d'après nous, être énoncée de la manière suivante : *la dérivée*

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{dQ^n}{d\mu}\right)$$

de l'affinité chimique spécifique d'un mélange gazeux tend vers zéro quand la température absolue T *tend vers zéro.*

5. Théorème de Nernst. — De l'hypothèse précédente, il résulte immédiatement que

$$\alpha = \sum_\gamma \nu_\gamma \beta_\gamma. \qquad (15)$$

C'est le théorème de Nernst; il fournit *la valeur de la constante chimique* α *en fonction des* $\beta_1 \ldots \beta_c$.

On obtient en outre la conséquence suivante :

$$a_i = \sum_{\gamma} \nu_\gamma b_{i\gamma}. \qquad (16)$$

Connaissant α, on pourra calculer la constante K de Guldberg et Waage (6) pour une température T donnée. C. Q. F. D.

PALÉONTOLOGIE. — **Découverte d'un Poisson nouveau dans le Marbre noir de Denée.**

par G. FOURNIER et P. PRUVOST (1).

I. — *Remarques sur la découverte des fossiles décrits et leur gisement,*

par dom G. FOURNIER, O. S. B.

Les fossiles que M. P. Pruvost a bien voulu entreprendre d'étudier et de décrire proviennent des calcaires sapropéliens de l'assise VIa de la carte géologique officielle au 40.000^e, calcaires exploités jadis à Denée comme marbre noir. Ils appartiennent donc au dinantien (calcaire carbonifère), à la base de l'étage viséen, et à celle de l'assise de Dinant, d'après la légende de la carte. Les couches où ils ont été recueillis avant l'année 1890 étaient exploitées souterrainement dans la carrière dite « du Cerisier ».

Cependant, je n'oserais affirmer que *tous* les exemplaires proviennent de cette carrière; je ne puis le faire que pour la plupart. Les fossiles du marbre noir sont extraits des blocs ramenés au jour par les carriers; ils sont découverts par eux

(1) Présenté par M. G.-A. Boulenger.

au cours des travaux, et c'est d'eux que les collectionneurs les tiennent. Depuis que j'ai reçu les spécimens en question, le donateur, M. Joseph Évrard-Fosseur, est mort; la carrière qu'il exploitait est abandonnée, et il n'a pas été possible de me souvenir de la provenance exacte de chaque fossile. Je sais cependant que presque tous viennent de la carrière du Cerisier. Elle est située sous terre, dans la couche dite, par les ouvriers, « Trous des Nutons », laquelle est la plus septentrionale des couches exploitées et, par conséquent, la plus ancienne. En effet, le calcaire dinantien à Denée est relevé en couche plongeant au Sud vers l'axe d'un synclinal et courant, comme toutes les bandes de l'Entre-Sambre-et-Meuse, de l'Ouest à l'Est. Les fossiles sont donc probablement tous de la base des calcaires exploités dans le niveau VIa.

Dès l'époque de leur découverte ils avaient attiré mon attention : j'en avais confié en 1895 une partie à un savant paléontologiste, qui en fit des algues. Peu convaincu, je renonçai à les étudier moi-même, bien que je me fusse fait à leur sujet une opinion. Mais la certitude ne venait pas. En 1905, à la suite d'une autorisation que voulut bien me donner M. Charles Barrois, je les envoyai à l'Université de Lille, où, après des péripéties longues et diverses, M. Pierre Pruvost vient de les identifier.

Une des difficultés de ce travail résultait de l'état très spécial dans lequel se trouvent à peu près tous les fossiles du marbre noir de Dinant VIa, dans la région de Denée. Ils sont presque toujours écrasés et recouverts, même dans les beaux spécimens, d'une sorte de mince croûte de corpuscules noirâtres, tout à fait semblables à de la vase fine. En fait, ce semble bien être de la vase sapropélienne durcie. Dans le remarquable travail qu'il a publié, M. F. Kaisin (1), appliquant les idées émises par

(1) Félix Kaisin, *Sur quelques caractères lithologiques du Marbre noir de Dinant.* (Ann. Soc. scient. de Bruxelles, 1910, p. 207.)

M. A. Renier [1] au sujet de l'origine sapropélienne de certaines roches de l'étage tournaisien, au marbre noir de Dinant, a montré par une étude micrographique le caractère sapropélien du calcaire VIa. D'autre part, M. A. Salée [2] a confirmé cette théorie par l'examen en coupes transversales de polypiers écrasés de Denée, et a fait nettement ressortir le mode de fossilisation des restes organiques recueillis dans le marbre noir. M. H. de Dorlodot a adopté la manière de voir de ses deux collègues dans une note des plus intéressante publiée en 1911 [3]. Les fossiles étudiés par M. Pruvost ont donc subi le sort de presque tous les restes organiques de Denée, et leurs parties saillantes sont écrasées. D'autre part, le fait même de la tranquillité de leur enlisement dans la pourriture vaseuse qui les enrobait n'a guère favorisé la dispersion de leurs diverses parties et explique bien que la plupart d'entre eux, aplatis mais complets, ou peu s'en faut, nous sont conservés dans cet état fruste et décevant que signalait jadis le regretté Julien Fraipont dans son mémoire sur la faune des Échinodermes de Denée [4].

En terminant cette courte note je voudrais me permettre de citer les travaux qui, à ma connaissance, ont paru sur l'origine ou la faune du marbre noir de Dinant, et qui tous concernent des fossiles provenant des carrières de Denée, comme ceux actuellement étudiés par M. Pruvost.

A celui-ci, je désire présenter mes remerciements pour le soin et le temps qu'il a consacrés à l'étude de ces spécimens, actuellement conservés dans les collections paléontologiques de l'abbaye de Maredsous.

---

(1) A. Renier, *Note sur quelques végétaux fossiles du Dinantien moyen de Belgique.* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. II, Mém. in-4°, 1910, pp. 85-92.)

(2) A. Salée, *Sur le mode d'écrasement des polypiers du Marbre noir de Dinant.* (Bull. Soc. belge de Géol., t. XXV, Proc.-verb., pp. 133-135.)

(3) H. de Dorlodot, *Sur les conditions de dépôt des Marbres noirs dinantiens et des sapropélites marines en général.* (Bull. Soc. belge de Géol., t. XXV, Proc.-verb., pp. 146-147.)

(4) J. Fraipont, *Échinodermes du Marbre noir de Dinant.* (Ann. Soc. géol. de Belgique. Mém. in-4°, t. II.)

BIBLIOGRAPHIE.

1871. P.-J. Van Beneden, *Bull. Acad. royale de Belgique,* t. XXXI, p. 512.

1877. Traquair, dans : *Faune du calcaire carbonifère de Belgique,* par L.-G. de Koninck. (Ann. du Musée d'histoire naturelle, t. II, p. 16.)

1879. Traquair, *Trans. of the Royal Society of Edinburgh,* vol. XXIX, p. 354.

1895. J. Fraipont, *Un nouveau Ganoïde du calcaire carbonifère de Belgique.* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. XVII, p. 211.)

1897. G. Soreil, *Note sur la Faune du Marbre noir de Denée.* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. XXII. *Bulletin.*)

1899. G.-A. Boulenger, *A contribution to the history of the* Carboniferous Ganoid Benedenius deneensis, Traquair *with notes on two newly discovered specimens.* (Ann. and Mag. Nat. Hist., ser. 7, vol. IV, Dec. 1899, p. 445.)

1902. G.-A. Boulenger, *Further remarks on the* Carboniferous Ganoid Benedenius deneensis, *Traquair.* (Ann. and Mag. Nat. Hist., ser. 7, vol. X, July 1902, p. 52.)

1903. G. Fournier, *Découverte de deux* Ophiurides *dans le Marbre noir de Dinant.* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. XXIX, B. 144.)

1904. J. Fraipont, ouvrage cité.

1910. F. Kaisin, ouvrage cité.

1911. Ch. Fraipont, *Empreinte néréitiforme du marbre noir de Denée.* (Ann. Soc. de géol. de Belgique, t. XXXVIII, M. 31.)

1911. A. Salée, ouvrage cité.

1911. H. de Dorlodot, ouvrage cité.

II. — *Description de* Denæa Fournieri, *sélacien nouveau du Marbre noir de Denée,*

par Pierre PRUVOST.

Les échantillons que dom Grégoire Fournier m'a confiés pour en faire l'étude sont au nombre de vingt-trois, représentant les débris de la même espèce d'animal. La grande majorité renferme l'ensemble du squelette, six montrent seulement quelques pièces isolées. Ils offrent cette particularité de grouper, ordinairement dans une dépression à la surface d'un banc cal-

caire, les débris disjoints du squelette d'un seul individu, éparpillés à faible distance les uns des autres, attestant une décomposition lente de l'animal sur place, dans des eaux tranquilles, comme l'a exposé ci-dessus dom Fournier. Tous ces échantillons présentent la répétition du même nombre de pièces, qui sont les plus solides. Quelques autres, les mieux conservés, montrent à côté d'eux des éléments du squelette plus fragiles, ayant parfois gardé entre eux certaines connexions.

Description de l'animal (1). — J'ai reconnu que ces restes de vingt-trois individus appartenaient à une même espèce d'un Poisson inconnu jusqu'ici. Voici la description rapide de ce Poisson, basée sur l'interprétation de l'ensemble de ces débris. Je l'accompagne d'un croquis explicatif (fig. 1) :

Chondrocrâne formé d'une région postérieure renflée, triangulaire, prolongée en avant, vers la région ethmoïdale, en une longue et étroite expansion médiane, de part et d'autre de laquelle s'échancre le bord supérieur de la cavité orbitaire.

Mandibules vigoureuses, s'articulant à l'angle postéro-inférieur d'une pièce qui représente le palatocarré. Cette dernière, très développée, est formée d'une longue branche maxillaire, qui se continue en arrière par une forte expansion triangulaire postorbitale. Une échancrure orbitaire profonde entame la partie supérieure des palatocarrés. La cavité orbitaire était circonscrite, en haut par le chondrocrâne, en bas par le palatocarré. La surface maxillaire du palatocarré, de même que le bord supérieur de la mandibule, est creusée de fossettes alvéoliformes.

Hyomandibulaires placés immédiatement en arrière des palatocarrés, parallèlement à la courbure de leur bord postérieur. Appuyés comme eux sur le crâne, derrière l'apophyse postorbi-

(1) Au cours de cette étude, j'ai reçu de M. G.-A. Boulenger des avis éclairés qui m'ont permis de mener à terme la tâche de la reconstitution de cet animal et de l'interprétation de ses débris. Je tiens à lui en exprimer ici ma très vive reconnaissance.

taire, ils présentent une inflexion rapide en bas et en avant qui les met en relation directe avec l'articulation de la mandibule.

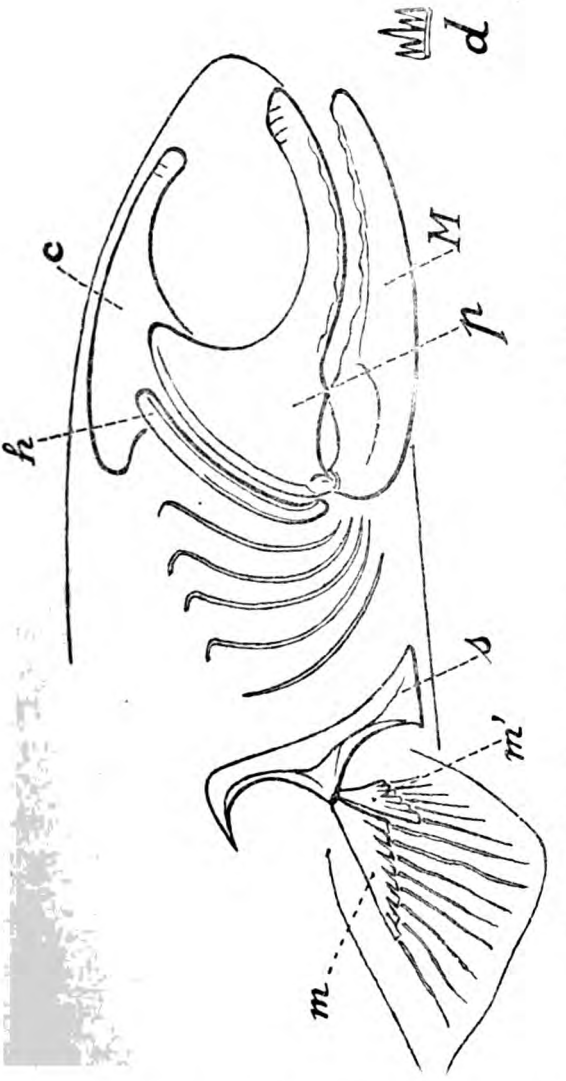


FIG. 1. — *Denaea Fournieri* nov. sp. Reconstitution de la partie antérieure du corps pour montrer la forme des principales pièces squelettiques conservées et leur position probable. (Grandeur naturelle.)

c, chondrocrâne; *p*, palatocarré; *M*, mandibule; *h*, hyomandibulaire; *s*, ceinture scapulaire; *m*, métaptérygium; *m'*, mésoptérygium; *d*, une dent, grossie six fois.

Arcs branchiaux quelquefois conservés, sous forme de baguettes cylindriques courbes, portant une sorte de rebroussement en arrière dans la région dorsale.

Ceinture scapulaire formée d'une paire de pièces vigoureuses, réunies ventralement, libres dorsalement et prolongées en arrière par une courte épine. Ces pièces scapulaires portent en leur partie moyenne une apophyse avec surface articulaire dirigée vers le bas.

Sur une empreinte, on voit à cette surface articulaire s'insérer une pièce triangulaire non segmentée, porteuse, sur un seul bord, d'une série de facettes où sont fixés des rayons de nageoire. Un autre échantillon montre dans le voisinage de cette pièce basilaire une autre semblable, mais plus étroite. La nageoire pectorale semble donc formée de deux éléments basilaires (méso- et métaptérygium) non segmentés, portant des rayons d'un seul côté.

Dents nombreuses, très petites, formées de cinq denticules insérés sur une seule base, le médian étant plus élevé que les quatre autres, les latéraux externes un peu plus longs que les latéraux internes. Ces dents rappellent de façon frappante celles des *Cladodus*.

On trouve sur certaines empreintes des traces de peau, renfermant des plaques de chagrin; on observe presque toujours des arêtes nombreuses de toutes tailles, appartenant aux apophyses du squelette vertébral et aux rayons de nageoires. Parmi celles-ci on en compte un certain nombre (trois au moins) qui sont plus longues (4 cm.) et plus fortes que les autres et sont accompagnées de courts segments basilaires. Je les considère comme le squelette de soutien de nageoires impaires, particulièrement développées.

D'après l'ensemble des échantillons étudiés, on peut considérer comme certain que ce Poisson ne possédait ni épine céphalique de grande taille, comme *Pleuracanthus*, ni d'épines de nageoires comme les *Ctenacanthus*.

Dimensions. — Les dents mesurent 1 millimètre de hauteur; les mandibules de 50 à 56 millimètres de long; les pala-

tocarrés de 45 à 55 millimètres. J'ai calculé que la longueur de l'animal entier ne devait guère dépasser 60 centimètres.

Affinités. — Tous ces caractères sont ceux d'un Élasmobranche. Bien qu'il soit impossible de se faire une idée tout à fait précise de la forme extérieure de ce poisson, par suite de l'état de dispersion où se trouvent ses débris, l'animal est cependant parfaitement caractérisé par le menu détail de son squelette, dont les pièces essentielles sont bien conservées. Grâce à ces circonstances, le fossile de Denée est mieux connu que beaucoup d'Élasmobranches paléozoïques, dont on n'a retrouvé que les épines et les dents. Or, l'ensemble des caractères que nous venons de résumer fait de ce fossile un type fort intéressant.

Il se rapproche de façon frappante des Cladodontes, dont il a les apparences générales du squelette, la peau chagrinée, et les dents du type *Cladodus*. L'absence d'épine céphalique et d'épines de nageoires souligne encore cette ressemblance.

Mais *Cladodus* [1] (Dévonien supérieur et Carbonifère) est un Élasmobranche Ichthyotome, c'est-à-dire dont les nageoires paires sont munies d'un axe segmenté très développé. Chez lui, la pectorale [2] est formée d'une série de rayons insérés du seul côté externe (ramification préaxiale) d'un axe vigoureux et allongé, composé d'une succession de segments.

Notre fossile diffère essentiellement de *Cladodus* par la structure de ses nageoires pectorales. Elles ont bien aussi la disposition préaxiale des rayons, mais l'axe est réduit ici à des pièces courtes (méso- et métaptérygium) *non segmentées*. C'est la nageoire des Sélaciens vrais, de la plupart des Squales

---

[1] Voir R.-H. Traquair, *Trans. geol. Soc. Glasgow*, XI (1897), *On Cladodus Neilsoni* ..., et S. Newberry, *Palaeoz. Fishes of N. America*. (U. S. Geol. Survey Monogr., XVI, 1891.)

[2] Que M. Boulenger considère à juste titre comme le type de nageoire paire le plus primitif qui soit actuellement connu. (G.-A. Boulenger, *Les Poissons du bassin du Congo*. Bruxelles, 1901, pp. 3 et suiv.)

actuels. Ainsi le Poisson de Denée semble être un *type dérivé des Cladodus par condensation et raccourcissement des nageoires paires*, par réduction de l'axe au profit des rayons.

Étant donnée la valeur que l'on a coutume d'accorder au caractère de la nageoire pectorale dans la classification des Élasmobranches, il est impossible de ranger ce fossile dans les Ichthyotomes, auprès des *Cladodus*, dont il n'est pourtant pas très éloigné. Il doit trouver sa place, en l'état actuel de la systématique, parmi des Élasmobranches plus évolués : parmi les Sélaciens. Dans ce groupe, il est un des types les plus simples qui soient connus et se range au voisinage des Hybodontidés (Carbonifère-Crétacé), dont il diffère par l'absence d'épines aux nageoires et par la disposition du Suspensorium, qui est entièrement comparable à celle connue chez les *Pleuracanthus* (1).

Pour toutes ces raisons, le fossile que je viens de décrire constitue un type générique et spécifique tout à fait nouveau. Je propose de l'appeler *Denæa Fournieri;* le premier de ces termes rappellera son gisement; le second sera un faible hommage au confrère enthousiaste et éclairé qui, au cours de longues années d'exploration patiente, a rassemblé des carrières de Denée, à côté de tant d'autres organismes remarquables, ces empreintes dont il discerna aussitôt toute la valeur paléontologique.

Lille, le 30 avril 1922.

(1) *Pleuracanthus*, Ichthyotome bien connu du Permo-Carbonifère, possédait un palatocarré à forte expansion postorbitaire, analogue à celui du Poisson de Denée. Mais il avait des dents du type *Diplodus*, pas de chagrin, une épine céphalique et des nageoires paires du type *Archipterygium*.

Biologie végétale. — **Les excitants de la germination d'un Champignon : Phycomyces nitens,**

par Désiré TITS (1),
professeur à l'École normale d'instituteurs de la ville de Bruxelles.

La toute première étape de la germination des graines ou des spores consiste dans le réveil des cellules, engourdies depuis un temps parfois fort long. J'ai essayé de définir quels excitants sont capables de tirer de leur torpeur les spores d'un Champignon.

J'avais fait quelques essais préliminaires sur *Rhizopus nigricans*, *Penicillium glaucum*, *Phycomyces nitens* et *Mucor sp.* Les expériences se faisaient en gouttes suspendues dans la chambre thermostatique réglée à 20°C. Les expériences furent observées après 24, 48 et 72 heures.

Les résultats après 72 heures sont résumés par le tableau suivant (— signifie : pas de germination) :

SOLUTION.	Rhizopus nigricans.	Penicillium glaucum.	Phycomyces nitens.	Mucor sp.
H_2O	—	Germe.	—	—
0.1 % de saccharose.	—	Id.	—	—
0.25 % id.	—	?	—	—
0.5 % id.	Germe.	Germe.	—	?
1 % id.	Id.	Id.	—	Germe.
2.5 % id.	—	Id.	—	Id.
5 % id.	—	Id.	—	Id.

(1) Présenté par M. Jean Massart.

Les résultats complètement négatifs obtenus avec *Phycomyces nitens* m'ont engagé à me limiter à ce seul organisme, pour rechercher quel est l'excitant qui provoque le réveil de la spore.

L'Optimum de température nécessaire a la germination et au développement des premiers sporanges.

Il fallait évidemment faire toutes les expériences à la même température, qui devait être la plus avantageuse possible.

La première chose à faire était donc de déterminer la température optimale pour la germination de la spore et pour le développement du mycélium.

Voici comment j'ai expérimenté : des tubes fermés par un bouchon d'ouate et contenant 0gr750 de pain blanc frais + 4 grammes d'une décoction de jus de pruneaux moyennement concentré ont été stérilisés à l'autoclave. J'introduis dans chaque tube un sporange âgé de cinq jours. Une caisse vitrée, remplie de sciure de bois humide, est chauffée à une extrémité à 50° C., l'autre ayant la température ambiante (15°). Les tubes y sont disposés de la façon suivante : ils sont enfoncés tous à une même profondeur dans de la sciure, contre la paroi vitrée, et ils restent éclairés jour et nuit par une lumière artificielle. Ils sont séparés les uns des autres par des distances égales. Chaque tube est flanqué de deux thermomètres et la chambre thermostatique où se fait l'expérience est réglée à 15° centigrades. Une autre série de tubes ensemencés est plantée dans les mêmes conditions, mais recouverte de papier noir opaque, c'est-à-dire à l'obscurité complète.

Cultures à la lumière.

Après 24 heures.	24°2	20°	20°	18°6
Après 48 id.	27°4	25°7	23°	19°5
Après 72 id.	29°	25°2	23°7	21°
Après 6 jours.	27°	23°2	21°7	18°1

Cultures à l'obscurité.

Après 24 heures.	40°	30°4	29°	20°
Après 48 id.	45°	34°	30°	22°
Après 72 id.	46°	35°	31°8	24°
Après 6 jours.	44°	33°8	30°6	19°5

A la lumière, la plus belle culture — comme nombre et comme hauteur de sporangiophores — s'est développée à la température moyenne de *22°1*. Les résultats obtenus aux températures moyennes de 19°2, 23°5, et 26°9 ont été nettement inférieurs, ainsi que le montre la figure 1, qui est à la fois un

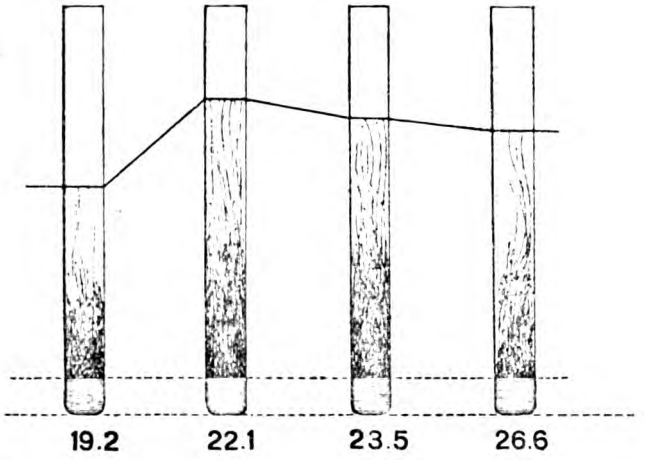


FIG. 1. — CULTURES DE PHYCOMYCES A DIVERSES TEMPÉRATURES.

dessin et un diagramme, où la hauteur des sporangiophores est indiquée en fonction de la température. L'allure des cultures faites à l'obscurité corrobore les résultats de la précédente série. Les sporangiophores sont plus grands, ce qui démontre une fois de plus le ralentissement de la croissance par la lumière.

Action de diverses substances sur la germination de Phycomyces nitens.

Il était nécessaire de faire en sorte que les spores fussent plongées dans une solution invariable pendant le cours de l'expérience et qu'elles fussent en même temps en contact avec l'air. Voici comment j'ai opéré : Sur la solution contenue dans un godet en verre, à bords rodés, je faisais flotter une petite feuille de papier à cigarette préalablement lavée durant 48 heures dans l'eau courante puis durant 3 heures dans l'eau distillée, pour la débarrasser des traces de NO^3K. Le papier était maintenu flottant par des gouttes de paraffine fixées à sa face inférieure.

J'ensemençai sur le papier imbibé de la solution et je recouvrai les godets à bords rodés avec une plaque de verre. Une première série d'expériences fut faite avec le type des monosaccharides réducteurs et non hydrolysables : le glycose. Des solutions à 0.5 %, 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 % furent mises dans l'étuve de Roux réglée à 22°1, température optimum. Elles furent examinées attentivement durant quatre jours à 24 heures d'intervalle et elles montrèrent que nulle part la germination ne s'était opérée.

Des expériences toutes semblables à celle du glycose furent tentées avec les disaccharides : saccharose et lactose, ainsi qu'avec un triose : le raffinose. Elles fournirent des résultats tout aussi négatifs.

Comme les sucres ne suffisent pas à provoquer la germination, j'ai fait des essais avec des matières azotées et des acides, soit seuls, soit additionnés de saccharose.

Glycocolle : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 %.
Asparagine : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 %.

Glycocolle : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 % + saccharose : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 %.
Asparagine : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 % + saccharose : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 %.
Acide tartrique : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 % + saccharose : 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 %.

Asparagine 1 % + acide tartrique 1 % + saccharose 5 %.
Id. 1 % + id. 2 % + id. 5 %.
Id. 1 % + id. 3 % + id. 5 %.
Id. 1 % + id. 4 % + id. 5 %.
Id. 1 % + id. 5 % + id. 5 %.
Leucine 2 % + acide tartrique 1 % + saccharose 3 %.
Ptyaline (salive) 5 % + acide tartrique 1 % + saccharose 3 %.
Leucine 2 % + pepsine 2 % + acide tartrique 1 %.

Chaque essai était accompagné d'une culture-témoin, dans le jus de viande 1 %, où la germination se fait normalement.

Tous les essais furent infructueux.

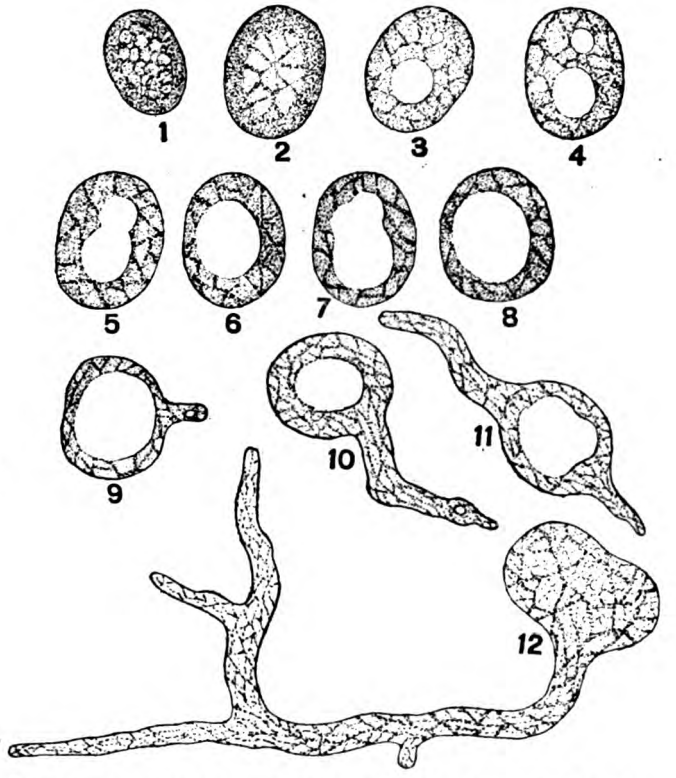


FIG. 2. — LES ÉTAPES SUCCESSIVES DE LA GERMINATION D'UNE SPORE DE PHYCOMYCES DANS UNE SOLUTION DE PEPTONE A 1 %.

Je me décidai alors à expérimenter avec la peptone bactériologique dont on se sert dans les laboratoires.

Dès la première expérience, j'obtins des germinations en moins de 24 heures, dans une solution de peptone à 1 °/₀. Voici quelles sont les phases de cette germination (voir fig. 2) : La spore au repos a une structure granulo-alvéolaire très nette. Mise dans le milieu germinatif, elle gonfle et sa masse ovale passe de 12μ à 15μ de longueur. La partie centrale du protoplasme devient plus claire. Des canalicules deviennent apparents entre des plages d'une réfringence plus accusée. Ils sont anastomosés. Une première vacuole à suc cellulaire se forme par fusion de canaux. Bientôt naît une deuxième vacuole, qui fusionne avec la première, puis avec d'autres de grandeurs diverses. Une grosse vacuole hyaline occupe donc le centre de la cellule et elle est entourée de canalicules qui constituent le *réseau vacuolaire*. Une hernie se forme à la surface de la spore et elle s'allonge en un filament contenant de petits canaux anastomosés, qui là également fusionnent en petites vacuoles. Suivant la méthode indiquée par Guillermond (1) pour *Saprolegnia*, j'ai pu mettre le réseau vacuolaire en évidence chez *Phycomyces nitens* vivant, grâce au rouge neutre.

Des Bactéries se développant rapidement dans cette solution nutritive et venant s'appliquer sur les spores en plein processus de germination, je fis l'expérience suivante, pour savoir si les Bactéries en quantité modérée constituent ici un facteur de germination : Dans un tube à essai propre mais non stérilisé je versai la solution à 1 °/₀ de peptone. J'ensemençai, puis j'obturai avec un bouchon d'ouate. Dans le second tube, je fis le même ensemencement, mais après avoir stérilisé le milieu. J'obtins des germinations dans les deux cas. Au bout de quelques jours, la touffe de sporangiophores était plus épaisse dans le milieu

(1) Guillermond, *Nouvelles observations cytologiques sur Saprolegnia*. (Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences. Paris, t. CLXXI, p. 266 et fig. 1, 2 et 3.)

stérile. Les Bactéries ne constituent nullement un excitant à la germination de *Phycomyces nitens*.

J'ai ensuite recherché quelles sont les proportions minima et maxima de peptone où la germination est possible.

75 % pas de germination.	1 % germination.
60 % id.	0.9 % id. (fig. 3 *E*).
50 % id.	0.8 % id. (fig. 3 *F*).
40 % id.	0.7 % id. (fig. 3 *G*).
30 % germination (fig. 3 *A*).	0.6 % pas de germination.
20 % id. (fig. 3 *B*).	0.5 % id.
10 % id. (fig. 3 *C*).	0.4 % id.
5 % id. (fig. 3 *D*).	0.3 % id.
4 % id.	0.2 % id.
3 % id.	0.1 % id.
2 % id.	

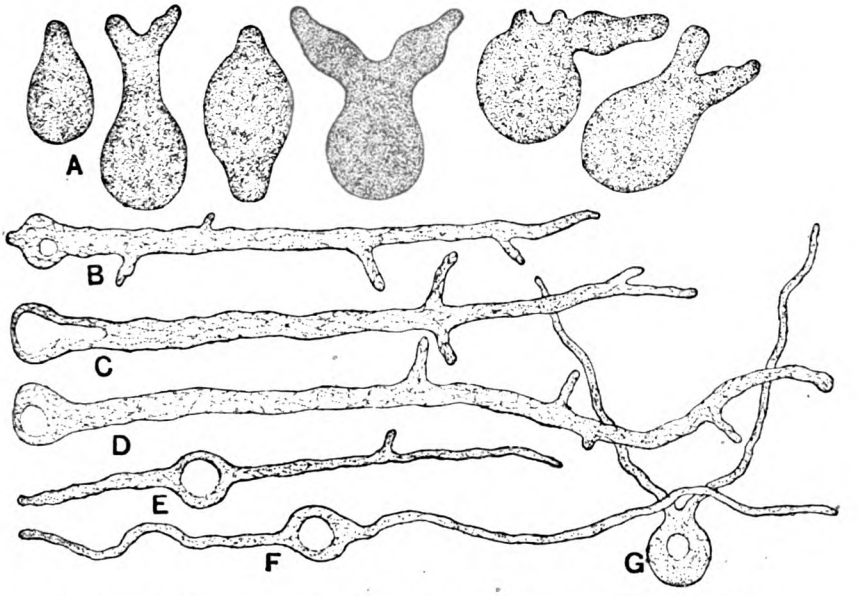


FIG. 3. — LA GERMINATION DES SPORES DE PHYCOMYCES DANS DES SOLUTIONS DE PEPTONE DE DIVERSES CONCENTRATIONS.

A, 30 %; *B*, 20 %; *C*, 10 %; *D*, 5 %; *E*, 0.9 %; *F*, 0.8 %; *G*, 0.7 %.

Le maximum de concentration de peptone compatible avec la germination est de 30 %. C'est probablement la pénurie d'eau

qui empêche la germination de se produire à des concentrations supérieures. A 30 °/₀, les spores qui germent sont peu réfringentes, à contenu très granuleux; les filaments sont courts et gros (fig. 3 *A*). De 0.9 °/₀ à 0.7 °/₀, j'obtins encore des germinations, mais, à mon sens, également anormales: filaments longs, très grêles et très réfringents (fig. 3 *E F G*).

J'ai donc obtenu des germinations dans la solution minimale:

Eau	1,000
Peptone.	7

ou, pour pouvoir mieux comparer avec les expériences suivantes,

Eau	*100,000*
Peptone	*700*

Les solutions suivantes contiennent moins de peptone encore, mais j'y ajoute du saccharose. Ici, j'obtiens des résultats avec une solution contenant :

Eau	*100,000*
Peptone	*8*
Saccharose	*700*

Donc, pour une même quantité d'eau, il ne faut plus que 8 parties de peptone, si l'on ajoute du saccharose, alors qu'il en faut 700 parties dans la solution sans sucre (voir fig. 4 *A* et *B*).

Eau.	100,000
Saccharose	700
Peptone	20

Fig. 4 *C* :

Eau.	100,000
Saccharose	700
Peptone	10

Fig. 4 *D* :

Eau.	100,000
Saccharose	700
Peptone	8

La peptone bactériologique est constituée essentiellement par un ensemble d'acides aminés. Elle est obtenue par l'hydrolyse d'albumine de viande en présence d'acide tartrique. L'analyse a

révélé dans l'échantillon utilisé la présence de tryptophane, de tyrosine, de phénylalanine et de cystine.

Monsieur le Prof[r] A. Slosse, de la Faculté de Médecine,

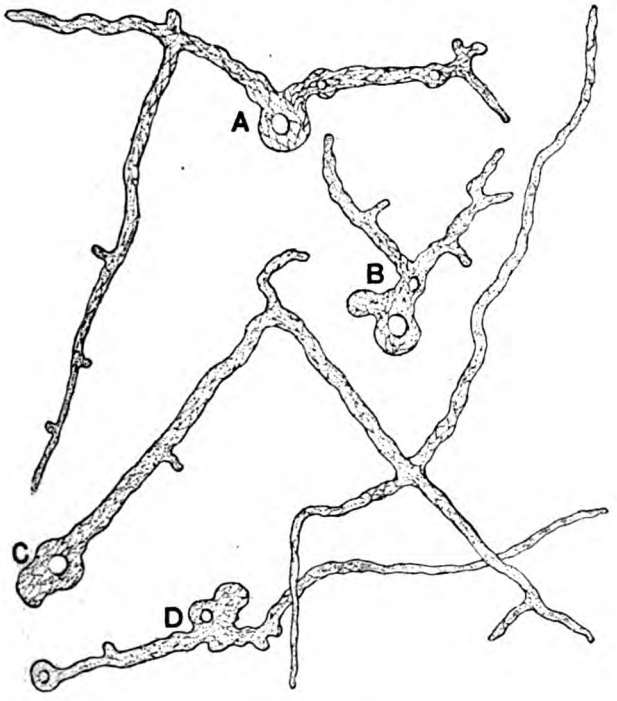


FIG. 4. — LA GERMINATION DES SPORES DE PHYCOMYCES DANS DES SOLUTIONS CONTENANT A LA FOIS DE LA PEPTONE ET DU SACCHAROSE.

a bien voulu me guider pour cette analyse. Il m'a dit que si nous ajoutons à ces quatre corps la lysine et l'histidine, nous avons l'ensemble des amino-acides indispensables à la croissance et à l'entretien de la vie animale. C'est ce qui résulte d'ailleurs des travaux d'Abderhalden, Hopkins, Mendel, Osborne, Slosse et Willcock.

Je me propose maintenant d'étudier l'intervention des amino-acides dans la germination de *Phycomyces nitens*.

Institut botanique Leo Errera, de l'Université de Bruxelles.
(Avril 1922.)

Assemblée générale du mardi 2 mai 1922.

Prennent place au bureau :

M. Maurice Vauthier, président de l'Académie, directeur de la Classe des lettres; M. A. Lameere, directeur de la Classe des sciences; M. J. Capart, correspondant de la Classe, et le Secrétaire perpétuel.

Sont présents :

Classe des sciences. — MM. A. Gilkinet, Ch. Lagrange, J. Deruyts, J. Neuberg, A. Gravis, Max Lohest, F. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, E. Marchal, J. Bordet, *membres;* Th. De Donder, P. Fourmarier, *correspondants;* G.-A. Boulenger, *associé.*

Classe des lettres et des sciences morales et politiques. — MM. J. Vercoullie, *vice-directeur;* le comte Goblet d'Alviella, P. Thomas, J. Leclercq, M. Wilmotte, H. Pirenne, M. De Wulf, L. de la Vallée Poussin, L. Parmentier, H. Delehaye, J. Bidez, G. Cornil, L. Dupriez, *membres;* L. Leclère, P. Errera, G. Doutrepont, A. Nerincx, *correspondants.*

Classe des beaux-arts. — MM. J. Winders, Ém. Mathieu, Léon Frédéric, J. De Vriendt, L. Solvay, Sylvain Dupuis, Léon Du Bois, Paul Bergmans, E. Verlant, *membres.*

Absences motivées : MM. L. Fredericq, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Stroobant et G. Lecointe, de la Classe des sciences; Eug. Hubert et le baron Rolin, de la Classe des lettres, et J. Brunfaut, de la Classe des beaux-arts.

REVISION DE L'ARTICLE 16 DU RÈGLEMENT GÉNÉRAL.

A l'unanimité, l'Académie décide de remplacer les alinéas 2 à 7 de cet article par la disposition suivante :

« Il est accordé aux membres titulaires et aux associés résidant en Belgique, pour chaque séance à laquelle ils assistent, un jeton de présence de 20 francs. Ceux qui n'habitent pas l'agglomération bruxelloise ont en outre droit au remboursement de leur billet de chemin de fer en première classe et à une indemnité de 30 francs pour frais de séjour. »

PERSONNALITÉ CIVILE DE L'ACADÉMIE.

M. Vauthier lit le rapport qu'il a, à la demande de l'Académie, rédigé avec MM. Dupriez et Errera, sur cette question. Ce document est publié ci-après.

L'Assemblée approuve le rapport présenté par MM. Vauthier, Dupriez et Errera et décide :

1° Qu'il est désirable que l'Académie possède la personnalité civile;

2° Que cette personnalité devrait lui être attribuée par une loi spéciale, consacrant simplement le principe, les détails d'exécution étant réglés par arrêté royal;

3° Que les dispositions de cet arrêté royal devraient être proposées par l'Académie elle-même et que MM. Vauthier, Dupriez et Errera rédigeront, dans ce but, un projet qui sera soumis aux trois Classes.

PRÉROGATIVES DE L'ACADÉMIE.

L'Académie est mise au courant de la correspondance échangée en 1922, à ce sujet, avec le Gouvernement, ainsi que de la nouvelle promesse de M. le Premier Ministre de soumettre cette question à ses collègues.

M. Wilmotte annonce que l'Académie royale de langue et de

littérature françaises a demandé que les chaires de littérature française dans les Universités de l'État ne fussent plus attribuées sans qu'elle soit consultée.

A la suite de remarques faites par MM. Bordet et Pirenne, il est décidé que le Gouvernement sera prié, à l'occasion du 150e anniversaire de l'Académie, de faire connaître à celle-ci, à défaut d'une solution définitive, son désir éventuel de lui accorder des attributions nouvelles qu'elle sollicite.

150e ANNIVERSAIRE DE L'ACADÉMIE.

La Commission met l'Assemblée au courant de l'organisation des fêtes du 150e anniversaire et des mesures prises pour en assurer dignement la célébration.

BIOGRAPHIE NATIONALE.

M. Paul Bergmans, secrétaire de la Commission de la «Biographie nationale», donne lecture de son rapport sur les travaux de l'année 1921-1922.

RAPPORT DE MM. VAUTHIER, DUPRIEZ ET ERRERA.

L'attribution de la personnalité civile à l'Académie royale de Belgique offre certes un intérêt véritable et nous estimons que des raisons fort sérieuses peuvent être invoquées en faveur de cette réforme. Il convient toutefois de ne pas s'en exagérer l'importance. Que l'Académie possède ou non la personnalité civile, son caractère et son rôle scientifique demeureront ce qu'ils sont. La nouvelle qualité qui lui serait conférée n'aura d'effet que dans le domaine des intérêts matériels; l'Académie aura la capacité d'avoir en propre un patrimoine, alors qu'actuellement cette capacité lui manque.

Quand nous disons que l'Académie n'est pas aujourd'hui propriétaire d'un patrimoine, il s'agit de s'entendre. Elle gère des fonds assez importants, provenant notamment de fon-

dations. Seulement, en droit, ces fonds ne lui appartiennent pas. Il appartiennent à l'État et la fonction de l'Académie est, en réalité, celle d'une Commission gouvernementale, à laquelle le Gouvernement veut bien accorder une liberté d'action extrêmement étendue.

Cette situation se modifiera-t-elle sensiblement le jour où l'Académie sera propriétaire d'une fortune qui, jusqu'ici, n'est qu'une fraction de la fortune de l'État?

En ce qui concerne la gestion de cette fortune et la destination qu'elle doit recevoir, la différence ne sera pas très marquée. L'Académie, même propriétaire, sera, à l'exemple de tout établissement public, assujettie au contrôle de l'État pour tout ce qui regarde son administration financière. Mais l'attribution à l'Académie d'une personnalité juridique distincte de celle de l'État est de nature à accroître son autorité morale vis-à-vis de l'opinion publique et, spécialement, vis-à-vis des personnes qui s'intéressent au développement des lettres, des sciences et des arts. L'Académie apparaîtra plus nettement comme le représentant attitré de la grande cause du progrès intellectuel dans notre pays; il y a lieu d'espérer que des libéralités destinées à favoriser la science et l'art s'adresseront à l'Académie, corps distinct et autonome, plus volontiers et plus fréquemment qu'à l'État, organisme abstrait et d'un caractère trop purement administratif.

A supposer que le moment soit venu — et nous le croyons — d'accorder à l'Académie royale de Belgique la personnalité civile, sous quelle forme cette innovation pourra-t-elle se réaliser?

Nous n'hésitons pas à dire qu'il faudra pour cela une loi spéciale, du même ordre que la loi du 5 juillet 1920, conférant la personnalité civile aux universités de Gand et de Liége.

Certaines personnes se sont demandé, croyons-nous, s'il ne serait pas possible de faire bénéficier l'Académie des dispositions

de la loi du 27 juin 1921 sur les associations sans but lucratif. Il n'y a pas lieu de s'arrêter à cette hypothèse, et cela pour un motif qui nous paraît décisif : c'est que l'Académie n'est pas une association et qu'il ne dépend pas de ses membres de se constituer en association. Toute société quelconque est créée par des associés qui mettent en commun leurs efforts et leurs ressources matérielles en vue d'un but qu'ils déterminent librement. Est-il admissible que les membres de l'Académie puissent, sous le couvert d'une association qu'il leur plairait de former, régler le fonctionnement d'une institution qui doit son existence à la volonté de l'État?

En fait, il est complètement impossible de concilier le règlement organique d'un corps officiel tel que l'Académie avec les statuts d'une association sans but lucratif. Une telle association n'aurait évidemment aucune prétention à élever sur le patrimoine dont, jusqu'à présent, l'Académie, sous le contrôle de l'État, a, en fait, la jouissance. Les libéralités que l'Académie, se constituant sous forme d'association (à supposer que la chose soit possible), recevrait dans l'avenir, devraient être autorisées par l'État. L'Académie n'aurait pas beaucoup plus de liberté pour la gestion de ce nouveau patrimoine qu'elle n'en possède actuellement en qualité d'organe prépondérant d'une institution d'utilité publique.

Si nous avons insisté, un peu trop longuement peut-être, sur la question d'un recours éventuel à la loi du 27 juin 1921, c'est afin de prévenir, autant qu'il est en nous, toute discussion sur ce point, discussion stérile et qui, à notre avis, ne pourrait aboutir qu'à une conclusion négative.

L'Académie de Belgique est et ne peut être qu'une institution publique. Jusqu'ici cette institution ne jouissait pas de la personnalité civile. Il est désirable qu'elle acquière cette qualité. Une semblable réforme ne peut se réaliser qu'en vertu d'une loi.

Une loi de ce genre, analogue à celle qui a conféré la personnalité juridique aux universités de Gand et de Liége, devra

se borner à poser quelques règles fondamentales. Les mesures d'application devront faire l'objet d'un arrêté royal. Il est hautement souhaitable, et il importe que l'Académie se prononce à cet égard d'une manière catégorique, que les dites mesures d'application ne soient arrêtées qu'après que les trois Classes de l'Académie auront été appelées à délibérer à leur sujet.

Rapport sur les travaux de la Commission de la « Biographie nationale » pendant l'année 1921-1922,

par Paul BERGMANS,
Secrétaire de la Commission et membre de la Classe des beaux-arts.

Messieurs,

Notre confrère M. Louis Le Nain ayant fixé sa résidence en France, la Classe des beaux-arts, dans sa séance du 12 janvier 1922, a désigné M. Ernest Verlant pour le remplacer au sein de sa délégation dans notre Commission. Celle-ci n'a pas subi d'autre modification au cours de l'année 1921-1922, mais la mort lui a enlevé trois collaborateurs, dont je tiens à saluer ici la mémoire : le chanoine Alfred Cauchie (1), professeur à l'université de Louvain, directeur de l'Institut historique belge à Rome, M. Henri Micheels (2), docteur en sciences botaniques, professeur à l'Athénée royal de Liége, et le baron Napoléon de

(1) Absorbé par son enseignement très lourd et ses travaux historiques, le chanoine Cauchie ne nous avait donné que les quatre notices suivantes : saint Poppon, Richard de Saint-Vannes, Rupert de Saint-Laurent ou de Deutz et Nicole Serrurier.

(2) Les derniers volumes de notre recueil contiennent de lui dix notices consacrées à des naturalistes : Fr. Rodigas, Fr.-A. Roucel, Ch. de Saint-Omer, J.-H. Sandberg, A.-D. Sassenus, Ad. Scheler, F.-Th. Schuermans, J.-B. Scoumanne, le baron M.-E. de Sélys-Longchamps et G.-J. de Servais. Nous avons encore quelques notices en manuscrit pour la fin de la lettre S.

Pauw (1), procureur général honoraire près la Cour d'appel de Gand, membre de l'Académie royale flamande et président de la Commission royale d'histoire. Tous trois nous avaient apporté le concours précieux de leur collaboration dans le domaine spécial de leurs études historiques ou scientifiques.

J'espérais pouvoir vous annoncer aujourd'hui la distribution du premier fascicule du tome XXIII de la *Biographie nationale* contenant la continuation de la lettre S; mais, des quinze feuilles qu'il doit comprendre, sept seulement sont tirées à ce jour (*Snaeyers-Sopers*); une bonne partie de la suite (*Sophie-Speeckaert*) est composée, mais les placards attendent sur le marbre que l'arrivée de certaines notices permette de procéder à la mise en pages. Ce n'est pas que je me sois fait faute de rappeler en temps utile leurs engagements à nos collaborateurs; le livre de correspondance conserve la trace des rappels nombreux adressés à certains d'entre eux. De guerre lasse, on a été obligé à maintes reprises de faire appel à un autre biographe. Mais il n'est pas toujours possible de trouver un spécialiste compétent qui accepte de rédiger d'urgence une biographie en souffrance; plus d'une fois il a fallu se résigner à se passer de l'article et imprimer la note : *Voir au Supplément*, si désagréable pour les chercheurs. Sur ces entrefaites, le temps a passé, et l'avancement du recueil a subi de regrettables retards, malgré le dévoûment et le zèle de beaucoup de nos collaborateurs. J'espère néanmoins qu'il sera possible de distribuer cette année ce fascicule et d'imprimer au moins une partie du suivant.

Annuellement ce rapport fournit au secrétaire l'occasion de

(1) Nous lui devons les vingt-quatre notices suivantes : Catherine et Jean De Coster, B. De Jonghe, Arnaud, Claire et les deux Pierre De Keysere, Diederik van Assenede, Guillaume, l'auteur du *Reinaert de Vos*, Guillaume de Saeftingen, André et Lievin van Iseghem, J. de Merchtem, les Mirabello dits Van Halen, Baude Quintin, L. de Ryckman, Maghelin de Saint-Bavon, L.-J. Sautois, H. de Sceppere, J.-B. Schellekens, Marie Schellynck, J. de Scoutheete, Siger le Courtraisien et de Smet van Huysse.

demander aux auteurs un peu plus d'empressement. Afin de les guider, il sera utile de donner ici le tableau des délais nouveaux fixés par la Commission pour la remise des notices :

Lettre S.

Série Sp : *d'urgence.*

Série St : 1er septembre 1922.

Série Su-Sy : 15 octobre 1922.

Lettres T-U.

Série Ta : 1er janvier 1923.

Série Te-Thi : 1er mai 1923.

Série Tho-Ti : 1er août 1923.

Série To-Tu : 1er novembre 1923.

Série Ty-U : 1er mars 1924.

Lettre V.

Série Va — Van den Berghe (Louis) : 1er juin 1924.

Série Van den Berghe (Oscar) — Van der Haeghen (Ferdinand) : 1er oct. 1924.

Série Vander Haeghen (Guillaume) — Van Ooteghem : 1er janvier 1925.

Série Van Overloop — Verhaegen : 1er mai 1925.

Série Verhaeghe — Vincent : 1er août 1925.

Série Vinchant — Vyvere : 1er décembre 1925.

En terminant ce rapport, je ne puis qu'appeler à nouveau l'attention sur les nécessités particulières et impérieuses de l'impression d'un dictionnaire alphabétique, et formuler le vœu que nos collaborateurs veuillent bien tenir note des délais indiqués ci-dessus.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Duesberg (*J.*). Sur l'organisation de l'enseignement médical aux États-Unis. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (14 p.). [28.737]

Jacobson (*Edw.*) et *Van Oye* (*Dr Paul*). Vischteelt en Vischweekerij in de Padangsche Bovenlanden. [28.739]

Llona (*Scipioni E.*). Teoria cosmológica cicloidal. Lima, 1918; in-8° (518 p., fig.). [29.074]

Picard (*Émile*). La vie et l'œuvre de Pierre Duhem. Paris, 1921; in-4° (44 p., portr.) [28.844]

Rabaud (*Dr Etienne*). Les tropismes. Paris, s/d.; in-16 (28 p.). [28.735]

Yngve Sjöstedt (*Prof. Dr*). Zoologische Kilimandjaro-Meru Expedition 1905-1906. Stockholm, 1910; 3 vol. in-4°. [29.073]

Van Oye (*Dr Paul*). Zur Biologie des Kanne von Nepenthes melamphora Reinw. Erlangen, 1921; extr. in-8° (pp. 530-534). [28.738]

*** Centenaire de l'Académie de médecine (1820-1920). Paris, 1921; gr. in-8° (278 p., fig., portr.). [29.084]

*** Liber memorialis de la manifestation en l'honneur de M. Auguste Swaen. Liége, 1921; in-8° (79 p., portr.). [29.085]

COMPTE RENDU

de la

Célébration du 150e Anniversaire de l'Académie Royale de Belgique.

Mardi 23 mai 1922, à 2 h., au Palais des Académies.

Les délégués des Académies et Sociétés étrangères et les associés étrangers de l'Académie sont reçus par celle-ci dans la Salle des séances. M. Maurice Vauthier, président de l'Académie, adresse de cordiaux souhaits de bienvenue aux invités étrangers et engage les délégués chargés de remettre une adresse, à vouloir bien la déposer sur le bureau.

Ces adresses (1) émanaient :

Pour la Belgique, de l'Académie royale flamande;

Pour le Danemark, de l'Académie royale des sciences et lettres, de Copenhague;

Pour les États-Unis, de l'Académie nationale des sciences, de Washington;

Pour la Grande-Bretagne, de la Société royale de Londres, l'Académie britannique, la Société royale d'Edinburgh, la Société géologique et la Société zoologique de Londres;

---

(1) Voir ces adresses à la fin du présent compte rendu.

Pour la Grèce, du Corps académique universitaire, à Athènes;

Pour l'Inde, de la Société asiatique du Bengale;

Pour l'Italie, de l'Institut royal lombard des sciences, lettres et arts, de Milan;

Pour le Japon, de l'Académie impériale de Tokyo;

Pour la Norvège, de l'Académie des sciences et des lettres, de Christiania;

Pour les Pays-Bas, de la Société hollandaise des sciences, de Haarlem;

Pour la Pologne, de l'Académie polonaise de Cracovie, et la Société des sciences de Varsovie;

Pour la Suède, de l'Académie suédoise des sciences, à Stockholm;

Pour la Suisse, de la Société helvétique des sciences naturelles.

Le Président de l'Académie remercie les Académies qui ont envoyé ces adresses et les délégués qui les ont remises.

Le même jour, à 4 heures 30, le Collège des bourgmestre et échevins et le Conseil communal de la capitale, recevaient l'Académie et ses hôtes étrangers, ainsi que les familles des académiciens belges et étrangers, à l'Hôtel de ville de Bruxelles, où le thé leur fut offert dans les grands salons du premier étage.

A 8 heures 30, l'Académie offrait, à ses invités, un raoût avec concert, dans la grande salle des fêtes du Palais des Académies. Celui-ci avait été illuminé extérieurement pour la circonstance. Toutes les salles du Palais étaient ouvertes aux invités; le buffet était installé dans la Salle de Marbre.

Une exposition commémorative, composée de documents historiques se rapportant à l'Académie, avait été disposée dans l'antichambre de la Salle des séances; elle comprenait essentiellement :

Les lettres de constitution de l'Académie (lettres-patentes de Marie-Thérèse, 1772);

Les premiers procès-verbaux de séances des trois périodes successives de l'histoire de l'Académie (**1772**, **1816**, **1832**);

Le premier volume de mémoires, avec frontispice gravé (**1777**);

Deux vitrines renfermant les diverses médailles relatives à l'Académie et à ses membres décédés;

Des portraits (estampes) d'anciens membres de l'Académie autrichienne ou néerlandaise, ne figurant pas dans la série des portraits gravés des *Annuaires;*

Trois albums renfermant les portraits gravés des membres décédés des trois Classes (extraits des *Annuaires*);

Un album renfermant les photographies des statues élevées à la mémoire de membres de l'Académie;

Un album de photographies représentant, au lendemain de l'armistice, l'état des diverses salles du Palais des Académies, telles que les Allemands les ont laissées après quatre ans d'occupation.

SÉANCE COMMÉMORATIVE

DU MERCREDI 24 MAI 1922, A 2 HEURES

AU PALAIS DES ACADÉMIES (GRANDE SALLE DES FÊTES)

Honorée de la présence de Sa Majesté le Roi.

La séance était présidée par M. Maurice Vauthier, président de l'Académie et directeur de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques. Avaient également pris place au bureau : M. F. Masson, ministre de la Justice, représentant le Gouvernement; Mgr A. Baudrillart et sir William Boog Leishman, représentant les deux délégations les plus nombreuses (France et Grande-Bretagne); MM. Aug. Lameere, directeur de la Classe des sciences; H. Pirenne, membre de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques; E. Verlant, membre de la Classe des beaux-arts; V. Rousseau, directeur de la Classe des beaux-arts, et le Secrétaire perpétuel.

Étaient présents :

Classe des sciences. — MM. Ch. Lagrange, J. Deruyts, A. Gravis, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, F. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, P. Stroobant, E. Marchal, Jules Bordet, *membres;* A. Brachet, P. Fourmarier, V. Grégoire, O. Dony-Hénault, *correspondants.*

Classe des lettres et des sciences morales et politiques. — MM. P. Thomas, J. Leclercq, Maurice Wilmotte, S. E. le cardinal Mercier, baron A. Rolin, J. Vercoullie, E. Hubert, M. Dewulf, E. Mahaim, L. de la Vallée Poussin, L. Parmentier, H. Delehaye, Dom Ursmer Berlière, J. Bidez, J. Van den Heuvel,

G. Cornil, L. Dupriez, G. Des Marez, J. Leclère, *membres*; J. Cuvelier, G. Doutrepont, Jean Capart, P. Ladeuze, R. Errera, H. Vander Linden, *correspondants*.

Classe des beaux-arts. — MM. Ém. Mathieu, Léon Frédéric, L. Solvay, Jules Brunfaut, G. Hulin de Loo, Émile Claus, Sylv. Dupuis, Léon Du Bois, Victor Horta, Paul Bergmans, Adolphe Max, Jos. Jongen, Aff. Verhaeren, *membres*; J. Lagae, Émile Wambach, *correspondants*.

Avaient pris place sur l'estrade, immédiatement derrière le bureau, les délégués des Académies et institutions similaires de l'étranger et les associés de l'Académie dont les noms suivent, par ordre alphabétique de pays :

Danemark. — Académie royale des sciences de Copenhague : MM. Ch. Nyrop (associé de l'Académie de Belgique) et Ch. Sørensen.

Espagne. — Académie royale des sciences exactes, physiques et naturelles, de Madrid : M. R. Mourelo;

Académie royale d'histoire de Madrid : S. E. le marquis de Villalobar et M. F. Donnet;

Institut d'études catalanes de Barcelone : M. Pr. Martorell.

États-Unis. — Académie nationale des sciences, Washington : M. R.-A. Millikan;

Académie américaine des sciences et des arts, à Boston : MM. Ch.-H. Haskins et A.-E. Kennelly;

Académie américaine des arts et des lettres, à New-York : M. J. Pennell (associé de l'Académie de Belgique).

Académie des sciences de New-York : M. J. Tatlock.

France. — Académie française : M. A. Baudrillart;

Académie des sciences : MM. E. Bertin, M. d'Ocagne, F. Mesnil (associé de l'Académie de Belgique), E. Picard (associé de l'Académie de Belgique), E. Schwoerer;

Académie des inscriptions et belles-lettres : MM. R. Cagnat, comte P. Durrieu, Th. Homolle et Th. Reinach (tous quatre associés de l'Académie de Belgique) ;

Académie des beaux-arts : MM. Ch. Girault (associé de l'Académie de Belgique) et R. Verlet ;

Académie des sciences morales et politiques : MM. J. Lacour-Gayet, F. Laudet, Ch. Lyon-Caen (associé de l'Académie de Belgique) et A. Weiss (associé de l'Académie de Belgique).

Société nationale des antiquaires de France : MM. Marquet de Vasselot et J. Toutain ;

Société de biologie : MM. Ch. Pérez et L. Pettit ;

Société géologique de France : M. Emm. de Margerie (associé) ;

Société chimique de France : MM. E. Blaise et A. Matignon ;

Académie des sciences, lettres et arts d'Arras : MM. G. Sens, Vergneau et L. Viltart ;

Académie des sciences, belles-lettres et arts de Bordeaux : M. Méaudre de la Pouyade ;

Société des sciences, agriculture et arts de Lille : MM. Cordonnier (associé), A. de Saint-Léger et R. Paillot ;

Associés de l'Académie : MM. L. Benedite, E. Branly, Ch. Dupuis, A. Lefranc et Ed. Pottier.

Grande-Bretagne. — Société royale de Londres : Sir William Boog Leishman et M. H. Lamb ;

Académie britannique (Londres) : Sir Frederic Kenyon et M. H. Stuart Jones ;

Société royale d'Edinburgh : Sir George Berry ;

Académie royale des arts : Sir Reginald Blomfield, Sir George Frampton et H. Hughes Stanton ;

Société philosophique et littéraire de Cambridge : H. Lamb (déjà cité) ;

Société zoologique de Londres : MM. G.-A. Boulenger (associé) et P. Chalmers Mitchell ;

Société géologique : M. L. Dollo ;

Société royale géographique : le Général Sir Frederick Sykes ;
Société chimique : Sir William Pope (associé) ;
Société royale historique : M. G.-W.-F. Omond ;
Associé de l'Académie : R. Hon. Sir Frederick Pollock.

Grèce. — Corps académique universitaire d'Athènes : MM. N. Balanos, P. Cavadias (associé) et M.-N. Kyparissis.

Inde. — Société asiatique du Bengale à Calcutta : M. E.-H. Pascoe ;

Italie. — Académie royale des Lincei (Rome) : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin ;
Académie des sciences de Turin : M. G. de Sanctis ;
Institut royal lombard des sciences, lettres et arts de Milan : MM. C. Gorini et U. Monneret de Villard.

Japon. — Académie impériale japonaise (Tokyo) : MM. G. Hirayama, T. Inouyé, T. Minobé, K. Nakamura et *Y. Oda*.

Luxembourg. — Institut grand-ducal : M. H. de la Fontaine.

Norvège. — Académie des sciences de Christiania : M. H. Koht.

Pays-Bas. — Académie des sciences d'Amsterdam : MM. H. Lorentz (associé) et C. van Vollenhoven ;
Société des sciences de Haarlem : M. H. Lorentz (déjà cité).

Pologne. — Académie polonaise des sciences et des lettres de Cracovie : MM. K. de Morawski et J. Rozwadewski ;
Société des sciences de Varsovie : M. J. Kochanowski.

Portugal. — Académie des sciences de Lisbonne : M. J. Effront.

Russie. — Académie des sciences de Petrograd : Sir Paul Vinogradof.

Royaume des Serbes, Croates et Slovènes. — Académie yougo-slave de Zagreb : Mgr Bulic;

Académie royale serbe de Belgrade : S. E. M. J. T. Markovic.

Suède. — Académie royale suédoise des Sciences (Stockholm) : M. Y. Sjöstedt.

Suisse. — Société helvétique des sciences naturelles : M. R. Chodat.

Les trois Académies royales : de Médecine, de Langue et de Littérature flamandes, de Langue et de Littérature françaises étaient respectivement représentées par MM. Firket, Dandois et van Ermengem, MM. Wattez, de Ceuleneer et Goemans, M. G. Eeckhoud.

Étaient également représentées, par leur Président ou son délégué, les Sociétés belges suivantes :

D'*Anvers*, l'Académie royale d'Archéologie, la Société royale de Géographie, la Société des Bibliophiles ;

D'*Arlon*, l'Institut archéologique ;

De *Bruxelles*, la Société d'Anthropologie, la Société royale d'Archéologie, la Société d'Astronomie, la Société des Bibliophiles et Iconophiles, la Société royale de Botanique, la Société chimique, la Société entomologique, la Société royale de Géographie, la Société belge de Géologie et d'Hydrologie, la Société royale de Numismatique, la Société des Sciences médicales et naturelles, la Société scientifique, la Société royale zoologique;

De *Hasselt*, la Société des Mélophiles ;

De *Liège*, la Société royale de Sciences, la Société Géologique de Belgique, la Société des Bibliophiles ;

De *Mons*, le Cercle archéologique, la Société des Bibliophiles belges ;

De *Namur*, la Société archéologique ;

De *Tournai*, la Société d'Histoire et d'Archéologie.

Le Président de l'Académie royale de Belgique ouvre la séance par le discours suivant :

Discours de Maurice VAUTHIER,

Président de l'Académie, Directeur de la Classe des lettres.

Le 28 mai 1872, la Classe des sciences, la Classe des lettres et la Classe des beaux-arts étaient réunies dans cette même salle pour célébrer le centième anniversaire de la fondation de notre Académie. Cette séance solennelle, à laquelle assistaient, comme aujourd'hui, les représentants d'un grand nombre de corps savants étrangers, était honorée de la présence du Roi Léopold II. Le Souverain fut bien certainement heureux de pouvoir rendre hommage « à la bienfaisante influence de l'Académie sur le développement moral et intellectuel de son pays ». La grande figure de Léopold II appartient aujourd'hui à l'histoire. Parmi ses titres à notre admiration et à notre reconnaissance, il en est un qu'aucun Belge ne saurait oublier : c'est d'avoir passionnément voulu la prospérité et la grandeur de la Belgique ; et c'est également d'avoir eu la foi la plus entière dans les qualités natives, dans la vaillance et l'énergie de notre peuple.

Ces hautes vertus, le Roi Léopold II ne croyait pas sans doute, à l'heure où il descendit dans la tombe, qu'elles dussent si prochainement, et dans des circonstances tragiques, être mises à l'épreuve. Nos compatriotes, bienveillants pour tous les peuples et confiants dans la force obligatoire des traités, ne songeaient qu'aux travaux de la paix. Ils firent la guerre parce que l'honneur et le devoir l'exigeaient. Ils fournirent des preuves répétées de leur héroïsme et de leur ténacité, mérites à défaut desquels une nation est fatalement vouée au déclin et à la servitude. Il est vrai que, dans ce généreux effort, la Belgique eut l'insigne bonheur d'avoir à sa tête un souverain qui person-

nifiait au suprême degré les vertus et les aspirations du peuple sur lequel il régnait. Le Roi Albert, à qui le sentiment populaire, avec une merveilleuse sûreté, ne manque jamais d'associer la personnalité à la fois auguste et charmante de la Reine Élisabeth, nous a montré ce que nous avions à faire. Nous nous sommes serrés autour du drapeau national, de ce drapeau qu'il a tenu d'une main si ferme. Le peuple belge et son Roi se sont compris dans une heure critique et décisive. Nous avons tous la conviction qu'ils ne cesseront jamais de se comprendre.

Au cours des cruelles années pendant lesquelles le monde entier retentissait de la rumeur des combats, la plupart des nations considéraient notre vaillance et notre esprit d'abnégation avec une sympathie émue. Aujourd'hui, dans une cérémonie destinée à célébrer les travaux de l'esprit, leur affection nous entoure. Je n'en veux d'autre preuve que la présence dans cette salle, de savants, d'artistes, d'écrivains qui représentent, on peut l'affirmer, la fleur de la civilisation moderne. Qu'ils me permettent de les saluer avec autant de reconnaissance que de respect et de saluer en eux les nobles et glorieuses nations auxquelles nous unissent des liens si étroits, et avec lesquelles nous désirons concourir à la réalisation d'œuvres durables, d'œuvres exemptes de douleurs et de larmes, et dont l'humanité tout entière puisse enfin s'honorer.

Durant la période de cinquante années qui remplit l'intervalle entre la cérémonie de 1872 et la solennité d'aujourd'hui, la Belgique a beaucoup travaillé. Dans tous les domaines son effort fut considérable. Elle a fondé et organisé un empire colonial; elle a sensiblement accru l'essor de son commerce et de son industrie; elle s'est engagée hardiment dans la voie des réformes sociales; elle a rénové et démocratisé son régime politique. Ce sont là des faits généralement connus et sur lesquels il est superflu d'insister. Mais il serait profondément injuste d'oublier ce que la Belgique a su accomplir dans le domaine qui

est proprement celui de l'Académie, c'est-à-dire dans le domaine des sciences, des lettres et des arts.

A vrai dire, notre Académie, en vertu du principe même de son institution, ne s'est jamais occupée de littérature qu'incidemment. Le public, il faut l'avouer, avait quelque peine à comprendre cette abstention. Pourquoi cette espèce d'indifférence — indifférence purement apparente, je me hâte de le dire — à l'heure surtout où le génie littéraire de notre peuple se manifestait dans nos deux langues nationales par des œuvres d'une beauté supérieure? Sans doute, la Belgique possedait, depuis 1886, une Académie flamande de langue et de littérature. Nos écrivains de langue française semblaient, en revanche, assez mal partagés. Il leur a été enfin donné satisfaction par la création, le 19 août 1920, d'une Académie de langue et de littérature françaises. Cette création, dont notre Classe des lettres prit en quelque sorte l'initiative, fut accueillie dans notre pays avec une faveur unanime. Ai-je besoin d'ajouter que la sympathie si cordiale que la nouvelle institution a rencontrée en France nous a tous profondément touchés? Il existe désormais un lien de plus entre deux nations qui s'estiment et qui s'aiment et qui s'aimeront et s'estimeront d'autant plus qu'elles se connaîtront davantage. Comment ne serions-nous pas épris de ce génie français, le plus captivant que le monde ait connu depuis l'antiquité grecque, inépuisable créateur de pensées nouvelles et qui, par l'effet d'une vocation merveilleuse, a toujours su allier le sérieux et la profondeur à la grâce et à la limpidité. Les Belges, osons l'avouer, se flattent de n'être pas entièrement étrangers à ces mérites, tout en conservant une originalité, une indépendance intellectuelle, auxquelles, pour rien au monde, ils ne voudraient renoncer.

Quelques-uns de mes confrères ont consenti à faire l'exposé des travaux des trois Classes de l'Académie au cours du demi-siècle qui vient de s'écouler. Il ne m'appartient pas d'empiéter sur leur domaine. De leurs savants discours se dégagera, bien

certainement, la conclusion que cette période de cinquante ans diffère sensiblement des cinquante années qui la précédèrent.

La Belgique, durant cette nouvelle phase de son existence, a cessé de se replier sur elle-même. Elle a brisé le cercle étroit dans lequel elle aimait à s'enfermer. Elle a pris courageusement contact avec les idées, avec les systèmes, avec les méthodes qui régnaient dans le monde de l'intelligence. Elle a voulu revendiquer sa part dans l'œuvre de création et de rénovation qu'accomplissait l'humanité. Avant cela — et alors qu'elle venait pour la première fois d'être mise en possession d'une véritable indépendance politique — elle aspirait en quelque sorte à prendre conscience d'elle-même; elle redoutait plus qu'elle ne recherchait les vastes horizons. Mais après avoir démontré par un demi-siècle de labeur opiniâtre, de sagesse politique, de viril amour pour la liberté, son droit, désormais indiscutable, à l'existence, la Belgique a pris en elle-même plus de confiance. Ce surcroît de hardiesse se marque visiblement dans tous les domaines. On le constate notamment dans l'austère et paisible région où nous devons bien nous confiner aujourd'hui. Sur tous les points la curiosité scientifique se réveille ou s'avive. Les méthodes auxquelles on a recours gagnent en rigueur et en précision.

Quand on parle de ces méthodes, il importe assez peu que l'on se serve du terme de « positivisme » ou de celui de « sens critique » ou encore de celui d' « objectivité ». La conclusion sur laquelle tout le monde sera d'accord, c'est que l'esprit humain, de plus en plus, et spécialement depuis le milieu du XIX[e] siècle, s'est attaché à l'étude du réel avec une véritable ferveur. De là ces recherches attentives, patientes, scrupuleuses, pleines de respect pour les faits en apparence les plus humbles; de là aussi ces hypothèses audacieuses — et la science ne saurait progresser sans le courageux emploi d'hypothèses — dont la hardiesse a toutefois pour correctif indispensable des vérifications minutieuses et sincères. Ce sont ces méthodes, inconci-

liables avec l'esprit de système, de même qu'avec les écarts d'une imagination déréglée, qui ont laissé leur empreinte sur l'œuvre scientifique accomplie au cours d'une période qui, assurément, n'a pas encore pris fin.

Le génie de nos compatriotes a toujours été épris de la vie, telle qu'elle se manifeste à nos yeux. Non pas que l'idéal leur soit étranger ou les intimide. Mais ils ne l'opposent pas volontiers au réel et ils hésitent à l'en détacher. Il leur apparaît plutôt comme étant un épanouissement du réel. C'est ce que démontrent notamment — et cela depuis des siècles — nos arts plastiques, l'un de nos titres de gloire les plus incontestés. Nos peintres et nos sculpteurs ont fait chanter la couleur et palpiter le marbre. Les rythmes de nos poètes nous ont fait tressaillir. Chez tous ces artistes, dont plusieurs eurent du génie, on retrouve un même caractère, où se marque l'essence de notre esprit national : l'amour profond du vrai, de la vie féconde et familière, source inépuisable d'émotion, de noblesse et de beauté. Pour être pleinement édifiés à cet égard, il nous suffira d'interroger les œuvres d'un Émile Verhaeren ou d'un Constantin Meunier.

Un penchant au réalisme dans l'art, dans la science, dans la politique elle-même, ce n'est point là nécessairement le signe révélateur d'une espèce de matérialisme dans la pensée ou dans les goûts. Pourtant, s'il est un reproche que l'on a quelquefois adressé à notre peuple, c'est celui d'avoir une prédilection un peu trop accusée pour les choses matérielles. N'attachons pas plus d'importance qu'il ne faut à cette appréciation. Dans l'art comme dans la vie, le cœur des Belges a su battre pour l'idéal. Néanmoins, tout n'est pas calomnie dans l'opinion que je viens de signaler. Et si je me permets d'effleurer cette question, c'est parce qu'elle m'amène à dire quelques mots du rôle salutaire que peut et doit jouer en Belgique une Compagnie telle que la nôtre.

Le monde n'est pas uniquement gouverné par des intérêts.

Il subit l'empire des idées, l'ascendant des créations abstraites de l'esprit. Il est nécessaire que chez un peuple, un certain nombre de personnes se vouent à la recherche de la vérité. Mais pour que les hommes pensent, — et pensent utilement, — il faut leur procurer l'occasion et les moyens de penser. Il importe surtout qu'au temps de leur jeunesse, à l'heure où tant d'intérêts divers les sollicitent, on leur indique les voies où leur intelligence pourra s'engager, et ne s'engagera pas en vain. Il se peut que les mémoires nombreux qu'appellent nos concours, et que les travaux des académiciens eux-mêmes n'aient pas toujours un grand retentissement. Que l'on veuille bien se donner la peine de parcourir la liste de ces ouvrages : on ne pourra qu'être frappé de l'abondance des sujets qui y furent abordés, ainsi que de la curiosité presque universelle dont leur ensemble témoigne. En l'absence de ces travaux, la Belgique serait intellectuellement plus pauvre. Je n'irai pas jusqu'à soutenir que si l'Académie n'existait pas, nos savants renonceraient entièrement à leurs recherches. L'assurance que leurs efforts ne se perdront pas dans le vide est néanmoins pour eux un stimulant efficace. Ils savent qu'il existe en Belgique un asile à la fois paisible et sérieux, où leurs travaux, leurs tentatives, leurs expériences obtiendront la plus sympathique attention. Ils seront prémunis contre le découragement qu'inspire, presque à coup sûr, la crainte d'un isolement complet. Une telle garantie est de nature à susciter, ou du moins à fortifier des vocations scientifiques. La Belgique, plus que jamais, a besoin de vocations de ce genre. Nous avons besoin d'hommes qui soient capables de méditer, qui sachent assujettir leur intelligence aux disciplines que la science a instituées. Enfin, nous avons besoin d'hommes qui entretiennent dans notre pays le respect des idées. Le péril auquel nous sommes exposés, — et ce péril, hélas! ne se limite pas à la Belgique, — c'est la prédominance d'une conception brutale et matérielle de la vie. On veut avec frénésie jouir de l'heure présente. On demande,

on arrache à la réalité immédiate les avantages qu'elle paraît recéler. On écarte, autant que l'on peut, les problèmes importuns. On espère vaguement pouvoir se tirer des plus graves difficultés au moyen d'un empirisme grossier. Dans ce désordre mental, fruit peut-être inévitable de la guerre, c'est l'idée même de loi qui, par moments, semble s'obscurcir. Pourtant, cette idée est essentielle, aussi bien dans le domaine de la morale que dans celui de la science. Sinon c'est l'arbitraire avec ses incertitudes, ses surprises cruelles et ses mécomptes. L'inestimable mérite de la science, c'est d'accoutumer l'esprit humain à l'idée de loi. Il y a là un agent de moralisation de premier ordre. S'il était vrai que la science dût faire faillite, l'humanité se pervertirait. Notre Académie, dans la mesure de ses forces, a concouru efficacement à maintenir dans notre pays le culte de la pensée et l'amour désintéressé du vrai. Nous avons le droit de conclure de là qu'elle a noblement rempli son rôle et qu'elle s'est montrée digne de l'esprit d'où a procédé son institution.

M. F. Masson, Ministre de la Justice, représentant du Gouvernement, prononce ensuite l'allocution suivante :

Discours de M. MASSON,

Ministre de la Justice.

Je félicite l'Académie, au nom du Gouvernement, de l'heureux événement qu'elle célèbre aujourd'hui et je lui fais compliment d'avoir gardé, dans cette remarquable longévité, une vitalité pleine de promesses.

Elle a un très beau passé.

Elle a contribué à l'admirable renaissance qui s'est produite dans notre pays avec l'essor des libertés conquises en 1830; elle a accueilli les artistes, les écrivains et les savants dont le

talent allait faire sortir la nation de l'obscurité et du marasme dans lesquels elle avait végété pendant plus d'un siècle; ses annales sont remplies de leurs travaux; elles attestent que nul domaine de la science ne leur est resté étranger, et nos musées montrent avec quel éclat l'École de peinture belge renouait les traditions d'une époque incomparable.

Ce fut surtout après le centenaire dont votre Président vient de rappeler la solennité que l'épanouissement de la vie intellectuelle devint magnifique : dans l'histoire, dans les sciences, aussi bien que dans les lettres, dans la sculpture autant que dans la peinture, dans la musique enfin, on vit éclore des œuvres originales et puissantes, portant toutes les marques du pays natal, révélant une richesse de fond et une nouveauté de forme qui sont comme les traits distinctifs de notre race.

Aussi, ne faut-il pas s'étonner si, au moment où éclata la guerre, on se prit de toutes parts de sympathie pour nous, et si l'on réprouva la coupable agression.

Sans doute, il y avait des causes multiples dans le mouvement d'indignation qui souleva les peuples qui prirent parti pour nous; avant tout il faut y voir, et ce sera l'éternel honneur de notre temps et la sanction la plus durable de la guerre, le frémissement du sentiment de justice devant le droit outragé; ensuite, nous pouvons le dire sans fausse modestie, l'admiration qu'inspira l'intrépide témérité de notre petite armée devant la plus redoutable puissance militaire qu'on vît jamais; enfin, l'approbation du sacrifice consenti spontanément par la nation tout entière, pour le respect de la parole donnée.

Mais nous avons le droit de penser que la solidarité des concours qui nous ont soutenus ou encouragés eût été moins générale et moins profonde, si nous n'avions pas occupé dans le monde le rang qu'une pléiade de savants, de poètes et d'artistes nous avait conquis.

C'est à maintenir le prestige de cette élite que l'Académie doit s'appliquer; elle doit entretenir le feu sacré qui a embrasé

tant de belles intelligences, et faire rayonner, au delà de nos frontières, l'éclat de leur œuvre.

Je voudrais, pour finir, exprimer un vœu :

Je me demande s'il y a, entre le public et l'Académie, un contact suffisant; si ses portes ne sont pas trop hermétiquement closes; si les communications, les études, les délibérations qui se produisent ici ne gagneraient pas à se vulgariser davantage.

L'Académie n'est pas assez connue chez nous, et je ne crois pas me tromper en disant qu'elle est peut-être plus appréciée à l'étranger.

Je ne méconnais pas la difficulté de toute tentative d'expansion. L'Académie, aussi bien le mot que l'institution, a un aspect de gravité peu attirant; il faut faire effort, s'imposer quelque peine pour suivre ses travaux.

Je suis frappé cependant du succès de la publicité de ses pareilles dans certain pays voisin. En France, l'Académie est très répandue; le compte rendu de ses séances paraît dans tous les grands journaux; les rapports et les communications des savants y occupent autant de place que les sujets littéraires; la réputation des hommes de science y atteint une notoriété égale à celle des écrivains.

Je m'excuse de m'être aventuré sur ce domaine qui m'est peu familier, j'en conviens, et d'avoir hasardé une suggestion peu conforme sans doute à des traditions séculaires.

Je vous prie de n'y voir, Messieurs, qu'une forme de l'attachement et de l'admiration que j'éprouve pour votre institution.

La parole est ensuite accordée à Mgr Alfr. Baudrillard.

Discours de Mgr A. BAUDRILLART,

de l'Académie française,
Président de l'Institut de France.

SIRE,
MESDAMES,
MESSIEURS,

Vous trouverez bon, je n'en saurais douter, qu'au moment où je me lève pour vous présenter le confraternel hommage de l'Institut de France, j'évoque le souvenir de l'illustre homme d'État, ancien président de notre République, qui avait réclamé le privilège d'être auprès de vous l'interprète particulier de l'Académie française, et que la mort vient de nous ravir.

Un tel honneur n'était-il pas dû à celui qui, par sa naissance, était votre compatriote en même temps que le nôtre, à l'enfant *franco-belge*, comme s'était plu à l'appeler Victor Hugo, au fils de cet Émile Deschanel qui, dans votre hospitalière et glorieuse capitale, avait écrit une page brillante entre toutes des relations intellectuelles de la France et de la Belgique?

Jamais M. Paul Deschanel n'avait perdu le souvenir de ses origines; volontiers, il associait la noble Belgique au culte touchant qu'il professait pour son père. Quels accents sa magnifique éloquence, en un jour comme celui-ci, aurait su trouver pour célébrer la culture qui nous est commune et que nos deux peuples ont contribué à sauver!

Cette éloquence, je ne l'ai pas; mais les événements qui ont scellé l'alliance de nos deux pays ont fait de nous tous en quelque façon des Franco-Belges; les sentiments qui sont au fond de nos cœurs sauront trouver, pour s'exprimer, un chemin sans doute moins fleuri, mais aussi sûr.

L'histoire rapporte avec une admiration que les siècles n'affaiblissent pas les délibérations de certaines assemblées, — tel le Sénat romain, — qui, sous le regard d'un ennemi momentanément vainqueur, traitèrent avec sérénité les affaires accoutumées, ou abordèrent, dans le calme d'esprits maîtres d'eux-mêmes, les plus hautes spéculations. Ce spectacle, Messieurs, vous l'avez donné.

Le 20 août 1914, le pas lourd de l'Allemand résonnait sur le pavé de vos rues. Au mépris de la Convention de La Haye, le Palais des Académies était envahi, saccagé et bientôt transformé en lazaret. Si votre bibliothèque, plus heureuse que celle de Louvain, ne devenait pas la proie de flammes volontairement déchaînées, elle était dispersée; vos archives étaient en partie détruites, en partie volées; vos plus précieuses collections livrées au pillage, vos meubles brisés; vos œuvres d'art mutilées. Obligés d'abandonner le traditionnel et pacifique asile de vos travaux, vous vous réunissiez, les uns à la Bibliothèque royale de Bruxelles, et les autres à Gand. Plutôt que de vous soumettre au joug injurieux de la censure allemande, vous interrompiez vos publications; mais, en dépit d'une police qui vous surveillait de près, vous poursuiviez le cours de vos séances : longtemps, vous avez délibéré sur le rôle des Académies.

Ah! j'imagine aisément, Messieurs, les pensées qui ont agité vos esprits, les sentiments qui sont sortis bouillonnants de vos cœurs, les graves et brûlantes paroles que vos lèvres ont proférées, en ces heures dramatiques où l'on vous arrachait les Paul Frédéric et les Henri Pirenne, pour les déporter loin de leur famille et de leur patrie.

Le rôle des Académies! Comme il dut vous apparaître dans toute son amplitude et dans toute la splendeur de son élévation! Rôle intellectuel, rôle national, rôle international. A quel examen de conscience vous vous êtes sans doute livrés à la lumière tragique d'aussi douloureux événements! Cet examen,

oserai-je le refaire devant vous, moi qui n'appartiens pas à votre nation, mais qui parle ici au nom de vos alliés, de vos amis? Eh bien, oui! Et ce sera pour votre honneur.

* * *

Rôle intellectuel! Le premier but de toute Académie, n'est-ce pas le progrès des esprits par le rapprochement, la mise à l'honneur, la collaboration effective des hommes qui, dans une nation, cultivent avec le plus de succès les sciences, les lettres et les arts? Ce progrès des esprits, il est vrai, chaque temps le conçoit un peu à sa manière.

Au moment où naissait votre Académie, avec l'espoir de tirer les provinces qui constituaient alors les Pays-Bas autrichiens de la torpeur intellectuelle que leur avaient assez vertement reprochée des écrivains français tels que Jean-Baptiste Rousseau, l'abbé Prévost, Voltaire lui-même, s'achevait la grande entreprise poursuivie dans notre pays par une société qui se disait « Société des gens de lettres », mais qui intitulait son œuvre: *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et métiers :* l'encyclopédie dont l'esprit et les doctrines devaient, en 1795, présider à la réorganisation de nos propres Académies devenues les classes de l'Institut de France.

Faut-il croire que, même en ces provinces fidèlement attachées à la foi catholique, quelque chose de la pensée des Encyclopédistes ait exercé son influence sur les origines de votre savante Compagnie? Oui, me semble-t-il, puisque, dans le rapport par lequel le prince de Kaunitz, chancelier de l'Impératrice Marie-Thérèse, réclamait l'institution de la « Société littéraire » qui deviendra bientôt l'Académie, il avait soin de spécifier qu'en dépit de son nom elle embrasserait tous les objets de la science « pour éviter, disait-il, l'inconvénient où sont tombées tant d'Académies de Belles-Lettres en Italie, qui, au lieu d'éclairer et instruire la Nation, lui ont imprimé un esprit de bagatelle et de frivolité, si nuisible au progrès de la raison ».

Éclairer et instruire la nation, favoriser les progrès de la raison, voilà bien le dessein avéré, déclaré.

Ce dessein, Messieurs, votre Compagnie, plus ou moins selon les époques, mais finalement dans sa plénitude, a eu la gloire de le réaliser.

J'en trouve les preuves évidentes dans ce livre, où, avec une admirable modestie, mais avec la rigueur d'un procès-verbal, vous venez de retracer l'œuvre de l'Académie royale de Belgique, depuis sa fondation jusqu'en 1922.

Si, pendant les vingt ans qui précédèrent l'occupation des Pays-Bas par les armées de la Révolution, les plus grands noms de votre Académie sont ceux des étrangers qu'elle avait adoptés, il n'en est pas moins vrai que dans l'histoire de ses travaux tient toute celle des lettres et des sciences de ce qui est aujourd'hui la Belgique. Ne fallait-il pas refaire l'éducation du pays, provoquer l'émulation, féconder les esprits?

Cette œuvre préalable s'accomplit. Lorsqu'en 1816, après la constitution du royaume des Pays-Bas, l'Académie de Bruxelles fut rappelée à la vie, des éléments indigènes suffirent à la composer; je me garde cependant d'oublier qu'un peu plus de la moitié de ses membres appartenait aux provinces septentrionales, aux Pays-Bas hollandais. Comme à l'époque, si magnifique dans vos annales, du XV^e^ au XVII^e^ siècle, l'Europe vit avec joie votre pays entrer dans le courant qui l'emportait presque tout entière vers un large et fécond renouveau des lettres, des sciences et des beaux-arts. Vos savants eurent leur part des grandes découvertes; vos écrivains, vos philosophes, vos historiens, vos juristes, vos économistes exercèrent leur influence sur le mouvement général des esprits; vos artistes attirèrent une fois de plus les regards des hommes sur ce coin de l'univers marqué dans l'histoire de l'art d'un signe privilégié. Et ce fut vrai surtout après 1830, lorsque l'indépendance politique eut donné tout son essor à votre génie.

Presque tous les grands noms de votre histoire intellectuelle, nous les trouvons inscrits sur les listes de vos sections.

Quelle splendide revue vous avez pu passer dans ces séances du 28 et du 29 mai 1872, où, en présence du Roi et des délégués des principales académies étrangères, sous la présidence de l'illustre d'Omalius d'Halloy, le fondateur de la science géologique belge, vous avez célébré votre premier centenaire!

Avec quelle justice, deux années plus tard, vous rendiez hommage au grand mathématicien Quetelet, votre secrétaire perpétuel, qui, pendant près d'un demi-siècle, sous vingt-deux présidents et quatre-vingt-sept directeurs différents, avait incarné l'esprit et l'activité de votre Académie!

Votre statut s'était précisé et complété; vos sections s'étaient organisées; vous aviez enrichi l'établissement premier d'institutions annexes qui multipliaient ses moyens d'action.

Suivant l'exemple du baron Stassart et considérant « qu'une des plus importantes occupations de toute Académie est de favoriser l'exécution de travaux originaux et de récompenser les meilleurs d'entre eux », vous aviez provoqué des concours et fondé des prix.

Vous-mêmes, vous aviez publié des textes historiques et littéraires; telles de vos éditions, celles, par exemple, que dirigea Kervyn de Lettenhove, ont conquis une renommée universelle.

Bref, de toutes manières, vous avez contribué à encourager et à orienter l'activité intellectuelle, morale, artistique de votre nation, répondant aux vœux de vos fondateurs.

Voilà, Messieurs, le premier témoignage que vous pouviez vous rendre, tandis que les Allemands occupaient votre capitale. Et maintenant que, grâce à nos efforts communs, ils sont partis, vous voulez que la renaissance de la Belgique ne soit pas seulement une reconstitution matérielle, mais que le noble effort moral qu'elle a soutenu soit le prélude d'une renaissance spirituelle à laquelle il vous sera donner de présider.

* * *

Rôle national, ai-je dit en second lieu. C'est le propre d'une Académie digne de ce nom de travailler à l'unité de la nation, en lui donnant sa base fondamentale, un esprit et une âme. Voyez les grands pétrisseurs de la nation française, les maîtres-ouvriers de notre unité, les Richelieu, les Colbert, comme ils ont voulu les Académies, comme ils ont tenu à rassembler sous leur main toutes les manifestations de la vie de l'esprit! Relisez l'histoire du XIXe siècle; cherchez à l'origine de toutes les nationalités renaissantes dont, après tant de luttes, l'indépendance vient d'être proclamée; toujours vous rencontrerez une société littéraire, une académie.

La vôtre n'était encore qu'une aimable adolescente de dix-huit ans, et déjà elle souscrivait pour acheter des canons aux troupes brabançonnes soulevées contre l'Autriche.

Et sans doute est-ce pour ce motif que Napoléon ne tolérait pas, dans les parties reculées et nouvellement annexées de l'Empire, des groupements autonomes capables d'agir sur l'opinion ; à quoi votre Académie dut de ne renaître qu'en 1816.

Il avait fallu l'indépendance de la nation pour que l'Académie prît son plein développement; mais à son tour l'Académie fortifia cette indépendance qu'elle célébra patriotiquement lors des fêtes du Cinquantenaire. De toutes ses forces, elle combattit les actes qu'elle tenait pour préjudiciables à l'unité de la patrie.

Ne craignez pas, Messieurs, qu'étranger je me permette de toucher à la grave question linguistique qui partage les meilleurs citoyens de votre pays. Me serait-il cependant défendu de rappeler discrètement les énergiques protestations que fit entendre, en 1888, votre Classe des Lettres, lorsque la constitution officielle, à Gand, d'une Académie de langue et de littérature flamandes lui apparut comme une sorte de démembrement moral? Mesure qui devait avoir et qui a eu récemment comme

contre-partie la création, à laquelle vous avez spontanément consenti, d'une Académie indépendante pour les littérateurs de langue française. A cette jeune sœur, l'Académie française a déjà témoigné sa vive sympathie.

Vous aviez, Messieurs, dans les jours ordinaires, noblement rempli votre tâche patriotique. Les jours extraordinaires allaient venir, ceux qui exigent de tous les plus rigoureux sacrifices et réclament des plus humbles, comme des plus grands, l'héroïsme de la vertu.

Heureuse Belgique! heureuse jusque dans ses tourments et dans ses deuils! car elle a trouvé ses dirigeants à la hauteur de ces jours d'héroïsme.

Un Roi magnanime qui a mis au-dessus de tout l'honneur et le devoir, prenant pour sa part toutes les responsabilités, tous les courages, toutes les souffrances. Une Reine généreuse et vaillante qui, refoulant d'intimes sentiments, s'est identifiée avec la patrie que par son mariage elle avait adoptée, adoptant du même coup toutes ses douleurs et tous ses espoirs.

Des ministres capables d'entrer dans l'esprit de leurs souverains, d'éclairer, de fortifier, d'exécuter leurs résolutions.

Des évêques, dignes soutiens de l'esprit public, consolateurs des affligés, gardiens et vengeurs de la morale, et, parmi eux, le grand cardinal en qui le monde entier a acclamé la voix sublime de la conscience catholique rappelant à l'envahisseur présent et menaçant les droits éternels de la justice et de l'humanité.

Parmi ces dirigeants, vous étiez, Messieurs, et vous n'avez pas failli à votre devoir. En deux circonstances surtout, vous avez dû parler et vous avez parlé très haut, en dépit de tous les risques. Lorsque l'autorité allemande, avide de détruire votre unité nationale, prononça la séparation administrative du pays flamand et du pays wallon, par une déclaration solennelle du 20 juin 1917, vous fîtes connaître à la Belgique que vous ne reconnaissiez ni cette séparation, ni le ministère flamand consti-

tué par l'ennemi. Vous avez refusé de répondre à la correspondance qui émanait de lui, et vous fûtes suivis par les plus modestes fonctionnaires de vos services; privés de leurs traitements, ils furent sauvés de la misère par les généreuses avances d'un grand citoyen.

Ah! Messieurs, quelle involontaire, mais quelle prophétique inspiration dans ce considérant d'un jugement porté contre une des plus nobles filles de votre pays par un tribunal militaire allemand : « L'accusée est atteinte d'une folie particulière, *la folie de l'héroïsme* ». Folie de l'héroïsme, oui; comme les Saints disent : Folie de la Croix!

Et ces deux folies font accomplir à l'humanité les actes les plus sublimes dans l'ordre d'une sagesse et d'une moralité supérieures.

Une autre fois, Messieurs, les trente et un membres de votre Académie présents à Bruxelles adressèrent au gouverneur général une protestation indignée contre l'abominable mesure qui déportait à l'étranger les travailleurs belges coupables de ne pas se prêter aux exigences illégitimes de l'envahisseur.

Lorsqu'au début de janvier 1919, la vie académique reprit son cours ordinaire dans votre patrie libérée, vous pouviez vous présenter la tête haute. Avec quel accent le directeur de chacune de vos classes, dans la séance inaugurale, flétrit la conduite de l'ennemi, glorifia l'armée belge, et rendit hommage aux gracieux souverains qui avaient été à l'Yser!

* * *

Rôle international enfin!

S'ouvrir pour recevoir, s'ouvrir pour agir au dehors, c'est la loi de toute nation que quelque fatalité congénitale ne condamne pas à vivre dans un stérile isolement. Cette intercommunication des peuples se fait de diverses manières, dont la plus brutale et heureusement la moins continue est l'invasion.

La plus haute est celle qui s'exerce dans l'ordre intellectuel par l'échange des idées et, dans cet ordre, la part des corps savants est naturellement, sinon toujours prépondérante, du moins considérable.

Faire rayonner l'influence d'un pays, s'éclairer soi-même de la lumière des autres, participer ainsi à une culture commune dont on devient l'agent, tenir sa place dans l'organisation intellectuelle du monde civilisé, n'est-ce pas l'un des plus utiles et des plus attrayants aspects de la mission des Académies ?

En tous temps, la vôtre a paru pénétrée de cette idée. Plus elle s'est développée, plus son propre prestige a grandi, plus elle a étendu ses relations avec les corporations scientifiques étrangères.

Au mois d'avril 1900, par vos deux Classes des sciences et des lettres, vous adhériez à l'Association internationale des Académies. C'est chez vous que se constituaient au lendemain de la guerre, mais en dehors de la collaboration des Empires centraux, le *Conseil international de recherches scientifiques* et l'*Union académique internationale pour les sciences historiques, archéologiques, philologiques, morales, politiques et sociales.* Bruxelles devenait le centre de ces deux institutions; et l'un des vôtres était appelé à la présidence de la seconde.

Toujours vous avez tenu à honneur d'admettre dans vos rangs les savants les plus renommés des autres nations. Fondée à une époque où votre pays était uni à la couronne autrichienne, au point de jonction de la culture germanique et de la culture française, il était naturel que vous fissiez assez large la place des savants d'origine allemande, et vous l'avez faite. Pourquoi faut-il que la culture germanique se soit elle-même, par les excès qu'elle a encouragés, exclue pour un temps de la civilisation qui nous rapproche les uns des autres, exclusion que vous avez ratifiée en rayant de vos listes, comme nous l'avons fait nous aussi, ces intellectuels Allemands, dont plusieurs avaient signé le trop fameux manifeste où étaient impudemment niés

les méfaits les plus avérés de leur patrie, où la vôtre était si odieusement calomniée?

Avec la France, vos relations n'ont jamais cessé d'être fraternelles. Parmi les premiers initiateurs de votre Académie, nous aimons à relever le nom d'un professeur strasbourgeois, Schoepflin, historiographe de Louis XV. En 1922, comme en 1772, les plus illustres des nôtres siègent dans vos rangs; trente des vôtres appartiennent, comme associés ou correspondants, aux quatre classes de notre Institut, qui ne se ferment pas aux étrangers.

De quelle mémoire parisienne serait sortie l'émouvante journée où, pour y être solennellement reçu, franchit le seuil du palais Mazarin, « celui qui, — j'emprunte les paroles du regretté philosophe Boutroux, — armé de sa seule droiture, de la pureté de cœur et de la charité évangélique, avait fait mettre la force à genoux », S. Ém. le Cardinal Mercier?

La langue française fut toujours la langue usuelle de votre Académie et vous vous en êtes faits les ardents protagonistes. L'un d'entre vous, M. le baron Descamps, au jour où il prit séance en notre Académie des sciences morales et politiques, y renouvela le célèbre manifeste de Joachim du Bellay, *Deffence et illustration de la langue française,* célébrant avec autant de poésie que de savoir, « ce monument étincelant de lumière qui projette au loin le rayonnement de sa splendeur ». A Henri Pirenne, l'Académie française a décerné le grand prix de la langue française.

Ainsi, Messieurs, vous vous êtes rangés parmi les tenants de cet esprit latin, modifié et enrichi par des influences diverses, que l'on désigne volontiers aujourd'hui sous le nom d'esprit occidental.

Qu'est-ce à dire? C'est l'esprit de « l'immortelle dépositaire de la tradition politique, littéraire, religieuse du monde », de cette Rome qui, devenue chrétienne, avait résumé en elle la civilisation grecque, la civilisation latine et celle de l'Orient,

éclairée elle-même des lueurs divines projetées sur le monde par les prophètes d'Israël et par le Fils de Dieu fait homme. C'est cette Rome qui a procédé à l'éducation de ces peuples d'Occident qu'on a longtemps appelés Latins et qui, pénétrés de la loi, de la foi, de la langue latines, ont mis partout leur empreinte ineffaçable. Les Germains eux-mêmes, notre Ozanam l'a démontré en un livre célèbre, sans le christianisme, venu par Rome, fussent demeurés des barbares; il a raison de l'affirmer, en ce sens, toute la civilisation est romaine (1). Sur ce fond romain, classique et chrétien, les nations modernes de notre Occident, conquérantes à leur tour de la plus grande partie de la terre, ont bâti, en l'ornant chacune à leur manière et en le complétant par un apport personnel et nouveau, le splendide et précieux monument que nos héros et les vôtres ont sauvé au prix de leurs sacrifices et de leur sang.

* * *

Tel est, Messieurs, le spectacle que vous pouviez contempler lorsqu'aux heures de la guerre vous réfléchissiez ensemble au rôle des Académies. Ce spectacle avait de quoi réchauffer vos espérances et vous réconforter dans la lutte.

Il nous a réconforté nous aussi; et nous nous sentons honoré d'avoir été choisis pour vous offrir le tribut de sympathie et d'admiration des Académies étrangères, celles qui composent l'Institut de France et, dans la mesure où elles veulent bien m'autoriser à être leur interprète, celles des autres pays alliés.

En saluant l'illustre corps qui représente si noblement sa vie intellectuelle, nous saluons la Belgique elle-même.

---

(1) Frédéric Ozanam, *Études germaniques*.

Nous avons marché la main dans la main; nos peuples ont souffert et saigné ensemble; notre union doit survivre à la guerre.

Si parfois telles combinaisons politiques, comme naguère telles avances victorieuses de l'ennemi, jettent le doute et l'angoisse dans nos cœurs, rappelons-nous qu'en 1922, comme en 1914, nous avons un allié puissant, celui avec qui, tôt ou tard, tous doivent compter; cet allié, c'est la loi morale elle-même dans sa majesté et dans sa rigueur vengeresse.

« Quoi qu'on en puisse dire, écrivait récemment un des grands vainqueurs de la guerre (1), les relations des nations entre elles doivent reposer sur les notions de haute morale qui, à travers les âges, ont longuement et largement prouvé leur action bienfaisante. »

Du respect de ces notions dépendent, aujourd'hui comme hier, et dépendront encore dans l'avenir la vie et le progrès des sociétés civilisées.

Puissent ceux-là mêmes qui furent nos ennemis ouvrir leurs yeux à la lumière et se rappeler avec nous la parole de l'écrivain sacré : « C'est par la justice qu'une nation s'élève; le péché rend les peuples misérables (2). »

Alors, ils reprendront la place que la Providence leur a réservée dans l'œuvre commune de la civilisation, cette œuvre, Messieurs, à laquelle vous n'avez jamais cessé de travailler, parce que vous n'avez jamais perdu de vue l'idéal raisonnable et chrétien du Beau, du Bien et du Vrai.

---

(1) Le général de Castelnau.
(2) Prov. XIV. 34.

Le second discours, au nom des délégués étrangers, fut prononcé par le général-major sir William-B. Leishman :

Discours du Major Général Sir William-B. LEISHMAN,

Vice-Président de la Royal Society de Londres.

Tout d'abord, je vous demanderai de bien vouloir excuser ma connaissance très imparfaite de la langue française. Cela je l'ai toujours regretté, mais jamais autant qu'en ce moment où je voudrais être capable de vous exprimer, en cette occasion importante et en termes appropriés, nos félicitations et nos sentiments d'estime.

Le professeur Lamb et moi avons été chargés de l'agréable tâche de transmettre à l'Académie royale de Belgique les chaleureux sentiments d'amitié et d'admiration du président, du Conseil et des membres de la Société Royale de Londres.

La Société Royale a l'honneur de compter parmi ses membres des associés de votre Académie et, d'autre part, se trouve hautement honorée d'avoir eu parmi ses membres étrangers des académiciens belges renommés. Mais, en outre, elle se félicite de l'occasion de pouvoir resserrer ces liens d'amitié. La Société Royale de Londres se rappelle avec grand plaisir l'occasion de son propre deux cent cinquantième anniversaire, en 1912, lorsque l'Académie royale de Belgique fut assez bonne pour nous envoyer, comme délégués, ses membres distingués MM. de Hemptinne et Dollo.

Mais je sens encore plus l'insuffisance de mon langage par le fait que vous m'avez demandé de répondre non seulement au nom de la Société Royale, mais aussi au nom des délégués des autres Académies étrangères et Sociétés savantes. La liste des délégués et des Sociétés distinguées qu'ils représentent vous

prouvera par elle seule, je pense, combien répandu était le désir de ces Sociétés savantes de vous démontrer la chaude sympathie qu'elles éprouvent envers l'Académie royale de Belgique et leur volonté de vous faire honneur en cette occasion en envoyant comme représentants des hommes si éminents dans leurs branches respectives des sciences, des beaux-arts et des belles-lettres. Je suis sûr de parler pour elles aussi bien que pour la Société que je représente en vous offrant à vous, Monsieur le Président, et à vos Membres et Correspondants, nos plus cordiales félicitations à l'ocasion de votre cent cinquantième anniversaire et notre sincère désir de voir l'Académie que vous présidez continuer à grandir en renom et en influence dans les années qui vont s'écouler.

J'ai lu avec le plus grand intérêt l'admirable histoire de l'Académie qui vient d'être publiée récemment par votre distingué secrétaire perpétuel, M. Pelseneer. C'est un compte rendu du développement progressif de l'Académie royale à travers bien des difficultés et bien des interruptions jusqu'à sa haute position actuelle. On ne peut pas lire ces pages éloquentes sans éprouver pour vous une grande sympathie dans ces difficultés, surtout dans celles que vous avez eues pendant les cruelles années de l'occupation étrangère, et un sentiment d'admiration pour le beau courage et l'énergie qui vous ont rendus capables de les surmonter et de rétablir l'Académie sur des bases solides.

Le lecteur sera particulièrement frappé par l'admirable principe, qui se manifeste constamment à travers votre histoire, de mettre le travail de l'Académie en relations aussi étroites que possible avec la vie nationale. Rien n'est plus certain que plus étroites seront ces relations, mieux cela vaudra, à la fois pour votre progrès et pour celui de votre pays.

Comme vous savez, la Société Royale de Londres est une Académie des Sciences seulement; aussi est-il naturel que je pense principalement à votre Classe des Sciences, et particulièrement à cette branche de la science biologique à laquelle j'ai

travaillé moi-même : bactériologie et pathologie des maladies des pays chauds. Dans ces deux voies la science belge tient une place des plus honorables. Son travail est connu et apprécié dans le monde entier. Permettez-moi de noter en particulier que l'un de vos académiciens dans votre Classe est M. Bordet. Nous sommes fiers du fait que M. Bordet soit membre étranger de la Société Royale ; car il n'y a pas d'autre bactériologiste au monde en ce moment dont le travail soit tenu en plus haute estime que le sien.

Permettez-moi de vous remercier pour la si cordiale bienvenue que vous avez souhaitée aux délégués étrangers, qui, tous, unanimement, vous offrent leurs félicitations en cet important anniversaire et vous souhaitent toute la prospérité possible pour l'avenir.

Laissez-moi ajouter, en terminant, que, personnellement, j'ai un plaisir infini à me retrouver une fois de plus en compagnie de mes camarades belges, avec qui nous avons combattu pour la bonne cause côte à côte, et desquels je conserve tant d'agréables souvenirs relatifs à la dernière guerre.

Énumération des Académies et Sociétés étrangères représentées par des délégués ou ayant fait parvenir une adresse de félicitations.

Quarante-huit Académies ou Sociétés étrangères, appartenant à dix-sept nations différentes, se sont fait représenter à la célébration du 150e anniversaire de l'Académie royale de Belgique par quatre-vingt-un délégués, dont dix-huit sont membres associés de notre Compagnie ; à eux se sont joints six autres associés non spécialement délégués. C'est-à-dire qu'à l'appel de l'Académie ont répondu quatre-vingt-sept personnalités étran-

gères comptant parmi les artistes, les lettrés et les savants les plus distingués de ces divers pays; ce sont :

D'**Amérique**, et spécialement pour les États-Unis, six délégués, de

L'Académie nationale des sciences, Washington;
L'Académie américaine des arts et des sciences de Boston;
L'Académie américaine des arts et des lettres de New-York;
L'Académie des sciences de New-York.

D'**Asie**, et spécialement pour l'Inde, deux délégués de la Société asiatique du Bengale, à Calcutta, et, pour le Japon, quatre délégués de l'Académie impériale du Japon, à Tokyo.

D'**Europe**, pour le Danemark, deux délégués de l'Académie royale des sciences de Copenhague;

Pour l'Espagne, quatre délégués de
L'Académie royale des sciences exactes, physiques et naturelles, de Madrid;
L'Académie royale d'histoire de Madrid;
L'Institut d'études catalanes, Barcelone.

Pour la France, trente délégués accompagnés de cinq associés français de l'Académie.

Parmi ces trente-cinq représentants de la République française, dix-neuf appartiennent à l'Institut de France, soit à
L'Académie française;
L'Académie des inscriptions et belles-lettres;
L'Académie des sciences;
L'Académie des beaux-arts;
L'Académie des sciences morales et politiques.
Les autres délégués français représentent
La Société nationale des Antiquaires de France;
La Société de Biologie;

La Société géologique de France;
La Société chimique de France;
L'Académie des sciences, lettres et arts d'Arras;
L'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Bordeaux;
La Société nationale des sciences de Lille.

Pour la Grande-Bretagne, quatorze délégués, accompagnés d'un associé britannique de l'Académie de Belgique, et représentant :
La Société royale de Londres;
La Société royale d'Edinburgh;
L'Académie britannique;
L'Académie royale des arts;
La Société littéraire et philosophique de Cambridge;
La Société géologique;
La Société royale géographique;
La Société zoologique de Londres;
L'Institut royal des Architectes britanniques;
La Société chimique;
La Société royale historique.

Pour la Grèce, trois délégués du groupement académique-universitaire d'Athènes;

Pour l'Italie, quatre délégués de
L'Académie royale des Lincei de Rome;
L'Institut royal lombard des sciences, lettres et arts de Milan;
L'Académie royale des sciences de Turin.

Pour le Grand-Duché de Luxembourg : un délégué de l'Institut grand-ducal de Luxembourg.

Pour la Norvège, un délégué de
L'Académie des sciences de Christiania.

Pour les Pays-Bas, quatre délégués de
L'Académie des sciences d'Amsterdam;
La Société des sciences de Haarlem.

Pour la Pologne, trois délégués de
L'Académie polonaise des sciences et des lettres de Cracovie;
La Société des sciences de Varsovie.

Pour le Portugal, un délégué de
L'Académie des sciences de Lisbonne.

Pour le royaume des Serbes, Croates et Slovènes, deux délégués de
L'Académie yougoslave de Zagreb;
L'Académie royale serbe de Belgrade.

Pour la Suède, un délégué de
L'Académie royale suédoise des sciences de Stockholm.

Pour la Suisse, un délégué de
La Société helvétique des sciences naturelles à Berne.

*
* *

Dix-huit autres Académies et Sociétés étrangères n'ont pu envoyer un délégué à cette solennité, mais ont fait parvenir à l'Académie royale de Belgique une adresse ou un télégramme de félicitations (1); ce sont :

D'**Amérique**, pour les États-Unis :
L'Académie des arts et des sciences du Connecticut, à *New-Haven*.

D'**Asie**, l'Académie arabe de Damas.

(1) Voir ces adresses à la fin du présent compte rendu, avec celles de plusieurs Académies et Sociétés belges.

D'**Australie,** la Société royale de l'Australie du Sud, à *Adélaïde;*

La Société royale du Queensland, à *Brisbane;*

L'Institut de la Nouvelle-Zélande, à *Wellington;*

La Société linnéenne de la Nouvelle-Galles du Sud, à *Sydney.*

D'**Europe,** pour la Finlande :

La Société finlandaise des sciences, à *Helsingfors;*

Pour le Royaume-Uni de Grande-Bretagne et d'Irlande :

La Société royale de *Dublin;*

Pour l'Italie :

L'Académie royale des sciences de *Bologne;*

L'Académie des sciences physiques et mathématiques de *Naples;*

L'Institut royal vénitien, à *Venise;*

L'Académie royale des beaux-arts (de Brera), à *Milan;*

Pour les Pays-Bas :

La Société historique d'*Utrecht;*

La Société de littérature néerlandaise de *Leiden;*

La Société des arts et des lettres de *Batavia;*

Pour la Roumanie :

L'Académie roumaine, à *Bucarest;*

Pour la Russie :

L'Académie des sciences de *Petrograd;*

Pour la Suisse :

La Société des Naturalistes de *Zurich.*

Nous constatons ainsi, avec une certaine fierté, qu'en ce jour soixante-six académies ou institutions similaires, appartenant à vingt-quatre États amis, alliés ou neutres, des diverses parties du monde, en même temps qu'elles ont manifesté leurs chaleureuses sympathies pour notre Pays, ont donné un témoignage inoubliable de confraternelle solidarité à l'Académie royale de Belgique.

La parole est accordée ensuite, tour à tour, au représentant de chacune des trois Classes de l'Académie royale.

Discours de M. Auguste LAMEERE,

Directeur de la Classe des sciences.

C'est l'honneur de la Classe des sciences de l'Académie d'avoir conservé le culte de la science pure, délaissant l'art des applications utilitaires : si parfois elle a appelé dans sa compagnie des ingénieurs et des médecins, son choix lui était dicté par les progrès que ces savants avaient fait faire aux mathématiques ou à la physiologie générale.

Fidèles au programme que leur avait tracé Marie-Thérèse, ses membres ont aimé à faire l'étude de l'histoire naturelle du pays; ils ont été à la tête des chercheurs dont l'activité a approfondi la connaissance de notre climat, de notre sol, de notre flore, de notre faune, mais aucun d'entre eux n'a perdu de vue qu'il ne s'agissait là que d'une science de portée restreinte ; ils ont élevé leur ambition plus haut.

Depuis Newton, depuis Lavoisier, depuis Darwin, depuis Pasteur, il y a du nouveau sous le soleil ; à aucune époque de l'histoire de l'humanité la science n'a fait autant de progrès qu'au XIX^e^ siècle, et ces progrès se précipitent de jour en jour encore actuellement. Quelle est la part que les Belges ont prise à cette vertigineuse efflorescence due au libre examen?

La moisson est abondante et d'importance; nous limitant même à ceux des académiciens qui ne sont plus, force nous est de nous borner à choisir dans chacune des différentes sciences ressortissant à la Classe, un seul nom.

Il faut d'abord placer hors cadre Adolphe Quetelet, homme universel, l'âme de l'Académie : il arracha celle-ci à sa vie provinciale et bourgeoise pour lui faire accorder ses lettres de noblesse dans la haute société scientifique internationale.

Mathématicien, astronome, fondateur de notre Observatoire, physicien, météorologiste, biologiste, statisticien de génie, créateur de la sociologie qu'il appelait la physique sociale, et artiste, littérateur et historien, il justifiait, par la multiplicité de ses talents, la prérogative d'appartenir aux trois Classes de l'Académie à titre de secrétaire perpétuel.

Son triomphe comme savant fut l'application du calcul des probabilités aux phénomènes biologiques et sociaux. Il fut le premier à démontrer, au grand émoi de ses contemporains, que les phénomènes sociaux obéissent, comme les manifestations physiques, à des lois et non pas au caprice, qu'ils rentrent dans le domaine du déterminisme universel. En biologie, il devança de loin la science actuelle; ses études sur les variations de la taille humaine lui montrèrent que celle-ci oscille autour d'une moyenne tenant le milieu entre un minimum et un maximum et que le diagramme ainsi obtenu est une courbe de probabilité; les biologistes ont fini par découvrir que les fluctuations de tous les organismes de tous les temps sont limitées et qu'elles obéissent à la loi de Quetelet.

Parmi nos mathématiciens, le plus illustre est un géomètre, le général Joseph De Tilly, le philosophe le plus profond que nous ayons peut-être jamais eu. De Tilly créa une géométrie niant le postulatum d'Euclide, sans avoir eu connaissance de celle de Lobatchefski; à lui appartient en propre l'idée de transporter cette hypothèse fructueuse dans le domaine de la mécanique abstraite. Il ne cessa d'approfondir les principes mêmes de la géométrie, et il fut le premier à donner à la géométrie sa place dans la classification hiérarchique des sciences en prouvant qu'elle est la physique mathématique des distances. Il préparait ainsi la voie aux lumineux travaux de Henri Poincaré et aux conceptions d'Einstein.

Avec la géométrie, nous touchons donc à la physique. Ici nous rencontrons le nom d'un expérimentateur hors ligne, Joseph Plateau, professeur à l'Université de Gand. Joseph

Plateau débuta par une thèse dans laquelle il démontrait la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, principe qui lui fit inventer le zootrope, cinématographe de la première heure. Une contemplation trop longue du soleil le rendit aveugle; il montra alors l'héroïsme dont avait fait preuve dans les mêmes circonstances le naturaliste suisse François Huber, l'historien des abeilles, et que devait montrer plus récemment le grand biologiste français Yves Delage : malgré sa cécité, il ne cessa d'imaginer des expériences; il les faisait exécuter par un aide et ses réflexions lui permettaient ensuite d'en poursuivre les conséquences et d'en faire découler des lois. C'est de cette époque que date la série des onze mémoires qui rendirent Joseph Plateau célèbre; il y étudiait d'abord les phénomènes que présente une masse liquide libre soustraite à l'action de la pesanteur; une de ses expériences est universellement connue: c'est celle qui consiste à plonger une sphère d'huile dans un mélange d'eau et d'alcool de même densité et d'animer la sphère d'un mouvement de rotation : on voit alors celle-ci prendre la forme du globe terrestre et détacher de son équateur des satellites qui se mettent à tourner dans le même sens, de manière à nous donner une idée de ce qu'a pu être la formation des planètes dans la théorie de Laplace. Tout aussi importantes sont les recherches expérimentales et théoriques de Joseph Plateau sur les figures d'équilibre des lames liquides, recherches qui ont donné lieu à de nombreux travaux ultérieurs de la part de physiciens et de géomètres et qui constituent une base solide pour la physique moléculaire.

La chimie réclame comme la physique une expérimentation ingénieuse et réfléchie, et elle nécessite un emploi constant de sens affinés joint à une méticulosité poussant l'exactitude jusqu'aux dernières limites du possible. Ces qualités, alliées à une compréhension supérieure des buts de la science, étaient réunies en Jean-Servais Stas, que tout le monde sait avoir découvert la méthode de la recherche des alcaloïdes. Jean Stas, physionomie

admirable de savant doublé d'un homme de caractère, restera une des gloires de la chimie par ses recherches décisives sur les poids atomiques. Il avait été séduit par l'hypothèse de Prout tendant à faire croire que la preuve de l'unité de la matière se trouvait dans le rapport, qui paraissait simple, entre les poids atomiques des éléments et celui de l'hydrogène pris pour unité. De longues et pénibles investigations, auxquelles il dut consacrer la plus grande partie de son patrimoine, vinrent lui fournir la démonstration que les rapports entre les poids atomiques n'avaient pas le moins du monde la simplicité que des analyses hâtives leur avaient à tort attribuée; la preuve de l'unité de la matière se dérobait; Stas se proclamait un vaincu de l'expérience; en réalité, il remportait une double victoire sur l'inconnu. Il fournissait, d'une part, la preuve la plus rigoureuse de l'exactitude de la loi des proportions chimiques de Dalton, et il fixait la valeur des poids atomiques, base de toutes les recherches futures; d'autre part, s'il ne pouvait prévoir la découverte du radium et la dissection des atomes en électrons, il laissait deviner qu'au delà des contreforts escarpés qu'il avait gravis, il devait exister tout un paysage encore inexploré.

De la Section des sciences mathématiques et physiques, passons à celle des sciences naturelles, où nous rencontrons la géologie et les disciplines biologiques.

J.-B. d'Omalius d'Halloy est, à juste titre, considéré comme le fondateur de la géologie belge, mais il est aussi l'un des principaux représentants de la géologie générale. Condrusien infatigable, il part à pied d'Halloy dans toutes les directions, traçant sur le sol de l'Europe de nombreux itinéraires qui sont comme autant de gigantesques fils d'araignée rayonnant autour de son village, en vue d'étudier la répartition et la superposition des roches qui lui sont familières depuis son enfance. Il traça la première grande carte géologique, celle de l'Empire français, et il établit le canevas de la classification générale des terrains; on lui doit aussi le premier traité de géologie. Ce fut un géo-

logue complet, tenant compte à la fois de l'allure des couches, de la constitution des roches et de la distribution des fossiles. d'Omalius d'Halloy avait suivi les cours de Lamarck au Muséum de Paris; croyant sincère, il adopta cependant les idées de son maître, idées auxquelles il resta toujours fidèle; la Belgique peut se glorifier d'avoir possédé l'homme de science que l'histoire du transformisme cite comme ayant été à peu près seul à soutenir la doctrine de l'évolution pendant le demi-siècle qui sépare Lamarck de Darwin.

Nous nous acheminons vers les sciences biologiques.

En botanique, nous avons Leo Errera, professeur à l'Université de Bruxelles, dont les connaissances étaient aussi étendues que profondes. Dans une carrière brillante, trop tôt brisée par la mort, Leo Errera a donné une impulsion vigoureuse à la physiologie végétale, cette science qui est la base de toute la physiologie. Il étudia la physique et la chimie au microscope dans le laboratoire de la cellule; il trouva chez les champignons le glycogène, cet amidon animal que Claude Bernard avait découvert dans le foie des mammifères et qu'on sait aujourd'hui être la substance de réserve hydrocarbonée de tous les animaux; il se servit de la méthode imaginée par Stas pour établir la localisation des alcaloïdes dans les plantes, prouvant que ces poisons, auxquels nous devons quelques-uns de nos remèdes les plus sérieux, s'accumulent dans les parties périphériques, de telle sorte qu'ils peuvent probablement servir de défense contre les herbivores; il fit enfin entrer dans la physiologie les résultats des mémorables expériences de Joseph Plateau sur les lamelles liquides, montrant que la disposition des membranes cellulaires dans les tissus végétaux suit exactement les lois de la tension superficielle : c'était ramener une manifestation biologique à un phénomène purement mécanique.

Et maintenant la zoologie, avec les deux Van Beneden.

Pierre Van Beneden fut pendant plus de cinquante années

professeur à l'Université de Louvain. C'est un des hommes qui ont le plus contribué à établir le bon renom scientifique de notre pays hors frontières. Il fonda à ses frais à Ostende le premier laboratoire de zoologie marine. Il eut le double mérite de comprendre que l'étude approfondie des animaux marins était essentielle pour établir les fondements de la science et que l'embryologie, domaine ignoré de Cuvier, avait une importance primordiale. Son nom est inscrit à presque toutes les pages de l'histoire de la zoologie et particulièrement de nos connaissances sur les parasites; parmi ses nombreuses découvertes, la plus retentissante fut celle de la migration des vers solitaires. Il démontra que la catégorie des vers vésiculeux vivant inertes dans la chair et les viscères et ressemblant à des perles fines, ne sont que les premiers états des vers rubannés fixés dans l'intestin, que ces derniers produisent des œufs et qu'ils n'arrivent à l'état adulte qu'après avoir passé par un autre animal. Ni les vers vésiculeux, ni les vers rubannés ne naissent spontanément des humeurs de leur hôte, comme on l'avait toujours imaginé; Pierre Van Beneden ouvrit ainsi la voie à Pasteur, qui devait définitivement rayer de la science le dogme aristotélicien de la génération spontanée.

Cet éminent zoologiste eut en son fils un élève qui fut non seulement l'un des embryologistes les plus marquants de son époque, mais qui fit encore en biologie générale la plus impressionnante et la plus fructueuse découverte de la fin du XIX^e^ siècle. Entre la carrière d'Édouard Van Beneden, professeur à l'Université de Liége, et celle de son père, deux événements sensationnels se sont produits qui ont modifié de fond en comble la physionomie de la science: l'établissement de la théorie cellulaire par Schwann, et la publication du livre de Darwin. Dans ces temps nouveaux, le fils sera un pionnier comme l'avait été son père jadis. Il cherchera dans l'embryogénie les traces du développement historique de l'organisme humain; il découvrira la clef de l'évolution générale du règne animal permettant de

rattacher entre eux les grands embranchements ; il ouvrira à l'embryologie même des horizons insoupçonnés. Très jeune encore, il se rendit déjà célèbre par le mémoire envoyé en réponse à une question de concours posée par l'Académie, dans lequel il démontrait que l'œuf de tous les animaux est une cellule unique; c'était le prélude de son œuvre de 1883, qui marque un tournant dans l'histoire des sciences biologiques, où il dévoilait ce qu'il y a d'essentiel dans le phénomène mystérieux et passionnant de la fécondation. Il apportait ainsi à l'étude de l'hérédité la base positive qui lui avait manqué jusqu'alors, et il permit à la science d'aborder enfin le problème du mécanisme de l'évolution. Édouard Van Beneden a forgé le plus beau fleuron de la couronne intellectuelle de la Belgique.

Les Van Beneden, Leo Errera, d'Omalius, Jean Stas, Joseph Plateau, De Tilly, Adolphe Quetelet ne sont que les coryphées de notre mouvement scientifique; combien d'autres ont montré aussi de l'originalité, de l'endurance, du désintéressement et ont brillé comme eux dans la réflexion, dans l'observation, dans l'expérimentation! Combien ont estimé avec eux que le savoir est la véritable richesse et qu'il faut chercher le bonheur dans cet idéal, la découverte, pour l'humanité, d'un peu d'inconnu!

Discours de M. PIRENNE,

Membre de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques.

Sire,
Mesdames,
Messieurs,

Les sciences qui ont pour objet l'homme pensant et vivant en société ne diffèrent pas seulement des sciences mathématiques ou des sciences naturelles par la complication extrême des problèmes posés devant elles; elles s'en distinguent aussi par le caractère particulier de leur développement. Les calculs

du géomètre ou les expériences du physicien n'ont aucun rapport avec le milieu social ou national au sein duquel ils s'accomplissent. Au contraire, le philologue, l'historien, le juriste, l'économiste subissent nécessairement l'action de ce milieu. Si, dans une certaine mesure, leur méthode peut y échapper, il n'en va plus de même des points de vue qu'ils adoptent, ni des questions qui les occupent.

En face de l'humanité le savant ne peut prendre l'attitude objective qui est celle du naturaliste en face de la nature, car il lui appartient au même titre que son sujet. Le moment de l'évolution historique auquel il est placé détermine nécessairement le champ de sa vision et la perspective des phénomènes qu'il y découvre. Pour les sciences morales, le progrès consiste moins, semble-t-il, dans l'enchaînement logique des connaissances nouvelles que dans la variété inépuisable des aspects sous lesquels, par suite du mouvement incessant de la vie sociale, celle-ci se présente aux yeux des observateurs qu'elle entraîne dans son cours. Et comme cette vie sociale se manifeste elle-même, suivant les peuples, par une diversité surprenante de nuances et d'intensité, il en résulte que l'histoire des sciences morales ne se peut abstraire de l'histoire même des nations qui les ont pratiquées.

Pour comprendre et apprécier exactement l'activité de la Classe des lettres de l'Académie de Belgique, il faut donc l'envisager dans l'ambiance nationale à laquelle elle appartient.

Au moment où l'Académie fut fondée, en 1772, le pays sortait à peine de la décadence où il était tombé depuis le milieu du XVII[e] siècle. Les guerres incessantes dans lesquelles l'avait entraîné sa fatale union dynastique avec l'Espagne, et dont la fermeture de l'Escaut en 1648 fut la plus terrible conséquence, avaient paralysé dans tous les domaines l'énergie de la nation. L'art et les lettres, qui, sous le règne d'Albert et Isabelle, avaient encore jeté un dernier éclat, ne traînaient plus qu'une existence languissante, confinée dans la tradition ou plutôt

dans les redites et l'imitation. Entre la Hollande et la France, celle-là regorgeant de richesses, celle-ci à l'apogée de la gloire, la Belgique, par sa détresse matérielle et son atonie intellectuelle, faisait office, si l'on peut ainsi dire, de repoussoir.

La guerre de la Succession d'Espagne vint mettre le comble à sa déchéance et à ses malheurs. Elle n'en sortit que pour se voir assigner, par les vainqueurs de Louis XIV, le rôle humiliant et lamentable d'une « barrière » érigée contre la France, et destinée à servir perpétuellement de glacis à la République des Provinces-Unies. Les Habsbourgs, que les traités d'Utrecht venaient de lui assigner comme souverains, se montrèrent tout d'abord aussi incapables que peu désireux de lui venir en aide. Elle se sentait abandonnée par tout le monde, sacrifiée aux intérêts de ses voisins et elle s'accommodait avec résignation d'une situation qui semblait définitive. Mais le jeu des guerres et de la diplomatie, dont elle avait été si longtemps la victime, allait enfin lui donner quelques années de répit.

L'alliance conclue en 1757 par les Cours de Vienne et de Versailles, en assurant la paix dans l'Occident de l'Europe, lui permit de respirer. Et aussitôt, avec une bonne volonté vraiment touchante, elle se remit au travail. Le milieu du XVIII^e^ siècle marque le point où la courbe descendante de son histoire s'arrête, et d'où date un relèvement qui, s'il devait être entravé encore par bien des catastrophes, ne devait plus cesser désormais.

La création de l'Académie se rattache à ce réveil de la Belgique. Son promoteur, le comte de Cobenzl, ministre de Marie-Thérèse à Bruxelles, adepte de ce rationalisme politique que les historiens appellent le « despotisme éclairé », comptait sur elle pour « répandre les lumières », pour frayer la voie au « progrès », bref pour aider le Gouvernement dans la tâche qu'il s'était assignée de moderniser, conformément aux principes de sa philosophie d'État, l'antique constitution des Pays-Bas catholiques.

Mais il était impossible de trouver alors dans le pays des hommes faits pour le rôle qu'il leur destinait. Les idées nouvelles commençaient à peine à s'y introduire et, si timidement qu'elles se manifestassent, elles faisaient scandale. Il fallut se contenter de nommer à l'Académie quelques érudits de bonne volonté, d'âge respectable et qui s'adonnèrent principalement à l'étude des antiquités nationales ainsi qu'à celle de l'économie agricole. Leur action sur l'esprit public ne fut guère pénétrante. Elle se borna à l'organisation de concours qui eurent au moins ce résultat d'éveiller chez quelques esprits la curiosité scientifique et le travail désintéressé, si complètement négligé durant le long engourdissement dont on sortait à peine. Cette première phase de l'histoire de l'Académie dura d'ailleurs trop peu de temps pour qu'on puisse formuler un jugement définitif. Désorganisée dès 1789 par les troubles de la Révolution brabançonne, la Compagnie fut définitivement supprimée en 1794 par l'annexion de la Belgique à la République française.

C'est au milieu d'un monde entièrement transformé qu'elle fut rappelée à l'existence en 1816 par Guillaume I^er^, roi des Pays-Bas. Fut-ce pour donner aux Belges une satisfaction d'amour-propre, fut-ce dans le dessein de renouer par-dessus le régime français une tradition historique de l'Ancien Régime, fut-ce enfin en vue de la faire collaborer à la restauration de l'instruction publique à laquelle son Gouvernement s'attacha dès l'origine, que Guillaume fonda l'Académie royale de Bruxelles? Je ne sais. Il est certain, en tout cas, que cette nouvelle Académie royale apparaît bien comme la continuation de l'ancienne Académie impériale. Sa Classe d'histoire et de littérature ancienne fut recrutée parmi les rares survivants de celle-ci, auxquels on adjoignit les érudits assez clairsemés qui, durant les années tourmentées de la domination française, avaient consacré leurs loisirs à l'étude des lettres ou de l'histoire nationale. Rien de moins novateur que l'esprit qui les animait. C'étaient d'honnêtes antiquaires, instruits, laborieux, modestes

et dont la science comme la méthode avaient quelque chose de suranné et de provincial. Leurs rapports avec les savants hollandais, leurs nouveaux compatriotes, n'allèrent guère au delà de simples rapports de courtoisie. On ne voit pas qu'ils aient cherché à en profiter pour s'initier par leur intermédiaire au mouvement scientifique des pays germaniques, et surtout de l'Allemagne, où s'élaborait alors les nouvelles méthodes qui allaient transformer la critique historique et philologique. Leur point de vue restait en somme celui des érudits du XVIII[e] siècle. Les innovations du Gouvernement royal en matière d'instruction publique les laissèrent indifférents, si même elles ne leur inspirèrent pas certaines inquiétudes. Ils semblent avoir ignoré les universités fondées par l'État à Gand, à Liége et à Louvain. Je ne vois guère qu'un seul professeur, le baron de Reiffenberg, qu'ils aient admis au nombre de leurs membres.

La période hollandaise de l'histoire de l'Académie fut plus courte encore que sa période autrichienne. De même que la Révolution brabançonne avait mis fin à la première, la Révolution belge en 1830 clôtura la seconde. Elle n'apporta cependant aucune transformation dans la constitution de la Compagnie. Celle-ci n'avait pris aucune part à l'agitation révolutionnaire qui vint la surprendre au milieu du calme de ses travaux. On lui en voulut quelque peu tout d'abord, et il paraît bien que pendant un moment son existence fut compromise. Ce mouvement d'humeur n'eut pas de suite; les vainqueurs du jour épargnèrent ou, si l'on veut, ignorèrent l'Académie.

Mais il était impossible qu'elle ne se laissât point gagner par l'enthousiasme patriotique qui entraînait la nation. L'indépendance reconquise donnait une signification toute nouvelle et une importance insoupçonnée aux investigations historiques qui avaient alimenté jusqu'alors le labeur de la plupart des membres de la Classe des lettres. Il se fit en outre que le grand âge de la plupart de ceux-ci au moment où éclata la Révolution amena, durant les années suivantes, un renouvellement presque complet de la Compagnie.

Elle ne manqua pas de s'ouvrir aussitôt à ces jeunes écrivains dont le rôle politique attirait alors tous les regards et apparaissait comme le garant de l'avenir. De Gerlache, Nothomb, van de Weyer, Jules van Praet y introduisirent cet esprit nouveau qui était l'esprit de la Belgique nouvelle. Par eux l'Académie se trouva placée en contact direct avec la nation. Elle avait vécu jusqu'alors un peu confinée et repliée sur elle-même. Elle se sentit désormais associée à la vie du pays; elle prit conscience des devoirs qui s'imposaient à elle; elle voulut se consacrer, dans la sphère de son activité, au service de la patrie et se proposa d'en concentrer dans son sein l'élite intellectuelle. La Classe des lettres, qui jusqu'alors ne s'était guère composée que d'érudits et d'antiquaires, porta désormais son choix, avec un éclectisme généreux, sur tous les hommes dont la réputation faisait honneur au pays, qu'ils fussent historiens, juristes, économistes, ou même romanciers et poètes. On y vit bientôt siéger côte à côte des lyriques pleins de l'optimisme patriotique qui emplissait alors tous les cœurs, comme Weustenraad et van Hasselt, d'anciens constituants ou d'éminents magistrats, comme Leclercq, Defacqz et Faider, des archivistes comme Gachard, des érudits adonnés à la philologie germanique, comme J.-F. Willems et J.-H. Bormans, ou à la philologie romane, comme Auguste Scheler. La Classe ne manqua point de saluer aussi la renaissance des lettres flamandes en appelant dans son sein le plus célèbre de leurs représentants, Henri Conscience.

Au milieu d'un assemblage aussi bigarré, le travail scientifique ne pouvait être entrepris avec quelque méthode. Les tendances et les études des académiciens étaient trop divergentes pour permettre l'élaboration de grands travaux collectifs. Leur activité consistait essentiellement dans la lecture de mémoires sur les sujets les plus variés et dans l'organisation de concours qui eurent les plus heureux résultats sur la vie intellectuelle du pays.

Parmi les membres de la Classe des Lettres les plus nombreux restaient les historiens. Le gouvernement du jeune royaume prenait d'ailleurs un très vif intérêt aux recherches consacrées au passé national.

En 1834, Charles Rogier érigeait, en vue de promouvoir la publication des anciennes chroniques belges, la *Commission royale d'Histoire*. Quoique ce ministre l'eût conçue à la manière du Comité des Travaux historiques que Guizot venait d'ériger à Paris, ce furent pourtant, dès l'origine, des académiciens qui en reçurent la direction et qui lui apportèrent la collaboration la plus active. L'arrêté royal du 1er décembre 1845, qui, tout en lui conservant son autonomie et son budget spécial, la fit « rentrer dans le sein de l'Académie », se borna donc à consacrer une situation déjà existante et qui depuis lors a subsisté sans interruption jusqu'à nos jours. En fait, la Commission royale d'Histoire est la plus ancienne des Commissions spéciales de l'Académie. Elle peut légitimement s'enorgueillir d'avoir répondu aux espérances que l'on avait fondées sur elle. Les cent soixante-dix-huit volumes de ses publications, les quatre-vingt-cinq volumes de son *Bulletin* témoignent honorablement de son labeur. Il faut reconnaître aussi qu'elle eut le bonheur d'avoir pendant trente-cinq ans (1850-1885) comme secrétaire un érudit qui jouit à juste titre d'une réputation européenne : Louis Gachard. On a pu l'appeler sans exagération, un archiviste de génie. Cet infatigable et sagace éditeur de textes a laissé une œuvre vraiment grandiose et aussi indispensable pour la connaissance de l'histoire des Pays-Bas que pour celle de l'Espagne et même à bien des égards pour celle de l'Europe contemporaine de Charles-Quint et de Philippe II.

L'impulsion prise par la Commission d'Histoire pendant cette féconde carrière ne s'est pas ralentie depuis lors. Le champ de ses travaux s'est élargi au fur et à mesure des nécessités scientifiques. Instituée pour mettre au jour les chroniques belges inédites, elle n'a pas tardé à sortir de ce cadre trop étroit et,

tenant compte de l'esprit plutôt que de la lettre de sa Constitution, à s'attacher à l'édition des mémoires, des correspondances, des cartulaires, des documents de toute nature, de toute époque et de toute origine qui peuvent servir à écrire, non seulement l'histoire politique, mais l'histoire économique et l'histoire sociale de la Belgique.

La division de la Classe des Lettres en 1845 en deux sections distinctes, celle d'Histoire et des Lettres et celle des Sciences morales et politiques, évidemment suggérée par l'exemple de l'Institut de France, eut pour résultat d'orienter vers les buts spéciaux qui s'imposaient à elle une activité qui jusqu'alors avait été assez mal précisée. Mais il faut bien reconnaître que la direction générale prise vers cette époque par l'esprit public n'était pas de nature à créer autour de l'Académie une atmosphère favorable. Aux hommes de 1830, dont l'énergie patriotique et l'idéalisme libéral avaient abordé et résolu de si vastes problèmes, commençait à succéder une génération préoccupée avant tout de réalisations pratiques. La neutralité politique imposée au pays par les traités de 1839, en le débarrassant des soucis de la politique extérieure, allait l'accoutumer pour longtemps à se désintéresser des grands intérêts européens et à concentrer tout entière sur elle-même, si l'on peut ainsi dire, la vitalité nationale.

Elle s'absorba désormais presque exclusivement, et en tous cas trop entièrement, dans les soucis du développement économique et des luttes de partis. Épargnés par la formidable secousse qui en 1848 ébranla toute l'Europe, les Belges, beaucoup de Belges tout au moins, se prirent à croire que leur Constitution les avait à tout jamais mis à l'abri des conflits sociaux, qu'ils avaient trouvé et réalisé la forme idéale de l'État moderne, qu'ils n'avaient rien à apprendre de personne et qu'il leur suffisait de s'enrichir sous la protection d'un régime parlementaire amenant alternativement au pouvoir les catholiques et les libéraux. La prodigieuse prospérité du pays empêcha longtemps de

remarquer qu'elle trouvait sa rançon dans l'indigence intellectuelle de la nation. Sans doute, sous l'impulsion de sa vitalité robuste, les arts s'étaient glorieusement réveillés de leur torpeur. La Belgique était aussi fière de ses peintres que de ses fabriques. Elle se consolait facilement, faute de tendresse, de n'avoir à citer, à côté d'eux, ni philosophes ni économistes de premier ordre. Le Gouvernement, en cela d'accord avec l'opinion, ne voyait dans le haut enseignement qu'un luxe inutile. Les universités n'étaient guère que des écoles techniques destinées à préparer à leur profession les avocats, les médecins ou les ingénieurs. Les sciences exactes, plus indépendantes du milieu social, pouvaient encore se développer dans de telles circonstances, mais les sciences de l'homme, les sciences morales en ressentaient fâcheusement l'influence déprimante. On peut le constater jusqu'à l'évidence en jetant un coup d'œil sur ce que fut alors la Classe des Lettres de l'Académie.

Certes, sa bonne volonté demeurait intacte comme son ardeur au travail. On pourrait citer parmi ses membres, de 1845 aux environs de 1880, des érudits laborieux comme Alphonse Wauters, Alexandre Henne ou Kervyn de Lettenhove, des économistes ou des juristes instruits et appliqués, parmi lesquels, à côté de Ducpétiaux et de Thonissen, il faut faire une place privilégiée à François Laurent. De grandes entreprises étaient courageusement abordées. En 1848, on nommait deux Commissions chargées l'une de la publication des anciens monuments de la littérature flamande, l'autre de celle des grands écrivains de la Belgique. Mais ce qui malgré tout faisait défaut, c'était, outre le recrutement assuré des forces scientifiques, la connaissance des méthodes et des problèmes, une certaine puissance créatrice, cette joie de produire enfin et cette faculté d'invention qui, pour s'épanouir, ont besoin de l'excitation du dehors et doivent résulter de l'ambiance sociale.

Tous ceux qui connaissent l'histoire de la Belgique contemporaine savent que le cinquantième anniversaire de l'Indépen-

dance, célébré au milieu d'un sursaut d'enthousiasme en 1880, marque une date dans l'évolution nationale. L'Exposition grandiose qui mit alors sous les regards du peuple ce qu'il avait réalisé en un demi-siècle, lui permit de constater aussi ce qu'il avait négligé de faire. En présence des résultats obtenus et sous l'influence même de la fierté légitime qu'ils en ressentaient, nombreux furent les Belges qui se demandèrent pourquoi l'on n'avait pas fait davantage. D'ailleurs, l'expansion économique du pays posait des problèmes redoutables qui ne pouvaient pas laisser plus longtemps l'opinion indifférente. Brusquement les conflits sociaux se révélaient avec une violence d'autant plus effrayante qu'on les avait plus longtemps négligés.

La création de l'État Indépendant du Congo (1885) imposait à la nation, avec une tâche nouvelle, de nouveaux devoirs. La situation internationale menaçait la confortable neutralité dans laquelle on s'était complu jusqu'alors. Bref, tout portait non seulement à agir, mais à penser, mais à se renouveler. Et l'on se renouvela. C'est aux abords de 1880 que se manifeste une activité intellectuelle dont je n'ai ici qu'à montrer la répercussion qu'elle exerça tout de suite sur l'Académie.

Les Lettres comme les Sciences morales en éprouvèrent en même temps les effets bienfaisants. Ce n'est pas par hasard que l'éclosion d'une littérature nationale est contemporaine du renouveau, que, sous l'influence de Vanderkindere, de Godefroid Kurth, de Paul Fredericq, d'Émile de Laveleye, d'Adolphe Prins, puisque je ne puis citer ici que les morts, manifestèrent bientôt les hautes études d'économie sociale, de politique, de droit, de philologie et d'histoire. Les universités cessèrent d'être les écoles professionnelles qu'elles avaient été, et la Classe des Lettres de l'Académie, en correspondance intime avec elles, s'alimentant de plus en plus dans leur sein, unissant en elles leurs forces les plus vives, put enfin répondre vraiment à sa destination propre et s'adapter mieux qu'elle ne l'avait pu

jusqu'alors au service de la science et du pays. En se transformant dans son esprit, elle s'est aussi transformée dans sa composition. Le caractère un peu hybride qu'elle avait présenté jusqu'alors a pris fin.

Les littérateurs proprement dits auxquels elle avait cru devoir faire place pendant longtemps se sont séparés d'elle. La création de l'Académie flamande, puis plus récemment de l'Académie de langue et de littérature françaises, a nettement circonscrit le domaine de la Classe des Lettres à ces études de philologie, d'histoire, de philosophie, de droit et d'économie dont elle est, si l'on peut ainsi dire, le Conservatoire. Plus que jamais, au milieu de l'époque si angoissante que nous traversons, il importe de veiller avec soin sur ce trésor de civilisation, non seulement pour le préserver, mais pour le faire fructifier au profit de la nation et de l'humanité tout entière.

Ce n'est pas à moi qu'il appartient de dire dans quelle mesure l'Académie de Belgique s'acquitte aujourd'hui de cette mission. Je puis rendre témoignage en tous cas qu'elle s'y applique de toutes ses forces. Certes elle ne peut espérer de rivaliser jamais pour l'ampleur des ressources et des entreprises avec ses sœurs d'États plus puissants. Mais elle s'unit à elles dans la communauté du même idéal. S'il est vrai que la grandeur du courage et la puissance des esprits ne dépendent pas de l'étendue des territoires ou du chiffre des populations, ce l'est davantage encore que dans le domaine indéfini de la science, dans cet admirable domaine qui, libre de frontières, appartient en entier à tous ceux qui le cultivent; chaque groupe de travailleurs est appelé, sans distinction, à une tâche dont les résultats ne dépendent que de son mérite.

Discours de M. VERLANT,

Membre de la Classe des beaux-arts.

SIRE,
MESDAMES,
MESSIEURS,

Ce n'est qu'en 1845 que la Classe des Beaux-Arts de l'Académie de Belgique fut établie et il est assez curieux de constater qu'un Cobenzl, homme de goût, collectionneur, ami du faste, n'ait pas songé tout d'abord aux arts plastiques lorsqu'il entreprenait d'orner ce pays, qu'il régentait, de la gloire dont nous rajeunissons le lustre en cette célébration sesquicentenaire.

N'y avait-il personne pour lui rappeler que les Provinces Belgiques avaient vu naître, ainsi qu'on le disait, la peinture à l'huile, et Rubens et les autres, et qu'une telle splendeur ne pourrait manquer de refleurir sous l'œil d'un pouvoir aussi éclairé que le sien?

Quoi qu'il en soit, Charles, comte de Cobenzl et du Saint-Empire, grand échanson du duché de Carniole, grand fauconnier et grand porte-plats du comté de Goritz, oublia d'ajouter à ces titres prestigieux celui de fondateur de l'Académie impériale des Beaux-Arts des Provinces Belgiques. Et cependant son buste préside infatigablement nos séances aussi bien que celles des autres Classes.

Établie en 1845 ou déjà virtuellement incluse dans l'établissement de 1772, notre Académie des Beaux-Arts n'en est pas moins, comme toutes les Académies, une création du XVII[e] siècle. A leur base, on ne trouve rien de l'esprit communal et corporatif du moyen âge, qui groupait les artistes

d'une ville avec les artisans dans des manières de syndicats professionnels et de confréries à chapelles et à bannières. C'est, au contraire, l'esprit centralisateur et monarchique qui les a créées, qui a voulu confier l'avancement et le progrès des arts, comme des autres disciplines, à des institutions d'État. Quand on organise une Académie, encore aujourd'hui, on obéit, même sans le savoir, à la pensée d'un Richelieu, d'un Mazarin, d'un Colbert, d'un Louis XIV, et c'est pourquoi, sans doute, une tête académique, chauve ou chevelue, dès qu'elle est promise à la gloire et à la dérision, continue de s'orner, dans l'imagination des peuples, de la régularité décente et de la majesté d'une perruque. Oui, les Académies furent, dès qu'elles sortirent de leurs premières formes italiennes un peu frivoles et qu'elles prirent leur allure vraie dans la France du XVII[e] siècle, des instruments de règne, mis au service de l'ordre, de la tradition et de l'unité.

Je me hâte de dire que nous sommes loin de là. Certes, les dirigeants de 1845, quand ils réorganisèrent l'Académie de Belgique, avaient les yeux tournés vers la France et vers tout ce qui, dans l'œuvre académique de la Convention, continuait l'œuvre de l'ancien régime et du pouvoir royal. Une pensée de symétrie bien classique ajusta aux Académies des sciences physiques et mathématiques, et des sciences historiques, morales et politiques, une Académie des beaux-arts, jusqu'alors oubliée. On crut sans doute, dans les sphères gouvernementales, où l'on s'exagère facilement et naturellement l'importance de tout élément légal et administratif dans la vie secrète et profonde des idées et des sentiments, on dut croire qu'on aiderait à la construction nationale en lui fournissant une doctrine d'art, une orthodoxie esthétique, des modèles appuyés sur d'autres modèles. Et si nous recherchions dans nos annales les paroles consécratoires dont plus personne aujourd'hui ne pourrait retrouver la certitude et la solennité, nous verrions que dans la pensée courante des gouvernants qui, emportés par la loi du moindre

effort et la fièvre oratoire, n'ont que rarement le temps ou l'occasion de sentir monter jusqu'à eux les réalités sociales, il s'agissait d'orienter l'art du pays dans une direction déterminée, de le mettre au service de l'unité nationale, de l'employer à glorifier l'Histoire et la Constitution. Les murs mêmes de la salle où je parle attestent qu'il en fut ainsi.

Mais on négligea, — et sans doute était-il trop tard, en 1845 déjà, pour verser du vin des vignes plantées par Colbert dans des amphores nouvelles, — on négligea de munir l'institution académique des pouvoirs qu'il lui aurait fallu pour gouverner l'art en Belgique, si pareil gouvernement pouvait se concevoir dans ce pays où l'excès de gouvernement a toujours produit un malaise intolérable. Dans d'autres domaines, on a pu revendiquer pour l'institution académique des droits d'initiative et de contrôle; il ne m'appartient pas d'émettre à ce sujet une opinion quelconque; dans le domaine de l'art, il me sera permis de constater que dès l'origine, les prérogatives reconnues aux Académies dans d'autres pays, en France, par exemple, en matière de Salons et de jurys, d'enseignement et de récompenses, n'ont pas été attribuées à la nôtre, ou ce ne fut que dans une bien faible mesure. En créant, en Belgique, cette tardive Académie des Beaux-arts, on n'a pas fait ce qu'il fallait si l'on voulait y constituer un art officiel. Heureusement. Certes, il y a eu, ici comme ailleurs, une préférence marquée du Pouvoir pour certaines formes traditionnelles, une hésitation devant les nouveautés, une tendance chez les porte-parole à recommander les beautés peut-être usées, mais consacrées par le temps et par l'assentiment universel. Cet esprit académiste n'a exercé, toutefois, dans l'histoire de l'art belge qu'une action modérée et ne semble pas avoir été de force à paralyser les valeurs véritables et les puissances créatrices.

Alors, dira-t-on, quel a été le rôle de la Classe des Beaux-Arts dans l'Académie de Belgique? Je répondrai : un rôle moindre assurément que celui des deux Classes qui sont ses aînées. Car

vous n'attendez pas de moi que je prononce un panégyrique de commande. Une Académie d'artistes ne peut, à l'égal de groupements scientifiques, jouer un rôle animateur, favoriser de grandes entreprises collectives et même individuelles, susciter des travaux, assurer à certains le pouvoir de réaliser des œuvres que paralyseraient l'isolement ou la pauvreté. Heureux si parfois la section ouverte aux écrivains d'art a pu suggérer, par ses concours, la pensée de travaux utiles. Mais les artistes peintres, sculpteurs, architectes, musiciens, n'apportent, en général, à l'Académie, que l'autorité qui s'attache à leurs œuvres et ne reçoivent d'elle qu'un surcroît d'illustration. Il n'est pas dans le caractère belge, disons-le sans modestie, de tirer grande vanité d'une élection académique que les meilleurs se sont toujours abstenus de solliciter. Et tous les académiciens ne pensent pas que leur élection les a rendus considérables. Mais la plupart, si vous voulez bien consulter nos listes, sont tenus pour tels par le public extérieur et quelquefois même par ceux qui travaillent dans la même partie, par leurs émules. Sans doute, leur élévation ne les met pas à l'abri des sarcasmes, bien au contraire; mais ces prétendus traditionnels auraient tort de s'offenser de plaisanteries qui datent toutes d'aussi loin que les Académies elles-mêmes, et dont aucune, inventée par des gens d'esprit, n'a gagné en importance à être ramassée par les autres.

C'est ainsi qu'une Académie des Beaux-arts, telle que celle-ci, réduite dans son rôle dirigeant et dans son action collective, m'apparaît dépouillée de toute efficacité qui ne serait pas purement symbolique. Il reste ceci qu'en l'instituant et en la conservant, l'État reconnaît l'art et l'honore, et s'honore de l'honorer, sans plus. Tout le monde sait ici qu'on ne devient pas académicien par la volonté et la faveur du pouvoir, auquel nul élu ne s'est jamais, sans doute, senti redevable. Et non plus par la volonté de la foule, ou d'un journal, ou d'un cabaret, je veux dire d'un salon. Comment alors? Mon Dieu, par une sorte de conjuration du mérite et du hasard, car l'occasion, la

longévité déterminent des chances qui peuvent sembler inéquitables, et aussi parce que toute Académie a des caprices, dont bénéficient parfois ceux qui n'y comptent pas et des répugnances dont peuvent s'apercevoir ceux qui tenteraient de la violenter.

Des considérations de cette nature expliquent les mystères de ce fameux quarante et unième fauteuil qui serait le plus agréable de tous si l'on en était sûr et si l'immortalité encore douteuse qu'il confère était réservée, après leur mort, à des vivants authentiques.

Il ne faut donc pas s'attendre à voir coïncider d'une manière parfaite l'histoire de l'art belge avec l'histoire que l'on écrirait si l'on y faisait entrer tous les académiciens et si l'on n'y admettait qu'eux. Mais peut-être ceux qui auront le bon esprit de lire, dans le volume jubilaire édité à l'occasion de cet anniversaire, les notices si bien faites par nos confrères Lucien Solvay pour les arts plastiques et Paul Bergmans pour la musique et les lettres dans leurs rapports avec les beaux-arts, s'apercevront-ils que l'honneur, forcément inégal, que l'Académie et les académiciens se sont conféré réciproquement, ne s'éloigne pas autant qu'on pourrait le croire de la justice. Et s'il était donné à quelque tribunal aussi impartial qu'on s'imagine celui de la postérité, de reviser chaque sentence, c'est-à-dire chaque élection, la proportion des jugements confirmés serait, en somme, fort acceptable et même un peu plus, laissez-moi l'avouer, que je ne m'y attendais. Faites l'expérience. Belges et étrangers, lisez ces chapitres instructifs ; je ne veux pas les résumer, car ce serait les réduire à une énumération sèche dans une matière où tout doit être nuancé, et vous m'en voudriez, à la fin de cette séance, d'en prendre le temps.

J'ajouterai cependant ceci, qui ne se rapporte qu'aux arts auxquels ce pays, bien que petit par le territoire et souvent écrasé par des fatalités historiques, doit une gloire égale, dans ce domaine, à celle de plus grands, et supérieure à celle de plusieurs qui se comptent parmi les plus grands. Nos écoles de

peinture et de sculpture, de peinture surtout, ne sont pas méconnues dans le passé, bien qu'elles soient loin d'avoir été étudiées, scrutées comme il faudrait dans leurs innombrables monuments, répandus dans le monde entier, car, si les travaux de vulgarisation les ont amplement commentés et, comme le mot le dit, vulgarisés, il nous manque des enquêtes rigoureuses et approfondies sur une infinité de points, livrés à l'incertitude, à l'à-peu-près, au préjugé, aux généralisations précipitées d'une demi-science. Mais en somme, l'art de nos primitifs et celui de nos classiques du XVII^e^ siècle sont un objet d'admiration pour tous les peuples et leurs caractères particuliers sont tels que les nations les plus absorbantes n'ont pas réussi à se les incorporer.

Notre pays, créateur de ces merveilles, a subi de longues périodes d'occultation et d'écrasement. Des combinaisons politiques absurdes et contre nature, nées de l'ambition de dynasties aujourd'hui périmées et de l'outrecuidance de chefs d'État et de négociateurs dénués, comme il arrive, de justice et de clairvoyance, ont appesanti sur notre patrie antique des dominations étouffantes. Au XIX^e^ siècle enfin, elle y a échappé, elle s'est reprise à vivre d'une vie propre et indépendante, malgré son sol amoindri, malgré son matériel humain diminué, dévirilisé, abruti. Il lui a fallu quelque temps pour se reconnaître et se faire reconnaître. Beaucoup l'ont dédaignée, traitée de haut, considérée comme une création arbitraire, une sorte de fantaisie paradoxale sans passé et sans avenir. Petit à petit, ce pays s'est refait cependant un corps sain et vigoureux et, à son insu presque, une âme collective dont l'Europe étonnée a vu, dans les conjonctures les plus terribles, la force et l'élan.

L'Europe ne connaissait pas la Belgique; elle la sous-estimait, comme on dit aujourd'hui, sauf peut-être dans le domaine économique, dans sa puissance industrielle. Elle la sous-estime encore, j'en suis convaincu, dans le domaine intellectuel et artistique. Certes, ici plus qu'ailleurs, notre relèvement a été lent et plusieurs générations ont passé avant qu'il se fût reformé

une élite. Au dehors, de toutes parts, de grands peuples travaillaient, et plusieurs semblaient arrivés à l'expression la plus haute de leurs potentialités historiques. Leur activité débordante attirait, entraînait les meilleurs d'entre nous. Il serait vain de méconnaître que dans l'art ainsi que dans la science, ils aient subi comme une initiation nouvelle et que beaucoup aient fait figure de disciples et de subordonnés avant que le pays pût engendrer, comme jadis, de sa substance même, des maîtres indépendants capables, certains d'entre eux du moins, de rayonner au dehors et d'exercer une influence au delà de nos frontières.

Cela est arrivé pourtant; il serait trop long non pas de citer des noms que vous connaissez tous, mais de les accompagner de preuves et de ces appréciations complexes que vous rencontrerez, au surplus, dans les excellentes notices dont j'ai parlé. Or, ces valeurs reconnues et incontestables, dont des pays tellement plus vastes ne pourraient, même de loin, fournir l'équivalent, ne sont pas assez nombreuses à notre gré. Nous avons eu des artistes, nous en avons encore, dont la personnalité et la puissance représentative dépassent la renommée avare qu'on leur mesure, à en juger par leur absence dans les collections étrangères, dans les musées étrangers et dans les manuels d'histoire de l'art ou les encyclopédies qui les omettent ou ne leur consacrent qu'une place infime, dérisoire par comparaison avec celle que ces compilations tendancieuses accordent à des compatriotes inexistants.

Je ne dirai pas que l'initiative des grands mouvements qui se sont développés avec plus ou moins de force ou d'amplitude dans l'art moderne nous ait jamais appartenu depuis les temps nouveaux. Nous n'avons créé ni le néo-classicisme, ni le romantisme, ni le réalisme, ni l'impressionnisme, ni les récentes transformations encore confuses qui en dérivent, même en s'y opposant. Mais cependant, et surtout depuis l'époque où le principe de l'obéissance à la nature, considéré tout au moins

comme point de départ indispensable, triompha dans les esprits et rejoignit les tendances les plus anciennes et les plus permanentes de notre inconsciente esthétique de race, nous eûmes, nous avons des maîtres qui, s'ils durent à des exemples étrangers, à des suggestions venues d'ailleurs l'éveil de leur génie, se réalisèrent cependant d'une manière personnelle et irréductible, chacun obéissant à son instinct plus qu'à des théories, corrigeant les théories par la force de l'instinct, mettant au-dessus de tout un certain entêtement de sincérité : de là, si l'on veut considérer nos musées d'art moderne et nos expositions, une variété de goûts, de tendances, de techniques qui ne peut manquer de frapper tout observateur et qui ne se rencontre, à mon avis, confirmé à ce degré dans aucun pays, par les impressions spontanées de juges impartiaux.

Un individualisme poussé si loin peut fatiguer ou dérouter les critiques improvisateurs, les généralisateurs pressés. Il peut contribuer aussi à expliquer les lacunes que l'on apercevrait dans nos listes académiques. Elles sont éclectiques, elles le furent dès l'origine; elles ne sont pas complètes, tant s'en faut, et, j'ose le dire, la matière a toujours été trop riche, du moins dans le domaine des arts plastiques et surtout dans celui de la peinture, pour que les honneurs académiques aient pu être décernés à temps à tous ceux qui les méritaient.

Ces affirmations sont plus que de simples affirmations; les preuves existent, et notamment dans nos collections publiques, qui ne sont pas, comme on l'a dit et répété au hasard, les cimetières de l'art, mais l'illustration vivante et nécessaire de son histoire, toujours mal formulée dans des mots.

Si, comme je le crois, notre nation a contribué et contribue toujours, pour une part qui excède le crédit qu'on lui fait, à la création esthétique dans l'univers civilisé, une circonstance comme celle-ci m'offrait une occasion de le proclamer devant tant d'esprits éclairés et bienveillants. L'Académie des Beaux-Arts n'entend pas se célébrer seule, en s'isolant orgueilleusement du

peuple dont elle émane et qu'elle représente, elle le sait, imparfaitement. Ce peuple a rencontré, dans des épreuves imméritées, bien des sympathies souvent exprimées avec une impressionnante éloquence. Mais le moment est venu où il ne se dissimule plus que la guerre et la paix n'ont pas augmenté son importance relative dans un monde où tous les nationalismes exacerbés se dressent les uns contre les autres. Je manquerais toutefois au devoir d'optimisme qui est de règle dans une cérémonie commémorative si je n'émettais pas, même dans les angoisses présentes, qui me font penser malgré moi à l'intervalle entre les deux premières guerres puniques, le ferme espoir de voir l'Europe amie rendre justice entière à l'art belge et ne pas vouloir, du moins dans ce domaine idéal, nous considérer comme une nation à intérêts limités.

La séance fut levée à 4 heures.

A 5 heures, l'Académie, ses hôtes étrangers, ainsi que les familles des membres, des associés et des délégués des Académies furent reçus dans les serres du château royal de Laeken, où un thé leur fut offert, par Leurs Majestés le Roi et la Reine et Leurs Altesses royales le Duc de Brabant et la Princesse Marie-José. Leurs Majestés se firent présenter la plupart des associés et délégués étrangers, avec lesquels Elles daignèrent s'entretenir particulièrement.

A 8 heures, l'Académie offrit à ses hôtes étrangers un banquet d'environ 160 couverts, dans le Grand Hall de l'Hôtel Astoria. La table d'honneur était occupée par M. M. Vauthier, président de l'Académie; M. Eug. Hubert, Ministre des Sciences et des Arts; S. Exc. le Marquis de Villalobar, S. Exc. M. Marcovic, M^gr^ Baudrillart, Sir William-B. Leishman, S. Ém. M^gr^ Mercier, MM. Bertin, Ch. Firket, G. de Sanctis, E. Picard, O. Wattez, G. Eeckhoud, Aug. Lameere et V. Rousseau.

Deux toasts officiels furent prononcés, le premier, au Roi, par le président de l'Académie, le second aux invités étrangers, par M. le Ministre des Sciences et des Arts.

Discours de M. Vauthier.

Il est bien naturel que la première santé que l'on propose dans une circonstance comme celle d'aujourd'hui soit la santé du Roi des Belges.

Lorsque la santé du Roi est proposée dans notre pays, nos compatriotes savent tous — et nos hôtes étrangers n'ignorent point — qu'il ne s'agit pas simplement d'un rite traditionnel, par lequel s'atteste notre attachement à une dynastie justement respectée.

Nous honorons dans le Roi Albert le souverain accompli, dont l'existence est tout entière dominée par une seule et même pensée : le bonheur matériel et moral, la grandeur intellectuelle, l'honneur et la prospérité du peuple belge.

C'est pourquoi les liens qui unissent les Belges à leur Roi — liens faits d'admiration, de gratitude et d'affection — sont à la fois si intimes et si forts; et c'est ce qui explique aussi l'accueil chaleureux que reçoit en toute occasion — et que recevra bien certainement ce soir — la santé qui est portée au Roi des Belges.

La fin de ce discours fut saluée par des acclamations prolongées, à la suite desquelles l'orchestre exécuta l'air national.

Un télégramme fut adressé au Château de Laeken, annonçant au Roi le toast du Président et l'accueil que l'Assemblée y avait fait, Sa Majesté daigna y répondre de la façon suivante :

« Je remercie de tout cœur les directeurs et membres de l'Académie royale ainsi que les participants étrangers, pour le chaleureux message qu'ils m'ont fait adresser au cours de leur réunion confraternelle. Je saisis avec plaisir cette occasion pour

renouveler les vœux ardents que je forme pour la prospérité de votre illustre Compagnie et pour vous faire part du haut intérêt que j'ai pris à m'associer personnellement à la célébration de son glorieux et brillant anniversaire. ALBERT. »

Discours de M. HUBERT,

Ministre des Sciences et des Arts,
Membre de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques.

MADAME,
EXCELLENCES,
MESSEIGNEURS,
MESSIEURS,

Depuis l'époque lointaine où les disciples de Platon se réunirent sous l'ombrage des platanes de l'*Académie* d'Athènes, pour honorer la mémoire de leur maître par l'étude et la discussion, le rôle des Académies a passé par bien des vicissitudes ; mais de cette origine idéaliste, il leur est demeuré le caractère d'une Compagnie qui se consacre aux études désintéressées, qui garde fidèlement les traditions, qui fixe la discipline de l'effort littéraire et scientifique d'un pays, tandis que les hommes ont pris le soin d'en accroître le charme et l'intérêt par le beau langage et par ce double aspect des choses vraies : l'ordre et la clarté.

Dans sa représentation allégorique, l'Académie n'est pas seulement une noble et paisible figure, qui tient de la main droite une lyre et de la gauche une couronne de lauriers : à ses pieds s'amoncellent les livres, de manière que sa pensée est en quelque sorte le reflet de la pensée nationale.

Tout son être respire la dignité; on sent qu'elle s'élève d'habitude au-dessus des querelles passionnées, des aveugles ferveurs, des innovations téméraires, pour n'admettre que les doctrines éprouvées, les idées sanctionnées par le temps, le génie réfléchi et en quelque sorte classique d'un peuple.

Belle image, bien proche de la réalité, car à cette heure, l'Académie est devenue le groupement d'une élite, et au milieu de l'orage des luttes quotidiennes, elle semble une île de sérénité.

Ceux qui en franchissent le seuil savent que la science exige d'eux des sacrifices et leur impose des devoirs; elle prescrit à ses membres l'objectivité et la modération du jugement, un ensemble de vertus qui leur permettent de jouer un grand rôle dans la vie morale des peuples et de constituer un lien solide entre les élites des nations diverses.

L'Académie est le parlement international de la Science : pour elle il n'y a que l'humanité, et, tel le temple d'Alexandre Sévère, ouvert à tous les dieux, l'Académie est ouverte à tous les savants du monde entier.

L'Académie royale de Belgique s'enorgueillit aujourd'hui encore de ses longues traditions de cosmopolitisme. Créée par Marie-Thérèse, il y a un siècle et demi, elle eut une période autrichienne, une période néerlandaise, et elle compte des associés dans les deux mondes. Des cérémonies comme celle-ci mettent mieux en lumière ce rôle international des Académies, et je suis heureux de saluer à cette table tant d'illustres savants, qui n'ont pas hésité devant les fatigues d'un long voyage pour apporter à ma patrie l'hommage de leur présence.

Après les années tragiques de la guerre, la Belgique travaille, au milieu de mille difficultés, à restaurer ses ruines, à reconquérir sa place dans le monde, et elle apporte une vaillante contribution à l'effort commun de la science et des arts. Elle s'est appliquée à cette tâche, d'une volonté raffermie par la souffrance, d'un cœur trempé par l'épreuve et épanoui par la certitude d'avoir conquis le respect et les sympathies des nations.

Les peuples, comme les hommes, ne peuvent opérer leur salut que par la communion des cœurs et non pas seulement par celle des intelligences. Aussi je salue en vous, Messieurs, certes des savants qui exaltent avec nous un même idéal, mais je salue

surtout des amis de la Belgique, qui sont venus lui apporter le témoignage de leur affection.

Ce qui vous a portés vers nous, Messieurs, c'est de savoir que la Belgique est un pays de liberté, où le droit n'abdique pas devant la force, un pays de sacrifice et de fierté qui, dans un moment d'enthousiasme, a préféré le danger de périr à la honte d'être asservi.

Mais ce fragile bonheur d'avoir atteint les sommets du sacrifice et de la gloire serait vain s'il ne se traduisait ensuite par notre effort pour garder brillante et vivace cette lumière suprême et maintenir cette communion fraternelle des esprits qui s'est faite dans la fièvre et l'ardeur de la lutte tragique.

C'est pourquoi je salue cette commémoration qui nous réunit dans une fête du renouveau moral et intellectuel belge, comme un signe précurseur de destinées plus heureuses, auxquelles vous voulez bien vous associer, et c'est pourquoi, Messieurs, à vous, qui êtes venus pour célébrer avec nous cette fête symbolique, je vous adresse, en tant que Belge plus encore qu'en qualité d'académicien, la plus cordiale et la plus fraternelle des bienvenues.

De vifs applaudissements accueillirent les dernières paroles du Ministre des Sciences et des Arts.

Un délégué de chaque nation présente prit ensuite la parole, pour apporter à la Belgique et à l'Académie royale l'hommage de son pays. Chacun de ces toasts fut salué par l'air national de l'État auquel appartenait l'orateur.

La série des toasts fut clôturée par ceux des trois Académies belges : Académie royale de Médecine, Académie royale flamande, Académie royale de langue et de littérature françaises, au nom desquelles parlèrent respectivement MM. Ch. Firket, O. Wattez et G. Eeckhoud.

A l'occasion de son 150e anniversaire, l'Académie a fait paraître un ouvrage intitulé : *L'Académie royale de Belgique depuis sa fondation, 1772-1922* (Bruxelles, Lamertin, 1922, 344 pages), œuvre collective de onze de ses membres. Elle a aussi fait frapper une médaille commémorative, œuvre de M. V. Rousseau, directeur de la Classe des beaux-arts, reproduite ci-après; les inscriptions latines des deux faces en ont été rédigées par M. Paul Thomas, membre de la Classe des lettres.

Ce volume et cette médaille ont été distribués à tous les associés étrangers de l'Académie, à tous les représentants des Académies et Sociétés étrangères, délégués aux fêtes du 150e anniversaire, à toutes les Institutions belges et étrangères en relations d'échange avec l'Académie, et enfin à tous les membres titulaires et correspondants.

Adresses, lettres ou télégrammes de félicitations envoyés par des Académies et Sociétés étrangères et belges ou remis par leurs délégués.

DANEMARK.

Académie royale danoise, Copenhague.

A l'Académie royale de Belgique.

C'est avec une très vive sympathie, que l'Académie royale danoise a reçu la nouvelle du cent-cinquantième anniversaire de l'Académie royale de Belgique. Notre Académie a accepté avec des remerciements sincères l'invitation dont l'a honorée l'Académie sœur et est heureuse de se faire représenter par une délégation officielle. Elle exprime sa joie et sa gratitude pour le grand nombre de travaux importants dus à l'activité des savants belges. Parmi vos grands fils, dont les noms sont inscrits dans l'histoire des lettres et des sciences, nous pensons avec admiration à Jean-Baptiste Van Mons, L.-A.-J. Quetelet, P.-J. Van Beneden, Louis Henry, Franz Cumont, Henri Pirenne, Jules Bordet, pour ne citer que ceux que nous avons ou avons eu l'honneur de compter parmi nos membres étrangers.

Notre Académie saisit avec empressement cette occasion de constater que les belles salles où l'Académie de Belgique tient ses séances sont de nouveau ouvertes à la science et d'exprimer son admiration la plus profonde pour la rapidité avec laquelle votre Académie, après des temps singulièrement durs, a pu reprendre ses activités dans leur plénitude.

Nous vous prions d'agréer, par l'entremise de nos deux délégués, nos meilleures salutations confraternelles et nos félicitations les plus vives; en même temps, nous formons des vœux pour que votre

Académie puisse continuer ses travaux scientifiques d'une manière digne de son passé et de la civilisation belge.

Fait en l'Académie royale danoise.

(*s.*) WILH. THOMSEN,
Président.

(*s.*) MARTIN KNUDSEN,
Secrétaire.

Copenhague, le 19 mai 1922.

ÉTATS-UNIS.

Académie nationale des Sciences, Washington.

(*National Academy of Sciences.*)

Office of the President,
Smithsonian Institution, Washington, D. C.

The National Academy of Sciences, through its delegate, Robert Andrews Millikan, Ph. D., Sc. D., Foreign Secretary of the Academy and Chairman of the Division of Foreign Relations of the National Research Council, sends greetings to the *Académie royale des Sciences de Belgique* at its hundred fiftieth anniversary, May 24, 1922, with the wish that its contributions to science during the half century upon which it is now entering may be as rich and fruitful as in the three half centuries past.

(*s.*) CHARLES D. WALCOTT,
President.

May first 1922.

FINLANDE.

Société finlandaise des Sciences, Helsingfors.

A l'Académie royale de Belgique.

La Société des Sciences de Finlande, qui regrette de ne pas pouvoir satisfaire à votre aimable invitation d'envoyer un représentant à votre fête anniversaire, vous prie d'accepter ses félicitations chaleureuses et

sincères, ainsi que l'expression de son admiration pour tout ce que vous avez fait en faveur du développement des études scientifiques pendant cette période d'un siècle et demi.

ANDERS DONNER,
Président.

ROBERT TIGERSTED,
Secrétaire perpétuel.

GRANDE-BRETAGNE.

Société Royale, Londres.

The President and Council of the Royal Society of London send greeting to the *Académie royale de Belgique*, and cordial congratulations on the attainment by the *Académie royale* of the Hundred and Fiftieth Anniversary of its foundation. The progress of science, to which for more than a century the *Académie* has conspicuously devoted itself, is a cause which binds together the whole civilized world in common sympathy and effort. The international tie is, moreover, especially close between two neighbouring countries which have held their friendship, not only through prolonged prosperity, but also through years of difficulty and sacrifice, allies in act and thought, facing trials in common, and rejoicing together in final successful accomplishment. In the records, both of the *Académie royale* and the Royal Society, are historic names of which not a few are mutual to the rolls of membership of both. Personal intercourse has strengthened between the *Académie* and the Society the links of corporate colleagueship and cooperation.

We earnestly wish to the sister *Académie* ever continued succes. May the *Académie* flourish in its beneficent labour of extending the bounds of knowledge and may it add, as in the past so also in the future, to collective knowledge of the process of nature, thus contributing to the intellectual and material progress of mankind.

(*s.*) CHARLES-S. SHERRINGTON,
President.

(*s.*) ARTHUR SCHUSTER,
Foreign Secretary.

Burlington House, London, W. 1.
May 1922.

Académie Britannique, Londres.

The British Academy to the Royal Academy of Belgium.

The British Academy offers to the Royal Academy of Belgium its most sincere congratulations on the celebration of the one hundred and fiftieth anniversary of its foundation. Thrice in the course of its history have the activities of the Royal Academy been interrupted by war; but each time it has risen again more vigorous than before, to bear witness to the love of learning with which Belgian scholars are inspired. The present occasion is indeed one of happy auspices. Released from four years of oppression by an invading enemy, the Royal Academy finds itself now the head-quarters of the scholarship of the civilized world; and English scholars join with those of all the continents of the world in paying their homage to their Belgian colleagues.

England has indeed a special right to rejoice in the welfare of Belgium, and to wish it prosperity in the future. England has long been linked with Belgium by ties of friendship and alliance. Often during the last hundred and fifty years have English soldiers stood side by side with Belgian soldiers on the soil of Belgium, and the experience of the four years of trial 1914-1918, has given to Englishmen an inalienable interest in the soil of the country in which the bodies of so many thousands of their countrymen lie. Henceforward, they trust, the alliance will be one of peace, and the British Academy asks for nothing better than that it may always be associated with the Royal Academy of Belgium in promoting that humane culture, which nourishes the love of learning, the love of liberty, the love of honour, on which the welfare of the world depends.

May the Royal Academy of Belgium flourish in peace and prosperity, and may knowledge be multiplied under its leadership and protection.

(*s.*) Balfour,
President.

(*s.*) Gollancz,
Sec. Brit. Acad.

(*s.*) Frederic Kenyon,
H. Stuart Jones,
Delegates of the Academy.

Société Royale, Edinburgh.

Societas Regia Edinensis Academiae Regiae Belgarum natales centesimos et quinquagesimos celebranti ex animo gratulatur.

Nos enim quippe qui eadem nobis ac vos vobismet proposuerimus, ut et physicae quae dicitur scientiae et litterarum cognitionis fines proferamus, iuvat agnoscere quantum eis debeamus qui vestris auspiciis strenue et prospere in eadem qua nos causa enisi non modo de patria sua sed de tota mortalium gente optime meriti sunt.

Belgas cum Scotis multa iam saecula coniungunt amicitiae vincula et studiorum communium : illis autem accesserunt his proximis annis nova et arctiora vincula, memoria scilicet periculorum communiter toleratorum, recordatio fratrum nostrorum vestrorumque pro eadem causa mortuorum, conscientia denique clarissime reportatae victoriae.

Quare, cum iam Pax rursus alma terris affulsit et « vacuum duellis Ianum Quirini Clausit et veteres revocavit artes », certiores vos volumus factos per hasce litteras, quas vobis deferet unus ex Praesidibus nostris vicariis, nos fausta fortunataque omnia vestrae societati comprecari. Floreat Belgarum Academia Regia, fiatque in saecula saecularum praeclarior.

Subscribitur : (*s.*) F.-O. Bower, *Praeses.*
(*s.*) C.-G. Knott, *A Secretis.*

Dabamus Edimburgi
a. d. iii Id. Mart. MDCCCCXXII.

Société Géologique, Londres.

The Geological Society of London desires to present its cordial felicitations to the *Académie royale de Belgique* on the celebration of its one hundred and fiftieth Anniversary, and to congratulate the *Académie* on the admirable scientific activity which has given it so distinguished a place among the Academies of Europe.

We trust that there lies in the future before it another long period of continued eminence in the promotion of research.

Greatly appreciating the honour of being invited to attend this interesting Festival, we have requested Professor Dollo, one of our most distinguished Foreign members, to be Delegate of the Geological Society of London at the celebration.

(*s.*) A.-C. SEWARD,
President of the Geological Society
of London.

Tenth of May 1922.

Société Zoologique, Londres.

The Zoological Society of London sends greetings to the « Académie royale de Belgique » on the occasion of the commemoration of its 150th anniversary.

By the hands of Peter Chalmers Mitchell, Commander of the Order of the British Empire (Military Division), Fellow of the Royal Society, Doctor of Science and of Laws, Secretary of the Zoological Society, and George-Albert Boulenger, Associate of the Royal Academy of Belgium, Fellow of the Royal Society, Doctor of Science and of Laws, Fellow of the Zoological Society of London.

(*s.*) BEDFORD,
President Zool. Soc. Lond.

(*s.*) P. CHALMERS MITCHELL,
Secretary Zool. Soc. Lond.

May 24th, 1922.

GRÈCE.

Corps académique universitaire, Athènes.

Adresse du Comité hellénique à l'Académie royale de Belgique.

Le Ministère hellénique de l'Instruction publique et le Corps académique universitaire d'Athènes ont tenu à être représentés par une délégation en cette solennité. Par eux, nous avons été chargés de

transmettre des félicitations et des vœux à l'illustre Académie royale de Belgique et à la noble et vaillante nation belge.

Ce pèlerinage envoyé de l'Acropole d'Athènes à votre capitale répond d'ailleurs, par un juste retour, à un autre pèlerinage, fait par vous en sens inverse et depuis longtemps déjà.

Au premier Congrès d'Archéologie classique, réuni à Athènes en 1905, en dehors d'une nombreuse délégation de l'État belge, figurait, parmi les meilleurs maîtres de la science et de l'art, le savant commentateur des comédies d'Aristophane, Alphonse Willems, délégué de l'Académie royale de Belgique et de l'Université libre de Bruxelles.

Mais ce signe de la sympathie réciproque alors manifestée entre les deux nations n'a fait que venir à la suite de tant de travaux remarquables exécutés en Grèce par de jeunes archéologues de votre pays.

Presque à l'époque de l'installation à Athènes de l'École française archéologique, dès 1847, la France eut le projet de créer une section belge annexe. Cette idée, reprise en 1880, s'est imposée à nouveau en 1895, au temps de la direction de M. Th. Homolle. Elle a été heureusement réalisée en 1900. A partir de cette année de jeunes archéologues, des professeurs belges trouvèrent une hospitalité fraternelle chez leurs collègues de l'École française. Comme eux ils ont conduit des fouilles heureuses et entrepris de savantes recherches; leur activité se révèle par les nombreuses études qu'ils ont publiées dans le *Bulletin de correspondance hellénique*, revue scientifique de l'École française.

Le premier qui vint parmi nous fut Jean De Mot, plus tard conservateur au Musée du Cinquantenaire; il a collaboré aux grandes fouilles de l'École française d'Athènes à Delphes, à Délos. Après avoir fait beaucoup pour la science, De Mot a donné sa vie pour défendre le sol de sa patrie : il est tombé glorieusement en Flandre en 1918.

En même temps que De Mot arriva Marcel Laurent; il participa aux fouilles de Delphes (Marmaria) et publia une série d'inscriptions (Delphes, Élatées) et de vases grecs (Dipylon, Érétrie).

Hubert Dumoulin, venu après lui, commença des fouilles à Tinos, en 1904; il a découvert là le temple de Poseidon.

Son camarade Paul Graindor, savant épigraphiste, continua les travaux dans l'île avec lui. Il devait aussi entreprendre de fructueuses recherches en d'autres points des Cyclades, à Athènes même, où il s'est fait la réputation d'un spécialiste, pour l'histoire de l'ère romaine impériale.

Fernand Mayence, arrivé en Grèce en 1904, publia des notes savantes de Papyrologie; il travailla aussi sous la direction de M. Maurice Holleaux à la conduite des fouilles de Délos; il a fait là d'intéressantes découvertes.

Henri Grégoire est venu après lui en 1905; philologue très averti, il a déjà publié maintes études sur les manuscrits de Grèce; bon connaisseur de nos antiquités byzantines, voyageur intrépide, il a parcouru, en 1907, le vilayet de Sivas et le sandjak de Césarée, recueillant partout des matériaux précieux pour cette série des *Studia Pontica*, à laquelle s'attache le nom glorieux de M. Franz Cumont.

Armand Delatte, qui lui a succédé, arrivé en 1912, s'est déjà signalé par d'intéressantes études sur les écrits pythagoriciens, sur la magie grecque. Ses travaux, couronnés en France, lui présagent une renommée méritoire.

Jules Berchmans (1911), sculpteur et archéologue, utilisant ses connaissances techniques pour l'étude de la sculpture grecque, a participé utilement aux fouilles entreprises à Délos et à Tégée; il a collaboré à la publication de ces fouilles, œuvre de l'École française.

Aujourd'hui même, le dernier arrivé de vos jeunes savants, M. Georges Hinnisdaels, qui a renoué, dès la fin de la guerre, une brillante tradition, prend part aux recherches de l'École d'Athènes; il a commencé à Philippes de Macédoine des travaux dont le succès se dessine chaque jour.

Telle est la valeureuse phalange d'érudits que la Belgique a envoyée à la Grèce. Puisse leur collaboration nous être toujours maintenue! Dans la grande œuvre internationale exécutée sur notre sol, riche de souvenirs, pendant le dernier demi-siècle, — œuvre qui a conduit la science archéologique à son plus haut degré de développement, — vos missionnaires ont, avec énergie, marqué leur place; c'est avec honneur qu'ils ont rempli leur tâche. Leurs travaux nous sont chers, à nous, Hellènes.

C'était un devoir de les mentionner, en ce jour solennel, et d'exprimer à la nation belge, en retour, notre reconnaissance.

Le Président du Comité,

(*s.*) Prof[r] P. CAVVADIAS,
Membre associé de l'Académie royale
de Belgique.

INDE.

Société asiatique du Bengale, Calcutta.

To the « Académie royale de Belgique ».

As the representatives of the Asiatic Society of Bengal, we have been entrusted with the honour of conveying to the President and members of the *Académie royale de Belgique* the respectful congratulations of the oldest learned Society in India.

Founded also during the latter part of the XVIII[th] century, the Asiatic Society has had the benefit of the publications of this distinguished *Academie*, particularly of those embodying the researches in Oriental languages and philosophy by Félix Nève, M[gr] Lamy and M[gr] de Harlez, the work by Édouard Dupont on the Gondwana formations of the Congo region and of Ém. Laurent, H. Durand and others on the natural history of the tropical belt of Africa.

The *Académie royale* has maintained an unbroken record of work throughout all the great political and dynastic changes which have passed over Belgium, and the Asiatic Society now joins its correspondents in all the allied countries in expressing the hope that the *Academie* has at last commenced an era of long-continued tranquillity, which will enable it to maintain undisturbed the distinguished position which it has attained in the world of science and letters.

Signed : T.-H. HOLLAND,
L. ROGERS,
E.-H. PASCOE.

ITALIE.

Académie royale des Sciences de l'Institut de Bologne.

Bologna, 25 aprile 1922.

Questa R. Accademia delle Scienze dell' Instituto di Bologna, nelle sue due Classi unite di Scienze Fisiche e di Scienze Morali, participa col presente suo atto alla celebrazione cencinquantenaria della insigne compagna l'Academia Reale del Belgio; si associa alle degne commemorazioni e congratulazioni pei si nobili illustri fasti, porge tutti i suoi più alti e fervidi voti e presagi per un pur glorioso ed il più benefico avenire di questa. Non solo : chè gli Accademici di Bologna ben intendono e dividono appieno l'animo degli on. Colleghi Accademici del Belgio circa il significato superiore civile, che la celebrazione acquista di per sè fatta nell' attuale momento : cioè alla vigorosa e vittoriosa ripresa di tutta la vita, dopo la recente fortissima eroica preva di fede e di virtù, siccome il maggiore auspicio del sapere dato fra i popoli che testè lottarone e sovrastettero pel giusto e pel dovere, per la migliore umanità et pel comune bene e verace progresso !

Tale la nostra parola di collegiale corrispondenza devota gratulante, augurale, a Voi, alla Vostra Accademia, al Belgio !

Il Presidente,

Prof^r^ G. Ruggi.

Alla Illustre Accademia Reale del Belgio, Bruxelles.

Académie des Beaux-Arts (de Brera), Milan.

R. Accademia di Belle Arti in Milano.
Presidenza.

Milano, addì 20 maggio 1922.

Illmo Sig. Segretario Perpetuo della Reale Accademia del Belgio, Bruxelles.

Ho sempre tenuto presente l'invito di assistere per il 24 corrente alla solenne celebrazione del centocinquantesimo anniversario di codesta Reale Accademia che la S. V. ebbe l'amabilità di rivolgermi fin dal 21 dicembre decorso, e l'ho tenuto sempre presente con la viva speranza nonchè il fermo proposito di poterlo accogliere intervenendo di persona alla celebrazione medesima. Invece, e me ne duole immensamente, impegni inderogabili, sopraggiuntimi in questi giorni, mi vietano in modo assoluto di assentarmi da Milano. Nè ho tempo ormai di pensare alla nomina di delegati italiani che mi rappresentino.

Ma in mancanza della mia persona o di un rappresentante che mi sostituisca non voglio lasciar trascorrere la fausta ricorrenza senza mandare a nome della Reale Accademia di Brera, che ho l'onore di presiedere, un fraterno, affettuoso saluto alla consorella belga.

Il 24 maggio è l'anniversario di codesta Accademia. Il 24 maggio si solennizza in Italia il giorno della sua entrata in guerra. Sono due ricorrenze eguali per la data, ma che non hanno tra loro alcuna affinità apparente; pure la mente su queste date si sofferma. Ma quale legame vi è dunque tra esse? Mentre costà si festeggia una Istituzione che ha tante benemerenze nel campo della cultura e in quello sereno delle discipline artistiche, qui si ricorda il momento in cui l'Italia con fede ed entusiasmo, pur valutanto l'immensità dei sacrifici cui andava incontro, univa le proprie armi a quelle del Belgio eroico e degli oltri alleati onde la civiltà non subisse un arresto e il buon diritto trionfasse. Cose differenti dunque, ma la uniformità della data ha il pregio singolare di richiamare alla nostra mente che altre glorie, oltre quelle dell'arte, magnifico retaggio di padri sapienti, i due paesi hanno oggi in comune e sono le glorie del sangue generoso versato insieme per il trionfo della causa buona. E questo accresce

nel cuor nostro le simpatie per codesto popolo generoso ed industre e per le cose sue.

Con la espressione della più distinta osservanza.

Il Presidente,
(*s.*) G. Beltrami.

Institut royal lombard des Sciences et des Lettres, Milan.

Reale Istituto lombardo di Scienze e Lettere. Milano, li 20 Mai 1922.

Quod bonum faustum sit.

Sodales studiis doctrinarum litterarumque fovendis *Medislanenses Bruxellensi Academiæ* gratulantur quod centesimum quinquagesimum annum ex quo condita est feliciter expleverit idemque exoptant ut, sedata iam bellica insania, propter quam Belgae ceteraeque nationes tot iniurios pertulerunt, pacis artes renascantur et ex orbis concordia vires novas hauriant.

La Délégation,
Costantino Gorini.

Société royale. — Académie des Sciences mathématiques et physiques, Naples.

L'*Accademia delle Scienze, Società reale di Napoli*, adresse à l'Académie de Belgique mille vœux de prospérité à l'occasion de son cent-cinquantième anniversaire.

JAPON.

Académie impériale du Japon, Tokyo.

L'Académie royale de Belgique, dès le jour de sa glorieuse fondation en 1772, n'a cessé de grandir et de se développer malgré les orages qui se sont abattus autour d'elle sur cette noble terre belge.

La contribution qu'elle a apportée aux sciences naturelles, à la littérature, aux beaux-arts et aussi aux sciences morales et politiques, constitue une des plus belles parts dans le domaine du monde académique.

C'est pourquoi nous sommes heureux d'avoir été choisis par le monde scientifique du Japon pour le représenter ici et de pouvoir à l'occasion du cent-cinquantième anniversaire que nous célébrons aujourd'hui, exprimer toute la joie et l'allégresse que nous, Japonais, nous éprouvons en cette circonstance à l'unisson de tous les délégués venus du monde entier pour rendre un éclatant hommage à la science belge.

Nous espérons que l'Académie royale de Belgique, après avoir posé ce nouveau jalon dans sa glorieuse histoire, contribuera toujours de plus en plus au progrès de la société et au développement de la civilisation.

NORVÈGE.

Académie des Sciences et des Lettres, Christiania.

A l'Académie royale de Belgique,

L'Académie des Sciences et des Lettres à Christiania.

De la part de l'Académie des Sciences et des Lettres à Christiania, au nom de la science et de la nation norvégiennes, vous recevez aujourd'hui les félicitations et les hommages les plus chaleureux. En Norvège, on devine instinctivement ce qu'a été votre Académie à la nation belge. Notre histoire à nous a empreint dans nos âmes la leçon profonde que sans vie scientifique il n'y a pas de conscience nationale. Votre Académie est née au moment où votre nation, ainsi que la nôtre, a commencé de sortir d'une longue léthargie; elle a concouru aux progrès de votre civilisation nationale; au travers de combats et de douleurs elle s'est identifiée au rétablissement de votre pays héroïque; sa vie nouvelle est le symbole de la force indomptable de votre esprit national; la gloire de votre Académie vivra éternellement comme la gloire de votre patrie.

(*s.*) W.-C. Brögger,
Président.

(*s.*) Axel Johannessen,
Secrétaire général.

Christiania, Mai 24, 1922.

NOUVELLE GALLES DU SUD.

Société linéenne de la Nouvelle Galles du Sud, Sydney.

The Linnean Society of New South Wales offers hearty congratulations to the *Académie royale de Belgique* on the occasion of its one hundred and fiftieth anniversary, hoping that the celebration may be most successful and that the Academy may look forward to a long period of undisturbed prosperity.

A. B. WALKOM
Secretary.

PAYS-BAS.

Société hollandaise des Sciences, Haarlem.

A l'Académie royale de Belgique.

La Société hollandaise des Sciences est heureuse de pouvoir vous adresser ses cordiales et très sincères félicitations à l'occasion de la fête mémorable à laquelle vous lui avez fait l'honneur de l'inviter. Pendant la longue période sur laquelle s'étendent vos souvenirs, votre Académie a été le centre de la vie scientifique de la Belgique, restant fidèle à sa tâche élevée même dans des temps peu propices aux recherches scientifiques. Les Quetelet, les Stas, les Plateau — et combien de noms illustres ne pourrait-on pas ajouter aux leurs! — lui ont donné une gloire impérissable, et c'est avec un bien profond respect que nous pensons maintenant à ces hommes qui appartiennent non pas à la Belgique seule, mais au monde entier.

La Société hollandaise des Sciences espère vivement que le développement futur et la prospérité de votre beau et grand pays se reflétera dans vos travaux et qu'il vous sera donné d'avoir une part de plus en plus importante au progrès scientifique.

Le Conseil de la Société hollandaise des Sciences :

(*s.*) N. RÖELL,
Président.

(*s.*) H.-A. LORENTZ,
Secrétaire.

Haarlem, le 22 mai 1922.

Maatschappij der nederlandsche Letterkunde, te Leiden.

Veuillez présenter à l'Académie royale nos félicitations sincères et les vœux de prospérité que nous inspire l'anniversaire de cette illustre institution.

C. SERRURIER,
Secrétaire.

POLOGNE.

Académie Polonaise, Cracovie.

Praestantissimae Academiae Regiae Belgicae,
Academia Polonorum.

S...,

Academiae Belgicae praeclarissimae, cuius natalicia centesima et quinquagesima piis animis labores et merita maiorum recolentes, nunc celebraturi estis, obsequia et venerationem per legatos exprimi voluimus et vota nostrae Academiae insuper aduingimus, nomine universae Poloniae omnia fausta Vobis deprecantes. Perinde vero atque nostra scientiarum cultui addicta Societas, Vestra quoque Academia auctoritate et auspiciis principum alienigenarum condita est, nihilominus tamen id semper et enixe curavit, ut litteras et scientias in Belgiae terris propagaret, patriam historiam illustraret, commoda suae gentis promoveret. Quibus quidem studiis optime de generis humani universitate atque artium et scientarium universo profectu meriti estis, ita ut nomina clarorum Vestrae Academiae sociorum per totum orbem maximo cum honore commemorarentur. Liceat saltem ex defunctorum coetu illustri tales viros ut Quetelet, Laveleye, Van Beneden, Willems hic nominare. Turbas et calamitates modo praeteritorum annorum una cum reliquis terrae Vestrae incolis inperterritis profecto pertulistis animis omnesque libertatis

honestatis amantes homines aequa summaque imbuistis admiratione. Quo magis insigni caritate erga Vos affecti solemnitatem Vestram sinceris prosequimur votis, ut ex laboribus Vestris integro cum ardore resumptis fructus capiatis quam uberrimos ad maiorem gloriam Vestrae Academiae et patriae generisque humani salutem et prosperitatem.

Valete!

Dabamus Cracoviae mense maio A. D., 1922.

(*s.*) Stanislas Wróblewsky,
Secretarius generalis.

(*s.*) Kazimierz Morawsky,
Praeses.

Société des Sciences, Varsovie.

A l'illustre Académie royale de Belgique.

La Société des Sciences de Varsovie prie l'Académie royale de Belgique de vouloir bien accepter en ce jour de son cent-cinquantième jubilé ses respectueux hommages et vœux pour son glorieux développement au profit des sciences et de l'humanité.

Le Président,
(*s.*) Jan Kochanowski.

Le Secrétaire général,
(*s.*) Kazimierz Stodykwo.

Varsovie, Mai 1922.

ROUMANIE.

Académie Roumaine.

Bucarest, 24 avril 1922.

De loin comme de près, nous suivons avec le plus vif intérêt vos travaux et, tout en vous envoyant nos plus sincères salutations pour votre activité d'un siècle et demi, nous formons les vœux les plus sincères pour une prospérité plusieurs fois séculaire de l'Académie royale de Belgique, notre sœur aînée.

Le Secrétaire général,
J.-C. Negruzzi.

RUSSIE.

Académie des Sciences, Petrograd.

A l'Académie royale de Belgique.

Quand les traditions scientifiques du grand XVII^e^ siècle passèrent au XVIII^e^, les questions d'organisation du travail des savants occupèrent l'Europe entière. Des Académies furent fondées — ces grandes institutions scientifiques, que nous voyons si vivantes et actives au XX^e^ siècle. Les savants belges concoururent de bonne heure à ce travail : un petit cercle de savants et de lettrés jeta les premières et modestes fondations du grand et bel édifice de l'Académie royale de Belgique. Cette petite Société littéraire embrassait déjà par ses travaux « tous les objets de la science comme tous les genres de la littérature ». L'idée féconde et maintenant à jamais acquise pour l'humanité de l'union intime des sciences et des lettres fut certainement la cause de la prospérité et des beaux succès de l'Académie royale de Belgique, qui compte des classes des sciences, des lettres et des beaux-arts. Guidée par des hommes illustres, dont les noms appartiennent à l'histoire de la science, l'Académie royale de Belgique a noblement poursuivi la course du flambeau — cette course qui est la vie de la science.

L'Académie des Sciences de Russie est heureuse de pouvoir adresser aujourd'hui ses sincères félicitations à l'Académie royale de Belgique, en lui souhaitant de continuer ses belles et importantes contributions au travail scientifique de toutes les nations, si essentiellement important au bonheur et à la prospérité de l'humanité.

Le Vice-Président,
(*s.*) W. VERNADSKY.

Le Président,
(*s.*) A. KARPINSKY.

Le Secrétaire perpétuel,
(*s.*) SERGE D'OLDENBURG.

30 avril 1922.

SUÈDE.

Académie suédoise des Sciences, Stockholm.

A l'Académie royale des sciences,
des lettres et des beaux-arts de Belgique.

C'est avec un grand plaisir que l'Académie suédoise des Sciences accepte votre invitation de se faire représenter aux fêtes de votre cent-cinquantième anniversaire et de participer aux hommages et aux félicitations nombreuses qui, à cette occasion, vous parviendront sans doute de toutes les parties du monde civilisé.

Grands et importants sont les services que pendant cette époque mémorable l'Académie belge a su rendre à la science et à la culture humaine. Riches et féconds sont les flots de la vérité qui de cette source abondante se sont répandus autour du monde.

Ayant depuis plus d'un siècle entretenu avec vous des rapports réguliers et suivant avec un vif intérêt vos recherches scientifiques, notre Académie espère que les liens sympathiques qui nous unissent seront de plus en plus fortifiés.

C'est avec une légitime fierté que l'Académie belge peut jeter un regard en arrière sur son développement continuel pendant ces quinze décades d'activité sans relâche, qui sont un heureux présage pour la période nouvelle qui commence dès à présent.

Puisse l'Académie belge, en se souvenant de ses victoires glorieuses dans le domaine de la science, des lettres et des arts, toujours continuer son activité mondiale pour les générations de l'avenir et toujours occuper la même situation auguste et honorée qui lui est justement due à son jubilé d'aujourd'hui!

En mémoire du passé et avec des souhaits chaleureux pour un glorieux avenir, l'Académie suédoise envoie à votre illustre Académie son salut et ses hommages.

Au nom de l'Académie royale des Sciences :

(*s.*) Chr. Aurivillius. (*s.*) Gerard De Geer.

Stockholm, le 10 mai 1922.

SUISSE.

Société helvétique des Sciences naturelles, Berne.

La Société helvétique des Sciences naturelles,
à l'Académie royale de Belgique.

La Société helvétique des Sciences naturelles, répondant à l'invitation de votre illustre corporation, a chargé l'un des anciens membres du Comité central de la représenter à la célébration du cent-cinquantième anniversaire de la fondation de l'Académie royale de Belgique, mais elle participe tout entière, par la pensée et le cœur, à cette solennelle manifestation. La Société helvétique des Sciences naturelles n'oublie pas, en effet, que si, en 1915, elle put, à Genève, commémorer le centenaire de sa fondation, dans le calme relatif de la neutralité helvétique inviolée, elle bénéficiait d'un privilège providentiel.

Aussi veut-elle, aujourd'hui que la liberté, indispensable au développement normal des lettres et des sciences, est rendue à la Belgique héroïque, s'associer pleinement à votre joie.

Un siècle et demi de talent et de travail acharné a fait connaître au monde le splendide effort de vos lettrés et de vos savants. La Société helvétique des sciences naturelles ne peut parler que de ces derniers. Ce serait banalité et pédanterie que d'énumérer les services rendus à la science par les plus illustres de vos prédécesseurs, mais puisqu'il échoit à un biologiste de représenter la science suisse à vos fêtes, il ne sera pas hors de propos de rappeler ce que la biologie doit à l'œuvre d'un de vos mathématiciens, l'illustre Quetelet, dont s'inspirent encore aujourd'hui les travaux des statisticiens, des généticistes et des sociologues.

Cet esprit de large compréhension des phénomènes de la nature se retrouve dans les travaux si connus et si variés des biologistes de votre Académie. En consultant vos listes, on fait, en quelque sorte, le tour complet de la biologie contemporaine, de la cytologie à l'anatomie normale, de la physiologie à l'immunité, de la génétique des protistes et des mousses, à la phylogénie paléontologique.

Consciente de ce que tant d'hommes illustres ont donné à la science et à l'humanité, la Société helvétique des Sciences naturelles apporte à sa sœur de Bruxelles l'hommage des savants suisses. Elle y joint les vœux affectueux qu'elle forme pour la prospérité toujours croissante de l'Académie royale de Belgique.

Le Secrétaire,
(*s.*) Prof^{r}-D^{r} E. Hugi.

Le Président,
(*s.*) Prof^{r} Ed. Fischer.

Le Délégué,
(*s.*) R. Chodat.

Berne, le 18 mai 1922.

Naturforschende Gesellschaft, Zürich.

Zurich, den 14 mai 1922.

Die Naturforschende Gesellschaft Zurich schickt der Belgischen Akademie die besten Wünsche für das Gelingen dieser Feier und für die Tätigkeit der Akademie in der Zukunft.

Wir werden uns glücklichs schätzen, mit der Belgischen Akademie die wissenschaftlichen Beziehungen wie bis heute auch weiterhin pflegen zu können.

Prof.-Dr. W. Frei,
Präsident.

SYRIE.

Académie Arabe, Damas (Syrie).

Damas, le 11 mai 1922.

Monsieur le Secrétaire perpétuel
de l'Académie royale de Belgique.

L'Académie Arabe de Damas est vivement touchée de voir votre Académie royale de Belgique célébrer son cent-cinquantième anniversaire le 24 mai 1922. Elle vous remercie infiniment de lui avoir

fait l'honneur de l'inviter à participer aux solennités pompeuses auxquelles assistera sans aucun doute l'élite des savants et des gens de lettres du monde entier. Elle saisit la joyeuse occasion de cette heureuse fête pour présenter ses chaleureuses félicitations à votre honorable Académie royale et regrette beaucoup de ne pouvoir s'y faire représenter par une délégation officielle. Elle souhaite à votre Assemblée un avenir plein de succès afin de continuer comme par le passé à rendre de grands services à la science et à l'intelligence.

Veuillez agréer, Monsieur le Secrétaire perpétuel, l'assurance de ma très haute considération.

Le Président de l'Académie Arabe,
(*s.*) M. KURD-ALY.

BELGIQUE.

Académie royale flamande, Gand.

De Koninklijke Vlaamsche Akademie
aan de « Académie royale de Belgique ».

De *Koninklijke Vlaamsche Akademie* brengt hulde aan de *Académie royale de Belgique*, ter gelegenheid der viering van hare honderd vijftigste verjaring.

De *Koninklijke Vlaamsche Akademie* herinnert zich nog zeer goed, en zulks met de meeste erkentelijkheid, dat de *Académie royale de Belgique* haar in 1911, bij de plechtigheid van haar vijf-en-twintig jarig bestaan, bij monde van den heer H. PIRENNE, de hartelijkste gelukwenschen heeft toegestuurd. Het adres haar aangeboden wees op het werk dat onze jonge Akademie reeds had voortgebracht, en er werd nadruk gelegd op de volgende woorden in dat adres : « Dat het niet was met gevoelens van naijver, maar van gerechten wedijver dat de *Academie royale de Belgique* zich door de stichting van de *Koninklijke Vlaamsche Akademie* verheugde ter verheerlijking van het gemeenschappelijk vaderland. » Deze edele woorden maakt nu de *Koninklijke Vlaamsche Akademie* tot de hare en zij drukt op hare beurt den vurigen wensch uit dat beide Academiën nog lange jaren

door haar wetenschappelijke werk dezen vredelievenden strijd mogen voortzetten ten bate van het hoogere geestesleven van Walen en Vlamingen in ons geliefd Vaderland.

Namens de Koninklijke Vlaamsche Academie :

De Onderbestuurder,
(*s.*) Dr L. Goemans.

De Bestuurder,
(*s.*) O. Wattez.

De Bestendige Secretaris,
(*s.*) Edw. Gailliard.

Gent, den 17 Mei 1922.

Société Scientifique, Bruxelles.

A Monsieur le Président et à Messieurs les Membres de l'Académie royale de Belgique.

A l'occasion du cent-cinquantième anniversaire de la fondation de votre Compagnie, la Société Scientifique de Bruxelles est heureuse de pouvoir vous apporter ses félicitations et ses vœux. Elle a toujours compté dans son sein de nombreux membres appartenant à votre illustre corporation; fière de ces liens de confraternité, elle vous offre l'hommage de son admiration pour votre rôle si honorable à la Belgique. Travaillant elle-même au progrès et à la diffusion des sciences, elle souhaite que fleurisse et prospère à jamais votre savante Institution.

Au nom du Conseil de la Société Scientifique de Bruxelles :

Le Président,
(*s.*) Arm. Renier.

Bruxelles, le 24 mai 1922.

Société libre d'Émulation de Liége.

L'Académie royale de Belgique fêtant actuellement son cent-cinquantième anniversaire, cet événement considérable pour tout qui s'intéresse en Belgique aux sciences, aux arts et à la littérature nous est également une occasion, saisie avec joie, de lui exprimer toute

notre sympathie et les vœux que nous formons pour que cette date ne soit pour elle que le début d'une ère plus longue et plus prospère encore, et tout aussi féconde en travaux remarquables.

La Société libre d'Émulation de Liége s'incline avec émotion devant l'Académie royale!

Comme celle-ci, ne possède-t-elle pas également un passé qui remonte loin : à cette année 1779, où, sous les auspices d'un prince éclairé, elle vit le jour dans la capitale de la petite principauté de Liége?

Depuis, elle se développa harmonieusement, acquérant un local, organisant des séances publiques d'encouragement aux lettres, aux sciences, aux arts et à l'industrie, des concerts, des conférences, et enfin mettant même sur pied un cercle choral.

Longtemps elle publia un bulletin qui contient de très intéressantes études et notices. Elle distribua de nombreux prix aux mémoires couronnés par ses soins et, groupant de cette manière tous les intellectuels des bords de la Meuse, elle leur permit d'entrer en contact direct avec ceux du reste de la Belgique ou des pays voisins.

Les événements de 1914-1918 ont été funestes pour l'« Émulation ».

Le 20 août 1914, son local devint la proie des incendies ordonnés par les Allemands : ses collections, sa bibliothèque, son médaillier perdus ou brûlés, tel est pour elle le bilan de cette fatale nuit.

Mais notre groupement ne restera point écrasé sous le poids de ses malheurs. Il reconstruira son local, il reprendra sa place parmi les sociétés savantes qui, sous l'égide de l'Académie royale et à son exemple, unissent les artistes, les amis des sciences et des lettres de Belgique.

En réitérant ici à l'Académie royale, ses vœux, à l'occasion de son cent-cinquantième anniversaire, c'est l'espoir de pouvoir continuer à l'avenir sa collaboration à un programme commun qu'entend exprimer la Société libre d'Émulation, tout en offrant à l'Académie royale et à ses membres l'hommage de ses sentiments de cordiale confraternité.

Le Secrétaire, — *Le Président,*

(*s.*) Chev. A. DE MÉLOTTE. — (*s.*) DIGNEFFE.

Liége, le 24 mai 1922.

Séance du samedi 3 juin 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur ;* A. Gilkinet, Ch. Lagrange, J. Deruyts, A. Gravis, Max Lohest, Fr. Swarts, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, Ch. Julin, E. Marchal, J. Bordet, Ed. van Aubel, *membres ;* M. Stuyvaert, Th. De Donder, P. Fourmarier, V. Grégoire, *correspondants*, et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Massart, Stroobant, Lecointe, Nolf, membres ; Brachet, Van der Stricht et Dony-Hénault, correspondants.

M. Saltikow, professeur à l'Université de Kharkof, assiste à la séance ; M. le Directeur lui souhaite la bienvenue.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts annonce que l'Observatoire royal est autorisé à collaborer à l'exécution du projet de travaux géodésiques au sujet desquels l'Académie a émis un avis favorable.

Le Comité organisateur du treizième Congrès géologique international invite l'Académie à se faire représenter à sa réunion, par un ou plusieurs délégués. La Classe désigne MM. Lohest, Rutot, Cornet et Fourmarier.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Vue d'ensemble sur les machines à calculer, par Maurice d'Ocagne.

Détermination de l'équation séculaire de la Terre dans la théorie d'Arrhenius, par Émile Schwoerer.

Flore fossile des psammites du Condroz (Dévonien supérieur), par Alfred Gilkinet.

Plantes fossiles de l'argile plastique d'Andenne, par Alfred Gilkinet.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET. — ÉLECTION.

M. J. Hadamard est élu associé de la Section des sciences mathématiques et physiques.

RAPPORT.

De M. Cl. Servais sur un travail de M. Casteels : *Études sur la génération des cubiques planes*. — Conformément aux conclusions du rapporteur, la Classe vote l'impression de ce travail dans les *Mémoires* in-8°.

JURY DU PRIX FR. DERUYTS.

M. Demoulin, sur sa demande, est remplacé, comme premier Commissaire, par M. Stuyvaert.

CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES.

(Session du 25 au 29 juillet 1922.)

La Classe se rallie aux deux propositions présentées par le Japon :

1. *That the Research Council hopes that when request is made by one of the adhering Countries to another to exchange geophysical and astronomical data obtained either by obser-*

vations or determinations or recorded by instruments, such request may by complied with.

2. *That the section of Medical Sciences of the contemplated International Union of Biological Sciences shall be independently developed into an international Union of Medical Sciences and a special committee be appointed for the purpose of drafting the Statutes of the new Union.*

Elle décide de repousser les deux propositions présentées par la Suède :

1. *That the Statutes of the International Research Council be altered as soon as possible so as to permit of the admission of all Nations to the Council and its Unions.*

2. *That by an alteration in the rules for voting the small Nations may obtain a somewhat more favourable position in that Council.*

La Classe examine ensuite les deux propositions présentées par les États-Unis :

1. *That in order to secure effective cooperation between the International Research Council and the separate* Unions, *and further to develop local interest in International and Scientific affairs, it is advisable that, while retaining the legal seat of the international Research Council at Brussels the executive Committee be authorised to arrange for the holding of the triennial meetings at such places as may seem most advantageous.*

2. *That the International Research Council should organise International research projects requiring the cooperation of men representing several branches of sciences. They suggest investigation of the energy supply of the world (fuel, solar energy, etc.) as a promising field of research.*

Pour ce qui concerne la première, elle décide de défendre le maintien intégral de l'art. 2 des Statuts (prescrivant que les Assemblées générales se tiendront à Bruxelles); elle se rallierait éventuellement à une modification de l'art. 15, permettant de

tenir les Assemblées générales *extraordinaires* à l'endroit qui paraîtra le plus avantageux.

Quant à la seconde proposition, la Classe s'y rallie pour autant qu'il s'agira d'entreprendre des recherches d'ordre purement scientifique. Elle se déclare favorable à une collaboration scientifique internationale en matière de recherches sur l'utilisation de l'énergie prise comme exemple, mais hostile à une collaboration de ce genre dans le but de faire des travaux statistiques d'ordre économique.

La Classe décide que ces diverses résolutions seront communiquées aux délégués belges auprès du Conseil international de Recherches.

L'Académie prend ensuite connaissance des résolutions prises par l'Assemblée plénière des Comités nationaux, relativement à la réunion prochaine du Conseil international de Recherches. Elle se rallie au vœu de cette Assemblée, priant le Gouvernement : 1° de procéder le plus rapidement possible à la constitution du Conseil national de Recherches, conformément au projet élaboré de commun accord entre les délégués de l'Académie et le Département des Affaires économiques ; 2° d'allouer aux Comités nationaux existants les ressources nécessaires à leur fonctionnement efficace.

CHOIX D'UNE LECTURE POUR LA SÉANCE PUBLIQUE.

M. Dony-Hénault sera prié de faire la lecture d'usage.

TRAVAUX SOUMIS A L'EXAMEN.

Sur les surfaces de quatrième ordre possédant six points doubles biplanaires ordinaires, par L. Godeaux. — Renvoi à M. Stuyvaert.

M. van den Bossche adresse des compléments à ses communications précédentes ; sur la proposition de M. Ch. J. de la Vallée Poussin, ils seront simplement déposés aux archives.

Chimie. — Sur le trifluorméthylcyclohexane,

par Fréd. SWARTS, membre de l'Académie.

En 1920 (*), j'ai annoncé l'obtention du trifluorméthylcyclohexane $CFl_3.C_6H_{11}$, par hydrogénation catalytique du trifluortoluène, en présence du noir de platine. J'ai donné quelques-unes de ses constantes physiques, réservant à plus tard l'étude de ses propriétés chimiques.

Pour compléter les données relatives à des propriétés physiques, j'ajouterai que je dois à l'obligeance de M. J. Timmermans la détermination de son point de solidification : celui-ci est de $\begin{pmatrix} -103°4 \\ -103°5 \end{pmatrix}$. Les deux déterminations ont été faites avec deux thermomètres différents.

La résistance du chainon CFl_3 à l'hydrolyse dans le trifluorméthylcyclohexane est exceptionnelle : elle est encore plus grande que dans le trifluortoluène. Alors que ce dernier, chauffé à 180° avec de l'acide bromhydrique fumant, se transforme quantitativement en acide benzoïque après 48 heures (**), j'ai constaté que dans les mêmes conditions l'hydrolyse de $C_6H_{11}.CFl_3$ est insignifiante.

6 grammes de $C_6H_{11}.CFl_3$ ont été chauffés pendant 80 heures à 180° avec 26 grammes d'une solution d'acide bromhydrique de densité 1.783 et $1^{gr}01$ de silice amorphe, celle-ci étant ajoutée pour fixer l'acide fluorhydrique formé.

Le tube de verre fut légèrement attaqué.

A l'ouverture, pas de pression. Le contenu du tube fut agité à plusieurs reprises avec de l'éther; la solution éthérée, traitée à refus par l'eau pour lui enlever l'acide bromhydrique dissous,

(*) *Bull. de l'Acad. royale de Belgique*, 1920, p. 399.
(**) *Ibid.*, 1920, p. 389.

fut titrée par la soude. Elle renfermait 0.00127 équivalent-gramme d'acide. En acidifiant par H_2SO_4 et en épuisant par l'éther j'ai obtenu 0gr165 d'acide hexahydrobenzoïque, quantité correspondante au titre acidimétrique. L'hydrolyse n'avait donc affecté que 3 % du trifluorméthylcyclohexane mis en œuvre.

En solution alcoolique, $C_6H_{11}.CFl_3$ n'est attaqué ni par la soude, ni par l'amalgame de sodium.

Bromuration. — A froid et même à sa température d'ébullition, $C_6H_{11}CFl_3$ n'est attaqué par le brome qu'avec une extrême lenteur; la bromuration doit se faire en vase clos et, même dans ces conditions, la réaction n'est guère rapide. Lorsqu'on fait agir une molécule-gramme de brome sur une molécule-gramme de $C_6H_{11}.CFl_3$, il faut dix-sept jours pour que la réaction soit achevée à 108°, septante heures à 130°.

Le dérivé monobromé d'abord formé est bromé plus rapidement que $CFl_3.C_6H_{11}$ lui-même; il en résulte qu'on retrouve toujours une certaine quantité de trifluorméthylcyclohexane inaltéré et que le produit obtenu est assez complexe : y prédomine le dibromtrifluorméthylcyclohexane.

J'ai fractionné par distillation, d'abord sous la pression atmosphérique, pour séparer l'hydrocarbure fluoré inaltéré, puis sous pression réduite. Sous 30 millimètres, les produits bromés distillent en presque totalité de 90° à 130°; il reste un faible résidu qui passe à la distillation entre 145° et 155° sous 20 millimètres.

La fraction distillant de 90° à 110° peut être rectifiée sous la pression atmosphérique; rectifiée à l'aide d'une petite colonne Vigreux, elle m'a donné un produit bouillant à 177°-178°, le monobromtrifluorméthylcyclohexane.

Analyse.	0gr9021 de substance ont donné			0gr7317 AgBr.
	Calculé pour	$C_6H_{10}Br.CFl_3$	Br	34.60 %
	Trouvé			34.50

Le bromtrifluorméthylcyclohexane est un liquide incolore, peu altérable à la lumière, d'une odeur pénétrante et que je ne suis pas parvenu à congeler à — 70°. Sa densité à 16° est de 1.561.

En rectifiant, sous pression réduite, la fraction 110°-130°, j'ai isolé un produit à point d'ébullition sensiblement constant de 120°-122° sous 30 millimètres et qui se laisse distiller sous la pression atmosphérique à 218°-220°, avec très légère décomposition.

C'est le dibromtrifluorméthylcyclohexane.

Analyse.	0gr6601 de substance ont donné		0gr8006 AgBr
	0gr6551 —	—	0gr7912 AgBr
	Calculé pour	$CFl_3C_6H_9Br_2$	51.55
	Trouvé		51.61 — 51.39.

Ce dibromtrifluorméthylcylohexane est liquide, se prend à — 80° en un verre qui ne cristallise pas, même à la longue. Sa densité à 17° est de 1.912.

Le produit distillant vers 150° sous 20 millimètres n'a également pu être obtenu à l'état cristallin. Il bout avec légère décomposition à 260-265° sous la pression atmosphérique. Un dosage de brome a permis de l'identifier comme un tribromtrifluorméthylcyclohexane.

0gr5405 de substance ont donné		0gr7814 BrAg.
Calculé pour	$C_6H_8Br_3CFl_3$	61.91 %
Trouvé		61.54 %

N'en ayant obtenu qu'un peu plus d'un gramme, je n'ai pu l'étudier davantage.

Les fractionnements ayant dû être faits sur des quantités de matière assez faibles, les fractions à point d'ébullition intermédiaire furent nécessairement assez importantes et je n'ai pu isoler des masses assez considérables des différents produits pour déterminer avec précision leurs constantes physiques.

Les analyses faites démontrent néanmoins une pureté satisfaisante, mais je ne saurais écarter l'hypothèse que les corps que j'ai isolés et analysés sont constitués par des mélanges d'isomères, de fractionnement difficile.

La bromuration en présence d'un grand excès de brome et à température élevée donne lieu à une réaction toute différente : il y a soustraction d'hydrogène, avec bromuration concomitante du dérivé aromatique formé, en même temps que le chaînon CFl_3, fixé dorénavant sur un anneau aromatique, est attaqué par HBr en présence du verre et se transforme en carboxyle, ainsi que j'ai eu l'occasion de le signaler déjà à maintes reprises.

J'ai chauffé pendant treize jours à 170°, 7^{gr}5 de trifluorméthylcyclohexane avec 64 grammes de brome; le tube était ouvert de temps à autre pour évacuer l'acide bromhydrique formé.

Après treize jours le brome n'avait pas complètement disparu, mais une prolongation de la chauffe ne provoqua plus qu'une formation négligeable d'acide bromhydrique.

Le tube était rempli d'un magma cristallin. J'ai épuisé par le chloroforme, qui laissa un résidu formé de fluosilicates. Après avoir enlevé le brome à la solution chloroformique par $NaHSO_3$, j'ai agité avec une solution de soude caustique. La solution alcaline précipita abondamment par addition de H_2SO_4.

En soumettant le précipité à une série de fractionnements par cristallisation, j'en ai extrait deux acides dibrombenzoïques fusibles, l'un à 158°, l'autre à 233°.

Ce dernier est l'acide 3.4; le premier, l'acide 2.5.

Après agitation avec la soude, il reste dans la solution chloroformique un produit très peu volatil, bouillant vers 310°, mais que j'ai obtenu en quantité trop faible pour pouvoir l'identifier.

L'action du brome, à température élevée sur $C_6H_{11}.CFl_3$, est donc analogue à celle que MM. Botroux et Tabany ont observée sur le méthylcyclohexane, lorsqu'ils opérèrent en présence

de $AlBr_3$ (*). Elle s'en distingue par le fait que la présence du chainon CO_2H, due à une réaction secondaire, ne favorise pas la substitution profonde; car, tandis que MM. Botroux et Tabany obtinrent du pentabromtoluène, dans la réaction que j'ai étudiée, la substitution n'a affecté que deux des cinq atomes d'hydrogène de l'acide benzoïque.

J'ai également essayé la déshydrogénation de $C_6H_{11}.CFl_3$ par oxydation à l'aide de $KMnO_4$ en solution neutre.

17 grammes du trifluorméthylcyclohexane ont été chauffés au reflux pendant vingt jours avec 590 centimètres cubes d'une solution de $KMnO_4$ à 5 %. La décoloration obtenue, j'ai distillé jusqu'à ce que plus rien ne fût entraîné par la vapeur d'eau. J'ai obtenu 13^{gr}75 de liquide insoluble dans l'eau, que j'ai agité à froid pendant trois heures avec de l'acide nitrique de densité 1.5. Après précipitation par l'eau et lavage au carbonate de sodium, le produit fut rectifié. Il passa à la distillation à 106°-107°, sans laisser trace de résidu. L'absence complète de dérivé nitré démontre qu'il ne s'était pas formé de toluène trifluoré.

Le permanganate provoque une destruction totale selon l'équation

$$C_6H_{11}.CFl_3 + 18O = 7CO_2 + 3HFl + 4H_2O,$$

comme l'a démontré l'analyse de la solution aqueuse.

En y dosant le fluor, j'ai obtenu 0,0154 mol. gr. de $CaFl_2$, soit 0,0309 at.-gr. de fluor, correspondant à 0,0103 mol.-gr. de $C_6H_{11}.CFl_3$; d'autre part, le dosage de CO_2 m'a fourni 0,0753 mol.-gr. Les quantités d'ions Fl et de CO_2 sont donc très sensiblement dans le rapport de 3 à 7, comme l'exige l'équation proposée.

Si la quantité de $C_6H_{11}.CFl_3$ non retrouvée (3^{gr}25, soit 0,02 mol.-gr.) est supérieure à 0,0103 mol.-gr., il faut remarquer qu'il était inévitable que dans une opération faite sous

(*) *Bull. de la Soc. chim. de France* [4] 9, p. 595.

reflux et ayant duré vingt jours, une petite quantité de ce corps se soit évaporée.

* *
*

J'ai cherché à transformer le bromtrifluorméthylcyclohexane en hexanol correspondant, afin de le comparer à l'hexanol obtenu par hydrogénation du m. trifluorcresol, et que je décrirai prochainement. A cet effet, je l'ai chauffé en vase clos avec de l'eau et de l'oxyde de mercure. Après 36 heures de chauffe ce dernier a disparu; il s'est fait une abondante cristallisation de $HgBr_2$.

En décantant et par rectification après dessiccation, j'ai isolé, non du trifluorméthylcyclohexanol, mais du *trifluorméthylcyclohexène*, distillant de 104° à 107°. Une deuxième rectification fournit un produit plus pur, distillant de 104°5 à 105°5.

Je l'ai identifié en le traitant par une solution titrée de brome, auquel il se combine immédiatement.

0gr7575 de substance ont absorbé		0gr801 Br
Calculé pour	$CFl_3.C_6H_9$	0gr808

Le trifluorméthylcyclohexène est un liquide mobile, ayant l'odeur caractéristique des hydrocarbures de ce groupe; sa densité à 16° est de 1.127. Mais j'en ai obtenu trop peu pour pouvoir garantir sa pureté; son produit d'addition au brome bout à 219-220°, sans décomposition sensible.

J'ai obtenu également du trifluorméthylcyclohexène en réduisant par le zinc en milieu alcoolique le dibromtrifluorméthylcyclohexane obtenu par bromuration.

J'ai utilisé à cet effet 30 grammes d'un produit distillant entre des limites de température assez étendues : 214-222°. Il fut dissous dans 30 grammes d'alcool et additionné peu à peu d'un excès de zinc en poudre ; l'élévation de température provoquée par l'introduction du zinc est insensible. J'ai chauffé sous reflux pendant trois heures au bain-marie, puis abandonné pen-

dant trois jours en appareil clos. Le contenu du ballon fut rectifié au bain d'huile à la colonne Vigreux. Le thermomètre s'établit à 74°4; il distille un mélange homogène à tension de vapeur minima renfermant tout le cyclohexène, puis passe de l'alcool pur.

Entre 74°3 et 75° (à peu près entièrement à 74°4), j'ai recueilli 22 grammes de liquide, qui, précipités par 50 centimètres cubes H_2O, ont donné 12^{gr}65 de cyclohexène.

De 75° à 78°5 j'ai recueilli 6^{gr}5 de liquide, qui, par addition d'eau, ont fourni 0^{gr}95 de cyclohexène. Au delà le distillat ne précipite plus par l'eau.

Le mélange à tension de vapeur minima renferme donc 57.5 % de $C_6H_9.CFl_3$.

Le rendement en cyclohexène fut de 13^{gr}6 ; théoriquement j'aurais dû recueillir 14^{gr}5. Si l'on tient compte des pertes inévitables qu'entraînent la distillation, la précipitation et la décantation, on reconnaît que le dibromtrifluorméthylcyclohexane obtenu par bromuration de $C_6H_{11}.CFl_3$ se transforme quantitativement en cyclohexène.

Le cyclohexène que j'ai obtenu, rectifié sur P_2O_5 en chauffant au bain d'huile (T = 140°), bout intégralement de 104°7 à 104°9 (barom. 762^{mm}). Sa densité à 0° est de 1.1368, à 16° de 1.1194.

Il a été identifié par fixation de brome.

0^{gr}7240 absorbent 0^{gr}7685 Br
Calculé pour $CFl_3.C_6H_9$ 0^{gr}7693

La transformation quantitative de $C_6H_9Br_2.CFl_3$ en $C_6H_9.CFl_3$ démontre que les deux atomes de brome sont vicinaux et en position syn; l'un d'eux doit se trouver en 3 par rapport à CFl_3; je n'ai pas encore pu établir si le second est en 4 ou en 2.

D'autre part, la constance absolue du point d'ébullition paraît devoir faire exclure la présence de deux isomères.

Il en résulterait que le $C_6H_9Br_2.CFl_3$ mis en œuvre, quoique

recueilli par distillation entre des limites de température assez étendues, était cependant un corps pur.

L'hexène obtenu aux dépens du $C_6H_9Br_2.CFl_3$ a le même point d'ébullition que celui que j'ai isolé en soustrayant HBr à $C_6H_{10}Br.CFl_3$, mais la densité du second est un peu supérieure.

Comme je n'ai obtenu qu'une très petite quantité du dernier produit, je ne suis pas assez certain de son individualité pour pouvoir conclure que la différence de densité décèle un produit différent de celui que j'ai isolé aux dépens de $C_6H_9.CFl_3.Br_2$.

Nitration de $CFl_3C_6H_{11}$. J'ai nitré en tubes scellés à l'aide d'acide nitrique de densité 1.15, employant 6 parties d'acide pour 1 partie de trifluorméthylcyclohexane. L'opération a été faite à 130° ; la durée de chauffe a varié de 24 à 48 heures.

La pression développée est très considérable, la nitration s'accompagnant d'une oxydation destructive profonde, et quoique j'aie employé des tubes de qualité tout à fait supérieure (*), les éclatements furent assez fréquents.

> Lors de l'ouverture des tubes, l'anhydride carbonique fourni par oxydation reste en grande partie dissous dans le produit de nitration et se dégage tumultueusement, soit lorsqu'on agite le tube, soit lorsqu'on le renverse pour le vider; le volume de CO_2 ainsi dissous dans cinq grammes du produit de nitration peut atteindre plusieurs centaines de centimètres cubes, et il convient d'être très prudent dans la vidange des tubes.

Le verre est toujours légèrement attaqué.

En distillant le liquide insoluble dans l'eau, j'ai récupéré une certaine quantité de $C_6H_{11}.CFl_3$ inaltéré ; le produit de nitration fut isolé par rectification sous pression réduite. Il passe à la distillation entre 135° et 140° sous 40 millimètres.

Il peut être rectifié sans décomposition sous la pression atmosphérique et bout de 219° à 225°. Il est cependant préférable de faire les rectifications sous pression réduite, si l'on désire

(*) Ils m'ont été fournis par la maison E. Adnet, de Paris.

obtenir un produit tout à fait pur, et de chauffer au bain d'huile. En réunissant le produit de plusieurs opérations et en rectifiant très soigneusement j'ai obtenu un échantillon à point d'ébullition très constant de 124°5 sous 30 millimètres et distillant sous la pression atmosphérique entre 224° et 225°.

Le nitrotrifluorméthylcyclohexane est un liquide visqueux, à odeur assez peu prononcée. Sa densité à 16° est de 1.3154.

Analyse. 0gr2254 de substance ont donné 0.1031 H_2O et 0.3509 CO_2

		H	C
Calculé pour	$CFl_3.C_6H_{10}.NO_2$	5.12 %	42.62
Trouvé		5.00 %	42.44

Nitroéthane secondaire, il se dissout aisément dans les solutions aqueuses alcalines; son dérivé sodique est très soluble dans l'alcool.

Chauffé en vase clos avec HCl à 5 % à 130°, il ne se décompose que lentement : après 48 heures de chauffe, je n'ai trouvé que peu de résine; le produit a légèrement bruni, mais par distillation j'ai récupéré la presque totalité du nitroéthane inaltéré.

J'étudierai plus loin l'action de l'acide nitrique.

Le gaz qui se produit dans l'action de l'acide nitrique étendu sur le trifluorméthylcyclohexane est essentiellement constitué de CO_2 (52 % en volume), associé à de l'oxyde azoteux et de l'oxyde azotique (1.7 % en volume); il ne renferme pas de gaz fluorés, comme je m'en suis assuré en le faisant passer à travers un tube de terre fortement chauffé. Il ne se fit pas de $SiFl_4$. J'y ai trouvé 0.12 % d'oxyde de carbone.

La production d'une quantité aussi forte d'anhydride carbonique décelait une oxydation destructive profonde, dont j'ai cherché les produits dans la solution aqueuse. Celle-ci fut distillée à refus sous pression réduite, au bain-marie; à la fin de la distillation il se fait un dégagement de gaz assez important, avec

production d'une petite quantité de vapeurs rouges, décelant une oxydation du résidu de distillation par l'acide nitrique concentré.

Il reste un résidu visqueux, qui fut repris par l'éther, lequel le dissout en grande partie, laissant un résidu de fluosilicate. La solution éthérée, évaporée dans le vide, donna une masse très visqueuse, dans laquelle il apparut après quelques semaines de rares petits cristaux que j'ai reconnus plus tard être de l'acide succinique.

L'emploi d'autres dissolvants ne me fournit pas de meilleurs résultats; je n'obtins jamais que des produits visqueux, incristallisables.

Devant cette difficulté, j'ai redissous le produit dans l'eau; la solution, très acide et teintée de jaune, fut neutralisée par la baryte. Il se fit un précipité peu abondant, constitué surtout de fluosilicate de baryum; la solution filtrée fut évaporée dans le vide. Elle donna une masse gommeuse, se recouvrant de croûtes à cristallisation mal définie et soluble dans l'alcool, à un très faible résidu près.

La dissolution alcoolique ne cristallisant pas mieux, je l'ai traitée par l'éther en grand excès; j'obtins un précipité abondant, qui fut séché et analysé.

0gr3641 de substance ont donné 0gr2455 $BaSO_4$.

soit

39.60 % Ba.

Cette teneur en baryum correspond à un équivalent chimique de 104.9 pour l'acide, équivalent qui est très sensiblement celui de l'acide trifluorméthyladipique $CFl_3.C_4H_7(CO_2H)_2$ (poids moléculaire 214).

J'ai reconnu ultérieurement que cet acide est, en fait, un mélange plus complexe, et l'étude de ses différents constituants n'est pas encore terminée, mais je suis en mesure d'affir-

mer qu'il est essentiellement constitué d'acides bibasiques fluorés en C_6 et C_7, ces derniers prédominant.

Le sel de baryum, insoluble dans l'alcool, fut repris par l'eau bouillante, la solution aqueuse évaporée en partie, précipitée par H_2SO_4, puis agitée à plusieurs reprises avec de l'éther. J'en ai extrait ainsi quelques milligrammes d'acide succinique, que j'ai identifié (p. d. fus. 182.7°).

La production de cette petite quantité d'un acide en C_4 n'expliquait pas la formation si abondante de CO_2; d'autre part, l'absence de fluoroforme dans les produits gazeux de réaction, la corrosion relativement faible du verre indiquaient qu'il devait s'être formé un acide fluoré volatil, ayant distillé avec l'eau lors de l'évaporation.

J'ai repris l'opération en distillant la solution aqueuse, à la pression atmosphérique d'abord, puis sous pression réduite; j'ai assuré la condensation de la vapeur en refroidissant à l'aide de glace.

Le liquide distillé fut neutralisé par $BaCO_3$ en excès; après filtration, j'ai évaporé la solution sous pression réduite jusqu'à siccité et épuisé à plusieurs reprises le résidu par l'alcool. La solution alcoolique séparée du nitrate de baryum fut évaporée à sec; elle laissa un résidu, très hygroscopique, que j'ai repris par l'alcool absolu, pour séparer encore un peu de nitrate de baryum. L'évaporation sous l'exsiccateur fournit finalement un produit sec qui fut analysé.

0gr6551 de substance ont donné 0gr2482 $BaSO_4$.

Soit 37.87 %, teneur correspondant exactement à celle du trifluoracétate de baryum (37.79).

En chauffant le sel de baryum avec H_2SO_4 concentré, j'obtins d'ailleurs l'acide trifluoracétique lui-même, dont je pus préparer l'éther et l'amide.

L'histoire de cet acide sera l'objet d'un mémoire spécial. Je donne ci-dessous le rendement d'une opération effectuée

sur 60 grammes de trifluorméthylcyclohexane; la durée de chauffe fut de 30 heures, la température de 135°.

	Mis en œuvre 60 gr. =	0.395 mol.-gr.
Récupéré.	$12^{gr}1$ $CFl_3.C_6H_{11}$ soit	0.080 mol. gr.
Obtenu.	$16^{gr}2$ $CFl_3.C_6H_{10}.NO_2$ soit	0.093 mol.-gr.
	$12^{gr}35$ $(CFl_3CO_2)_2Ba$ soit	0.070 mol.-gr.
	$23^{gr}72$ ac. fixes	
	Soit, calculé pour $CFl_3.C_4H_7.(CO_2H_2)$,	0,111 mol.-gr.
	Résidu de distillation de 2 gr.	0.354 mol -gr.

La destruction de l'anneau hexagonal est presque certainement due à l'ouverture de l'anneau dans le dérivé nitré, lequel est sans doute le seul produit de réaction primaire. J'ai, en effet, obtenu l'acide trifluoracétique et l'acide trifluorméthyladipique en chauffant le dérivé nitré du trifluorméthylcyclohexane avec de l'acide nitrique étendu à 135°. J'ai mis en œuvre 16 grammes de $CFl_3.C_6H_{10}.NO_2$, répartis en deux tubes, et 40 centimètres cubes d'acide nitrique (D 1.15). Pour éviter l'éclatement des tubes, ceux-ci furent ouverts et refermés après 48 et 96 heures. Lors de la dernière ouverture j'ajoutai au contenu de chaque tube 7 centimètres cubes d'acide nitrique à 60 % pour remplacer l'acide disparu. Après 7 jours de chauffe le dérivé nitré avait presque intégralement disparu; j'en récupérai $1^{gr}928$. La solution aqueuse fut distillée dans les mêmes conditions que celles que j'ai décrites plus haut. J'obtins ainsi $7^{gr}82$ de trifluoracétate de baryum.

Le résidu non volatil, épuisé par l'éther, donna $5^{gr}39$ d'acides fixes. La portion insoluble dans l'éther pesait $0^{gr}41$. En l'extrayant par l'eau bouillante, j'ai isolée encore quelques milligrammes d'acide succinique.

Bilan.	Mis en œuvre 16 gr. $CFl_3.C_6H_{10}NO_2$ soit	0.081	mol.-gr.
	Récupéré. $1^{gr}92$, soit	0.01	mol.-gr.
	Obtenu. $7^{gr}82$ $(CFl_3CO_2)_2Ba$, soit	0.0432	mol.-gr.
	$5^{gr}39$ ac. fixes, soit	0.025	mol.-gr.
		0.0782	mol.-gr.

Il manque au bilan 0.0030 mg., soit 5 °/₀; les quelques milligrammes d'acide succinique formés ne suffisent pas à l'équilibrer, mais étant données les conditions dans lesquelles l'étude de la réaction a été faite, les pertes qu'entraînent la vidange des tubes et les imperfections des méthodes d'isolement, l'approximation peut être considérée comme satisfaisante.

1er juin 1922.

Laboratoire de chimie générale, Université de Gand.

CHIMIE. — **Sur l'acide trifluoracétique,**

par FRÉD. SWARTS, membre de l'Académie.

Dans l'étude systématique que j'avais entreprise des acides acétiques fluorés, j'avais jusqu'ici vainement cherché à obtenir l'acide trifluoracétique, dont l'étude, spécialement au point de vue physico-chimique, promettait quelque intérêt. C'est sans succès que j'avais tenté la substitution fluorée dans l'acide et l'éther difluorchloracétiques ainsi que dans l'acide dibromfluoracétique. Je n'avais pas été plus heureux en essayant de remplacer d'abord le chlore par l'iode dans le difluorchloracétate d'éthyle, dans l'espoir que l'iode se fût ultérieurement laissé substituer par le fluor plus aisément que le chlore. Après deux ans de contact avec de l'iodure de potassium, en solution alcoolique, le difluorchoracétat le d'éthyle était resté inaltéré. Un essai de préparation de l'acide difluorbromacétique par oxydation de C_2Fl_3Br (*) ne m'avait donné que des rendements trop faibles et il était illusoire de baser sur l'obtention de cet acide des tentatives de préparation de l'acide trifluoracétique.

D'ailleurs mes dernières recherches sur les dérivés fluobromés en C_2 (**) m'avaient démontré que dans cette série on ne réussit

(*) *Bull. de l'Acad. royale de Belgique.* Classe des sciences, 1899, p. 357.
(**) *Ibid.,* Classe des sciences, 1911, p. 586.

pas à remplacer un atome d'halogène par le fluor, lorsqu'il est déjà contigu à deux atomes de fluor. Aussi avais-je renoncé à poursuivre des tentatives dans cette voie.

L'oxydation du trifluorméthylcyclohexane par l'acide nitrique étendu vient de me permettre l'isolement de l'acide trifluoracétique (*), mais ce procédé de préparation n'était cependant pas des plus avantageux, l'obtention d'une quantité un peu importante de trifluorméthylcyclohexane étant laborieuse. De plus, l'obligation d'oxyder en tubes scellés sous des pressions très fortes limite les quantités de matière à mettre en œuvre et donne lieu à des pertes sérieuses par éclatement.

La production d'acide trifluoracétique par oxydation du nitrotrifluorméthylcyclohexane démontrait la possibilité d'obtenir cet acide aux dépens de composés cycliques portant un chaînon CFl_3 et suggérait l'idée de tenter la préparation aux dépens de la trifluortoluquinone $CFl_3C_6H_3O_2$, que j'espérais obtenir par oxydation de la trifluortoluidine; la préparation de cette dernière est facile (**).

J'ai oxydé la trifluortoluidine par la méthode classique, en ajoutant peu à peu une solution d'acide chromique à une dissolution, glacée, de $C_6H_4.NH_2.CFl_3$ dans H_2SO_4 étendu.

Au début, la solution se colore en brun marron et il s'y fait peu à peu un précipité abondant d'un produit amorphe, brun pourpre, n'ayant pas l'aspect du noir d'aniline et que l'addition d'acide chromique en quantité suffisante pour fournir de la quinone ne fit pas disparaître, même après huit jours de contact, à une température variant de 0 a 7°.

J'ai essayé ensuite l'oxydation à chaud sous réfrigérant descendant; j'ai dissous l'aniline dans un excès d'acide sulfurique à 40 %, ajoutant ensuite peu à peu une solution con-

(*) Voir le Mémoire précédent.

(**) *Sur quelques dérivés fluorés du toluol.* (BULL. DE L'ACAD. ROYALE DE BELGIQUE, 1898.)

centrée de $Na_2Cr_2O_7$ en quantité calculée pour former la quinone. Dès l'addition des premières gouttes de la solution de bichromate, il se fait un précipité violet; la température s'élève fortement et le précipité s'agglutine en une masse résineuse. Après addition d'environ le tiers de la solution chromique, le dégagement gazeux, contrôlé à l'aide d'un tube de Péligot, et qui, au début est insignifiant, devient important. L'addition du bichromate se fit en trois heures; j'ai abandonné le tout pendant une nuit, la masse résineuse n'étant que très imparfaitement oxydée. J'ai distillé lentement; dans le réfrigérant sublimèrent de belles aiguilles orangées, aisément fusibles et volatiles, tandis que la solution aqueuse condensée avait une réaction très fortement acide.

Pour oxyder complètement le produit résineux, j'ai dû employer beaucoup plus de bichromate de sodium que ne le comporte la formation de la quinone : 4 molécules pour $^1/_2$ molécule de trifluortoluidine. La réaction est lente, même à l'ébullition, et il faut plus d'une semaine, chauffant jour et nuit pour que la résine soit complètement détruite. La sublimation des aiguilles orangées se poursuit jusque vers la fin de l'opération. La solution aqueuse distillée fut neutralisée par la baryte titrée. Il se fit un précipité de fluosilicate et de carbonate de baryum; après filtration j'ai évaporé à sec et repris le résidu par l'alcool bouillant. En distillant la solution alcoolique, j'obtins 63 grammes de trifluoracétate de baryum aux dépens d'une demi-molécule-gramme de trifluortoluidine.

Les cristaux orangés condensés dans le réfrigérant furent dissous dans l'éther; j'ai obtenu 6,1 grammes de ce produit, que je pris d'abord pour de la trifluortoluquinone, échappée à l'oxydation par volatilisation.

Je reconnus bientôt que ce corps n'avait aucun caractère d'une quinone, mais présentait, au contraire, ceux d'un azoïque; il se laissait notamment réduire en milieu alcoolique acide par $SnCl_2$, pour régénérer la trifluortoluidine.

Un échantillon purifié par cristallisation de l'acide acétique a donné à l'analyse les résultats suivants :

0gr3490 de substance ont donné 0gr0870 H_2O et 0gr6727 CO_2

Calculé pour $C_{14}H_8Fl_6N_2$		Trouvé
C	52.79	52.62
H	2.54	2.76

Les résultats analytiques confirment donc que le produit est du *trifluorazotoluène* $C_{(1)}Fl_3.C_6H_4.N_{(3)} = N_{(3)}C_6H_4.C_{(1)}Fl_3$.

Je l'ai d'ailleurs identifié avec le métatrifluorazotoluène que j'ai obtenu par réduction électrolytique du métatrifluortoluène.

Cet azoïque se présente en cristaux orangés fusibles à 82°3 et distillant sans décomposition à 282°; il est très aisément entraînable par la vapeur d'eau.

Il est fort soluble dans l'alcool et l'éther, beaucoup moins dans l'éther de pétrole. Le meilleur dissolvant pour l'obtenir en beaux cristaux est l'acide acétique à 70 °/₀, dans lequel il est très peu soluble à froid (1.5 °/₀ à 20 °/₀), tandis qu'à 65° sa solubilité est de 8 °/₀.

La formation d'azoïque par oxydation des anilines primaires est connue depuis longtemps, mais, à ma connaissance, elle n'avait été observée qu'en milieu alcalin, et je crois que c'est la première fois qu'elle est signalée comme résultant de l'action de l'acide chromique sur l'aniline.

Si je n'avais pas isolé la trifluortoluquinone, il résultait néanmoins de cette expérience que l'oxydation de la trifluortoluidine fournit l'acide trifluoracétique avec un rendement d'environ 60 °/₀ et que cette réaction constituait une fort bonne méthode de préparation de cet acide.

J'en ai repris l'étude en variant les conditions expérimentales; j'ai obtenu les meilleurs résultats en opérant comme suit :

Dans un ballon de 10 litres à long col, j'introduis 1 kilogramme de H_2SO_4 et 1 litre d'eau; j'y dissous 1 mol.-gr. de trifluortoluidine.

Le ballon est relié par un bouchon de caoutchouc à un réfrigérant à boules descendant et à un entonnoir à boule, servant à l'introduction de la solution chromique. Celle-ci est préparée en dissolvant 1,700 grammes de bichromate de sodium dans 2 kilogrammes d'acide sulfurique et 1,600 centimètres cubes d'eau. On laisse refroidir une nuit, on sépare du sulfate de sodium cristallisé par décantation et l'on parfait le volume à 4 litres. La quantité de bichromate mise en œuvre représente un excès d'environ 20 %; cet excès est nécessaire, car à la fin de l'opération l'oxydation ne progresse plus qu'avec une extrême lenteur, si l'on opère avec la quantité calculée d'agent oxydant.

L'addition de la solution chromique doit se faire au début avec précaution; elle donne lieu à une réaction extrêmement vive et peut porter la température du liquide jusqu'au point d'ébullition. Il se fait bientôt un dégagement de gaz tumultueux, la masse résineuse et pâteuse se sépare et le contenu du ballon mousse très fortement.

Après addition de 700 centimètres cubes de liquide, la réaction se modère; on peut amener plus rapidement la solution chromique jusqu'à concurrence de 2 litres. Le dégagement d'anhydride carbonique et d'azote devient régulier, puis se ralentit; on commence alors à chauffer de manière à provoquer une légère ébullition, tout en évitant une distillation.

On maintient l'ébullition pendant toute la durée de l'opération; chaque jour on ajoute 500 centimètres cubes de la solution chromique, jusqu'à utilisation complète de celle-ci.

Tous les deux jours, on monte la flamme, de manière à distiller de 250 à 300 centimètres cubes de liquide; l'azotoluène se condense dans le réfrigérant, qui doit être d'assez fort calibre si l'on veut éviter les obstructions.

Le liquide distillé doit être remplacé par un volume d'eau équivalent; il y a, en effet, inconvénient à réduire trop fortement le volume du liquide; l'acide sulfurique, employé en excès, acquiert une concentration trop élevée et provoque une

hydrolyse du chaînon CFl_3, hydrolyse que je ne suis d'ailleurs pas parvenu à éviter complètement. Le ballon est sensiblement attaqué et le liquide distillé renferme toujours de l'acide fluosilicique.

On poursuit l'opération jusqu'à disparition complète de la masse résineuse, ce qui demande environ huit jours, si l'on chauffe d'une manière ininterrompue. Le produit résineux qui flotte sur le liquide est pâteux au début ; il durcit peu à peu, formant un gâteau qui s'émiette spontanément, mais qu'il est bon de fragmenter pour faciliter les contacts.

L'azotrifluortoluène se forme surtout dans les premiers jours de l'opération, mais j'ai constaté qu'il s'en produit jusqu'à la fin; il est probable que ce fait est dû à l'enrobage par la résine d'une certaine quantité de trifluortoluidine qui échappe ainsi à l'oxydation.

On enlève l'azoïque du réfrigérant par dissolution dans l'éther; la solution éthérée est agitée avec une solution de soude pour enlever l'acide trifluoracétique que le trifluorazotoluène fixe énergiquement (*).

Les solutions aqueuses recueillies par distillation sont au début assez fortement colorées par l'azoïque; plus tard elles deviennent presque incolores. On agite avec de l'éther pour les décolorer et l'on neutralise ensuite par la soude.

Quand la résine a disparu, on distille jusqu'à ce que le liquide recueilli n'ait plus qu'un titre acide insignifiant ; on évapore les solutions neutralisées au bain-marie, jusqu'à consistance sirupeuse. Il est presque impossible d'évaporer à siccité, le trifluoracétate de sodium étant extrêmement hygroscopique.

On reprend par l'alcool; il reste un résidu assez important de fluosilicate de sodium. La solution alcoolique est évaporée, le résidu repris par l'alcool, afin de séparer éventuellement encore une petite quantité de fluosilicate.

(*) Il se fait probablement une combinaison, que je n'ai pas isolée.

On évapore derechef au bain-marie, puis on achève la dessiccation en chauffant à 100° dans une étuve à vide en présence d'acide sulfurique. L'enlèvement des dernières traces d'alcool et d'eau est pénible et la masse doit être pulvérisée à plusieurs reprises dans un mortier sec et chaud.

Le rendement en trifluoracétate de sodium atteint 68 à 70 °/₀ du rendement théorique; la quantité d'azotrifluortoluène correspond à 7.5 °/₀ du poids de trifluortoluidine mise en œuvre; environ 20 °/₀ de cette dernière sont donc complètement détruits.

La méthode constitue par conséquent un procédé commode et de bon rendement pour la préparation de l'acide trifluoracétique; j'ai pu me procurer ainsi environ 250 grammes de cet acide.

J'ai essayé de substituer l'oxydation par le permanganate en milieu acide au procédé à l'acide chromique, mais sans grand succès. Le permanganate oxyde aisément la trifluortoluidine jusqu'à production du composé brun insoluble, mais la désagrégation de ce dernier avec production d'acide trifluoracétique ne se poursuit qu'avec une extrême lenteur.

J'ai cherché à établir la nature du produit amorphe insoluble, résultant de la première phase d'oxydation. 16^{gr}2 de trifluortoluidine furent dissous dans 30 centimètres cubes d'acide sulfurique et 500 centimètres cubes d'eau. J'ai ajouté 200 grammes de glace, puis une fois et demie la quantité d'acide chromique nécessaire pour provoquer la transformation en quinone. Après 12 heures, la température ayant été maintenue au-dessous de 8°, il s'était réuni au fond du vase un gâteau de consistance poisseuse, que j'ai séparé par décantation et lavé à plusieurs reprises à l'eau acidulée par l'acide sulfurique. Il fut ensuite traité par l'éther, dans lequel il se dissout à peu près complètement. Après agitation répétée avec de l'eau, jusqu'à ce que celle-ci restât incolore, la solution éthérée fut évaporée. Le résidu pesant 16^{gr}5 avait une odeur prononcée de trifluortoluidine. Un traitement prolongé au bain-marie par l'acide chlorhydrique étendu

a permis d'enlever cette dernière; il sublima un peu de trifluorazotoluidine. Le produit avait perdu $3^{gr}9$; je l'ai soumis à un entraînement à refus par la vapeur d'eau, en milieu très légèrement alcalin, et éliminai ainsi encore une certaine quantité de trifluorazotoluidine. La solution alcaline était colorée en violet. J'ai achevé la purification du produit en l'épuisant au Soxhlet par le benzène. Le résidu insoluble fut dissous dans l'éther, et après évaporation de ce dissolvant, placé dans l'exsiccateur jusqu'à poids constant.

C'était un corps d'apparence amorphe, d'un brun foncé, insoluble dans l'eau, très soluble dans l'acide acétique, l'éther, peu soluble dans la soude caustique; la solution alcaline précipite par addition d'acide.

Malgré tous les traitements auxquels il avait été soumis, il renfermait encore une petite quantité de chrome, dont je ne suis pas parvenu à le débarrasser (2 °/₀).

L'analyse a fourni les résultats suivants :

$0^{gr}1609$ de substance ont donné 0.0419 H_2O et 0.3039 CO_2
$0^{gr}9368$ — — 0.6180 $CaFl_2$
$0^{gr}4265$ — — 18.2 c^3N_2 (Barom. 756.5, t = 10°6),

soit.

51.51 °/₀ C
5.08 °/₀ N
2.89 °/₀ H
33.70 °/₀ Fl.

Ces teneurs sont calculées sur le produit exempt de chrome.

Elles correspondent assez sensiblement à celles d'une quinone-dianilide $CFl_3 . C_6H_2O . (NHC_6H_3 . CFl_3)_2$ qui contiendrait

C = 52.5
N = 5.08
H = 2.50
Fl = 35.48

La cryoscopie en solution acétique conduit au poids moléculaire de 468, en solution à 6 %; le poids moléculaire de $C_6H_2O.CFl_3 . (NHC_6H_3CFl_3)_2$ serait de 470.

Cependant il est fort probable que la substance que j'ai analysée n'est que, dans un état de pureté insuffisant, l'un des constituants du produit complexe qui se forme par oxydation de la trifluortoluidine.

Pour obtenir l'acide trifluoracétique lui-même, j'ai distillé son sel de sodium, avec un excès d'acide sulfurique à 100 %, dans un appareil soigneusement protégé contre toute rentrée de vapeur d'eau : la condensation se fit dans un ballon-récipient plongeant dans de la glace. Pour éviter une surchauffe, j'ai chauffé au bain d'huile. La distillation de l'acide se fit entre 73°5 et 76°. Le produit obtenu a été rectifié au bain-marie; il bout à 72°4-72°5.

Je l'ai purifié par cristallisation, toute l'opération se faisant en vase clos. A cet effet, au vase contenant le produit distillé, j'avais soudé, à angle aigu, une série de tubes, permettant la décantation des eaux mères sans ouvrir l'appareil, tubes que je pouvais sceller pour isoler les différents produits séparés. Le produit initial cristallisait à — 15°55; par cristallisations et séparations des eaux mères, j'ai obtenu un échantillon cristallisant intégralement entre — 15°25 et — 15°28. La pureté de l'échantillon ressort également de deux déterminations de densité. Les cristaux obtenus furent fondus et recristallisés. Je décantai, sous forme d'eaux mères, le dernier tiers du produit.

La densité des eaux mères à 0° était de 1.53515, celle des cristaux fondus de 1.53514.

Les cristaux sont de belles tables rhombiques.

L'acide trifluoracétique fume très fortement à l'air et possède une odeur irritante; appliqué sur la peau, il produit des brûlures cuisantes. Sa dissolution dans l'eau s'accompagne d'un dégagement de chaleur très notable.

Ses solutions aqueuses ont un point d'ébullition initial supé-

rieur à 100° et se concentrent par distillation; le point d'ébullition s'élève à 105°46, température à laquelle distille un mélange renfermant 79.4 °/₀ d'acide.

Le tableau ci-dessous fournit les données relatives à la distillation fractionnée de 45gr650 d'une solution à 45.5 °/₀ d'acide, effectuée à l'aide d'une colonne Vigreux de 40 centimètres de longueur utile; la teneur en acide des différentes fractions fut établie par titrage; les températures ont été déterminées à l'aide d'un thermomètre Baudin permettant d'apprécier le $^1/_{50}$ de degré.

Fraction.	Poids du liquide distillé.	Température d'ébullition.	Teneur en acide.
1	3gr703	100.24° — 100.25°	18.97 °/₀
2	3.637	100.25° — 100.35°	19.95
3	4.186	100.35° — 100.4°	20.21
4	4.444	100.4° — 100.55°	23.31
5	4.182	100.55° — 100.78°	26.75
6	4.377	100.78° — 101.7°	32.55
7	4.977	101.7° — 105.1°	52.69
8	6.104	105.1° — 105.45°	75.14
9	4.2105	105.45° — 105.46°	79.4
10	1.698	105.46° — 105.46°	79.4

41 61 (fin de l'opération.)

Résidu et reflux de la colonne 3gr5.

Perte 0gr7.

Teneur en acide du résidu de distillation 79.4 °/₀

Le fractionnement n'a pas été parfait, mais le tableau permet de constater l'ascension rapide du thermomètre lorsque le résidu de distillation renferme au delà de 75 °/₀ d'acide, et la constance de la composition lorsque la concentration atteint 79.4 °/₀ d'acide.

La conductivité moléculaire de l'acide trifluoracétique est de

318	à la concentration	$\frac{1}{8.01}$
342.5		$\frac{1}{16.03}$
360.2		$\frac{1}{32.15}$
368.55		$\frac{1}{64.45}$
371.8		$\frac{1}{129.21}$
374.2		$\frac{1}{253}$
376.5		

D'autre part, de la conductivité du sel de sodium, j'ai déduit

$$\mu_\infty = 382.$$

Ce qui donne pour coefficient d'ionisation les valeurs suivantes :

V = 8	100 α = 83.4	K = 0.58
16.03	89.6	0.482
32.15	94.3	0.486
64.45	96.6	
129.2	97.9	
253	98.5	

Le tableau suivant permet de comparer les valeurs de 100α pour les acides trichloracétique, dichlorfluoracétique, difluorchloracétique et trifluoracétique.

	CCl_3CO_2H	$CCl_2Fl.CO_2H$	$CClFl_2.CO_2H$	CFl_3CO_2H
$\frac{n}{32}$	90.1	92.6	93.6	94.3
$\frac{n}{64}$	93	95.8	96.6	96.6
$\frac{n}{128}$	95	97	98	97.9

L'acide trifluoracétique est donc un acide des plus forts, comme les acides fluorchlor-, fluordichlor- et fluordibromacétique. La substitution progressive des trois atomes de chlore dans l'acide trichloracétique par le fluor n'a donc pas d'influence dépressive, ce qui permet d'exclure l'hypothèse que l'augmentation de la constante d'ionisation serait due, au moins partiellement, à une exaltation de la fonction acidifiante du chlore ou du brome, du fait du voisinage du fluor.

La constante d'ionisation a une valeur de l'ordre de 0.5 ($K = 100k = \sim 50$) et les trois valeurs que j'ai pu calculer sont relativement concordantes, malgré la dissociation très élevée de cet acide, au moins pour les concentrations n/8 à n/32. Pour les concentrations plus faibles, tout calcul est impossible.

Tous les trifluoracétates sont solubles dans l'eau; la plupart sont déliquescents.

Le sel de sodium ne cristallise de sa solution aqueuse que lorsque l'évaporation sous exsiccateur est poussée jusqu'à siccité à peu près complète; on obtient ainsi des cristaux anhydres se présentant en prismes très allongés. Mais, si l'on ajoute de l'alcool à une solution aqueuse sirupeuse et qu'on laisse évaporer sur de l'acide sulfurique, on obtient de très beaux cristaux rhombiques, presque losangiques, transparents, s'effleurçant dans l'exsiccateur et qui renferment une molécule d'eau de cristallisation, qu'ils perdent à 110°.

Dosage d'eau de cristallisation dans le sel cristallisé de l'alcool aqueux : 12.05 %.

Calculé pour $CFl_3 . CO_2Nu . H_2O$: 11.69 %.

Dosage d'eau dans le sel cristallisé de la solution aqueuse : 2.42 %.

Ces dosages ne sauraient atteindre une très grande précision, étant données la difficulté de débarrasser complètement les cristaux de leurs eaux mères, très sirupeuses, et l'hygroscopicité de ces sels.

Le *sel de potassium*, plus déliquescent encore que le sel de sodium, cristallise en longs prismes de sa solution alcoolique.

Le *trifluoracétate d'ammonium* forme de grandes tables rhombiques, moins solubles dans l'eau et l'alcool que les précédents.

Le *sel de baryum* est également très soluble et déliquescent; je ne l'ai obtenu qu'à l'état anhydre.

Le *trifluoracétate d'argent* est particulièrement intéressant en raison de sa forte solubilité dans le benzène. Je l'ai obtenu par double décomposition entre le sulfate d'argent et le sel de baryum. La solution filtrée, évaporée dans le vide, fournit de belles aiguilles radiées, très solubles dans l'eau, mais non hygroscopiques. Il ne noircit que fort lentement à la lumière.

Il se dissout abondamment dans le benzène : à 0°, la solubilité est de 31 °/₀; il cristallise de ce dissolvant en beaux cristaux transparents, mais qui se ternissent à l'air, par perte de benzène de cristallisation.

Si l'on ajoute à la solution benzénique à 25 °/₀ cinq fois son volume d'éther de pétrole, on précipite après deux heures 80 °/₀ du sel dissous.

En 1893 (*), j'ai fait connaître que le dichlorfluoracétate d'argent, également soluble dans le benzène, avait en solution benzénique un poids moléculaire double de celui correspondant à celui formulé. J'ai constaté que le même fait se retrouvait pour le trifluoracétate.

Je donne ci-dessous le résultat des déterminations cryoscopiques.

Température.	Concentration en °/₀.	E.	Poids moléculaire.
4.299			
3.755	4.282	0.534	400
3.271	8.284	1.028	404
3.139	9.380	1.160	413

(*) *Sur l'acide dichlorfluoracétique.* (Mém. in-8° de l'Académie, t. LI, 189.)

Le poids moléculaire de $CFl_3.CO_2Ag$ est 220.8; le trifluoracétate d'argent est donc essentiellement constitué en solution benzénique de molécules doubles, dont la dissociation est peu prononcée, même en solution étendue.

Le cas du dichlorfluoracétate d'argent n'est par conséquent pas isolé. Il n'est malheureusement que très peu de sels métalliques normaux qui soient solubles dans le benzène, mais il est intéressant de constater que dans les exemples connus, ces sels sont bimoléculaires (*).

Les trifluoracétates sont fort résistants à l'action des bases; chauffés à 100° avec une solution de base, ils ne donnent pas de fluoroforme et ne se décomposent que dans une proportion minime en donnant de l'oxalate. Ils se comportent ainsi de la même manière que les difluorchloracétates (**).

J'ai chauffé au bain-marie, dans un petit ballon presque complètement rempli, 4 grammes de trifluoracétate de baryum, soit 0.011 mol.-gramme, avec 15cc3 d'une solution à 25 % de NaOH pure. Une burette à gaz, reliée au ballon par un tube capillaire, permettait de recueillir éventuellement le fluoroforme ou l'oxyde de carbone qui eussent pu se former. L'opération fut poursuivie pendant deux heures; après refroidissement le volume de gaz enfermé dans l'appareil n'avait pas subi de changement.

Le contenu du ballon fut évaporé au bain-marie dans une capsule de platine, le résidu additionné de 1 gramme de $CaCl_2$ et traité par l'acide acétique. Après évaporation, j'ai repris par l'eau et filtré le précipité sur un filtre taré. Dans une partie de liquide, j'ai dosé l'ion oxalique par $KMnO_4$; j'ai trouvé

(*) En 1921, A. Hill (*Am. Chem. Society*, p. 254) a constaté également que le perchlorate d'argent est soluble dans le benzène et y est essentiellement constitué de molécules doubles; il semblerait même qu'il puisse exister des molécules triples.

(**) *Sur l'acide dichlorfluoracétique.* (Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 1906, p. 42.)

0gr000291 d'ion oxalique; 2.6 % de sel ont donc été transformés en oxalate.

Difluoracétate d'éthyle. J'ai obtenu cet éther en distillant au bain-marie le trifluoracétate de sodium avec un mélange d'alcool et d'acide sulfurique. La distillation se fait entre 61° et 64°. Le produit fut lavé avec une solution à 5 % de Na_2CO_3, séché sur $CaCl_2$, puis distillé sur P_2O_5. Une rectification soignée à la colone Crismer m'a fourni un produit bouillant à 61°7 (Baromètre 761, corr.).

Analyse.

0gr4066 de substance ont donné 0gr0135 H_2O et 0gr5020 CO_2

	Calculé pour $CFl_3CO_2C_2H_5$	Trouvé
C	33.79 %	33.67 %
H	3.55 %	3.69 %

Le trifluoracétate d'éthyle a une densité de 1.19529 à 16°7. Ses indices de réfraction à la même température sont de

$$n_\alpha = 1.30783$$
$$n_\beta = 1.31237$$
$$n_\gamma = 1.31527$$

Le pouvoir réfringent est exceptionnellement faible, inférieur à celui de l'eau, et le trifluoracétate d'éthyle est sans doute de tous les liquides actuellement connus celui dont l'indice de réfraction est le plus petit.

Anhydride trifluoracétique $(CFl_3CO)_2=O$. Il a été préparé par l'action de P_2O_5 sur l'acide.

Dans un ballon distillatoire, relié à un appareil condenseur plongeant dans un mélange d'éther et de CO_2, j'ai introduit 40 grammes de P_2O_5 et à l'aide d'un entonnoir à robinet j'ai amené lentement 16 grammes d'acide trifluoracétique; il ne se produit pas d'élévation sensible de température. Après une heure, j'ai chauffé vers 100°; il se fit une distillation assez rapide, sans

trace de décomposition. Le produit condensé se solidifia dans le condenseur.

Il fut rectifié à l'abri de l'humidité à l'aide d'une petite colonne Vigreux, en chauffant doucement au bain d'eau. Il passa à la distillation entre 39°5 et 40°5. A une seconde rectification, il distilla intégralement entre 39°5 et 40°1.

L'anhydride trifluoracétique se solidifie dans un mélange d'éther et de CO_2 ; son point de fusion est —65° (température corrigée, établie à l'aide d'un thermomètre de Baudin à isopentane).

Le point d'ébullition relativement élevé de l'anhydride trifluoracétique pouvait faire supposer une association moléculaire. J'ai déterminé la densité de vapeur à 15°5 par la méthode d'Hofmann.

Poids de substance.	Volume.	Pression (corrigée)	Densité.	Poids moléculaire
0gr1272	81cc8	131mm1	7.36	212gr8

Le poids moléculaire théorique étant de 210.1, il n'y a aucune association.

Trifluoracétamide. $CF_3 . CONH_2$. — J'ai obtenu cette amide par l'action de l'ammoniaque en solution aqueuse sur le trifluoracétate d'éthyle. Des essais préliminaires ayant démontré que les rendements sont fort mauvais lorsque la température s'élève fortement et que la solution ammoniacale est étendue, j'ai ajouté en une fois à l'éther refroidi à —10°, une fois et demie son poids d'une solution d'ammoniaque saturée à 0° (48 %). Le mélange des deux liquides détermine la disparition instantanée du trifluoracétate d'éthyle. J'ai immédiatement agité avec de l'éther et séparé par décantation; la solution éthérée renferme, non seulement de l'amide, mais de l'eau et du trifluoracétate d'ammonium. En distillant au bain-marie et en reprenant le résidu par une petite quantité d'éther sec, qui dissout abondamment la trifluoracétamide, je suis parvenu à extraire et à séparer cette dernière.

Pour la purifier je l'ai fait recristalliser du chloroforme, dans lequel elle est peu soluble à froid.

Le rendement est médiocre : aux dépens de 16 grammes de trifluoracétate d'éthyle, je n'ai obtenu que 6gr1 d'amide (48 %); le reste passe à l'état de trifluoracétate d'ammonium.

La trifluoracétamide cristallise en belles paillettes nacrées, très solubles dans l'alcool et l'éther, peu solubles dans le chloroforme, presque insolubles dans l'éther de pétrole. Elle fond à 74°8 et bout à 162°5, mais elle est déjà très volatile à la température ordinaire: si l'on abandonne une solution éthérée ou chloroformique à la cristallisation sur un verre de montre, on ne retrouve plus rien après 24 heures. Cette grande volatilité entraine des pertes sensibles dans la purification.

La distillation sèche du trifluoracétate d'ammonium ne fournit pas de trifluoracétamide.

Trifluoracétonitrile $CFl_3.CN$. La trifluoracétamide, chauffée avec de l'anhydride phosphorique, fournit le nitrile correspondant.

J'ai mélangé dans un petit ballon distillatoire 4gr8 de trifluoracétamide avec 11 grammes de P_2O_5. Le ballon fut relié à deux condenseurs refroidis, le premier à — 25°, le second à — 80°. J'ai chauffé au bain d'huile. La réaction commence à 140°; j'ai maintenu la température entre 140° et 150°. Une partie de l'amide sublima sans altération. Je ne recueillis rien dans le condenseur refroidi à — 25°, mais dans le condenseur refroidi à — 80°, j'obtins 1gr7 de trifluoracétonitrile.

Celui-ci fut distillé dans un nouveau condenseur; la température d'ébullition a été déterminée une première fois à l'aide d'un thermomètre plongeant dans le liquide; j'ai trouvé ainsi — 61° (corrigé). Une seconde détermination faite en fixant la température du bain, à laquelle l'ébullition commence, a donné — 61°5.

Cependant, en raison de la petite quantité de liquide dont je

disposais, ce point d'ébullition ne saurait être garanti à plus d'un ou deux degrés, malgré la concordance des deux mesures.

Il n'en est pas moins établi que le nitrile trifluoracétique a un point d'ébullition extraordinairement bas, inférieur de 140° à celui de l'acétonitrile.

Le trifluoracétonitrile est un gaz peu soluble dans l'eau, qui en absorbe environ la moitié de son volume; il est plus soluble dans l'alcool (2 vol.). La potasse caustique l'absorbe rapidement : 80 centimètres cubes du gaz furent absorbés intégralement en une demi-heure par 4 centimètres cubes de potasse à 25 %. En saturant la solution, qui avait une odeur prononcée d'ammoniaque, par CO_2, et évaporant dans le vide, j'ai obtenu un résidu qui, repris par l'alcool absolu, m'a fourni du trifluoracétate de potassium. Ces caractères m'ont permis l'identification.

On obtient également le trifluoracétonitrile, mais avec un mauvais rendement, en chauffant le trifluoracétate d'ammonium avec P_2O_5. Il se fait en même temps de l'anhydride trifluoracétique que j'ai pu séparer, grâce à la grande différence des points d'ébullition.

Trifluoracétanilide $C_6H_5.NH.CO.CFl_3$. J'ai chauffé l'acide trifluoracétique avec un léger excès d'aniline (10 %) pendant 8 heures à 120°, 24 heures à 150°, 48 heures à 170°.

A l'ouverture du tube j'ai constaté l'existence d'une pression assez forte; le verre était nettement attaqué.

Le produit fut distillé sous la pression atmosphérique. Après élimination d'eau, le thermomètre s'éleva à 190° et se fixa, tandis que se condensait un enduit cristallisé de fluorhydrate d'aniline; puis la trifluoracétanilide passa à la distillation entre 220 et 225°. Le produit distillé possédait une odeur prononcée de carbylamine.

Un second tube fut ouvert de manière à pouvoir capter, au moins partiellement, le gaz qui s'en échappait et le soumettre à l'analyse.

J'y ai trouvé de l'anhydride carbonique, pas d'oxyde de carbone en quantité appréciable; il était partiellement soluble dans l'alcool.

En introduisant la solution alcoolique dans un nitromètre et en ajoutant de l'acide sulfurique étendu, j'ai séparé le gaz dissous. Je l'ai refoulé dans une burette à gaz, fonctionnant comme pompe à mercure, en lui faisant traverser un tube étroit en verre de Bohème, chauffé au rouge sombre, et qui avait été évacué au préalable. Ce tube fut fortement corrodé, tandis que je recueillais de l'oxyde de carbone dans la burette. Il s'était donc formé du fluoroforme, et la présence de ce dernier explique la production de carbylamine. Je n'ai pu isoler celle-ci, dont la proportion était d'ailleurs minime.

La résistance de l'acide trifluoracétique au dédoublement selon la réaction

$$CFl_3CO_2H = CFl_3H + CO_2,$$

en présence des bases, n'est donc pas absolue et l'aniline suffit à la provoquer aux températures élevées. Je rappellerai que Goldschmidt et Bräuer ont observé une décomposition analogue par l'acide trichloracétique (*). Quant à la formation de la carbylamine, elle se fait, sans doute, à l'intervention du verre, dont la silice détermine la production d'acide fluorhydrique, agissant vis-à-vis des composés fluorés à l'instar d'une base, comme j'ai eu l'occasion de le signaler à maintes reprises. La corrosion des tubes dans lesquels s'était faite l'opération corrobore cette interprétation.

La trifluoracétanilide a été purifiée par cristallisation de l'alcool aqueux chaud, dans lequel elle est peu soluble. Il convient d'employer de l'alcool à 60 °/₀ au moins, sinon lors du refroissement le système se sépare en deux phases liquides.

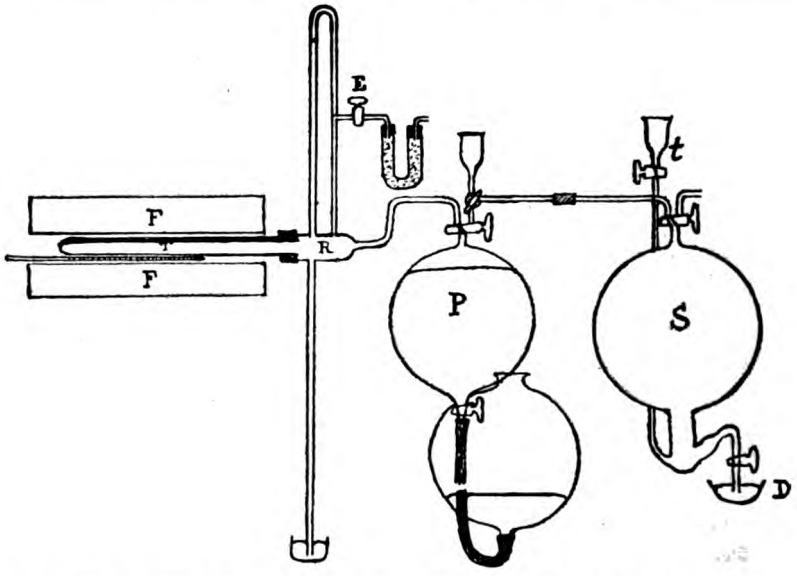
La trifluoracétanilide est solide et fond à 87°64; c'est le point

(*) *Berichte der deutschen Chemischen Gesellschaft*, t. XXXIX, p. 109.

de fusion, pris dans la masse, d'un échantillon de 15 grammes surfondu à 86° et purifié jusqu'à constance absolue de la température pendant toute la durée de la solidification. Elle est fort soluble dans l'alcool absolu, ainsi que dans CCl_4 bouillant; à froid sa solubilité dans ce dissolvant est beaucoup plus faible (14 % à 18°).

Elle sublime déjà à sa température de fusion.

Les trifluoracétates alcalins se décomposent par la chaleur selon un processus analogue à celui qu'a observé L. Henry pour les trichloracétates (*). Ce savant a constaté que dans la décom-



position des trichloracétates il se fait du chlorure de trichloracétyle, de l'anhydride trichloracétique, une petite quantité de perchloréthylène, du chlorure de carbonyle, de l'oxyde de carbone et de l'anhydride carbonique. Il n'a pas fait de recherches quantitatives sur la réaction.

(*) *Berichte der deutschen Chemischen Gesellschaft*, t. XII, p. 1844.

J'ai étudié la décomposition du trifluoracétate de sodium de la manière suivante :

Dans le tube de platine T, fermé à une de ses extrémités, j'ai introduit du trifluoracétate de sodium sec. Ce tube était placé dans le four électrique F, relié par un joint hermétique à la rallonge R, à laquelle était soudée un manomètre; le robinet E permettait l'introduction d'air parfaitement desséché. La rallonge était reliée au ballon P, d'une capacité de 1,5 litre, qui, par une manœuvre de robinets à plusieurs voies, pouvait être mis en relation avec le ballon-réservoir S.

Au début de l'expérience P et S étaient remplis de mercure. Tout l'appareil ayant été évacué à l'aide de P, j'ai porté le four à 110°, laissé pénétrer de l'air sec, évacué à nouveau; cette succession d'évacuations et d'admissions d'air sec fut poursuivie jusqu'à ce que, après évacuation, le manomètre indiquât une tension de vapeur nulle.

Le four fut alors chauffé à 205°, température à laquelle la décomposition commença. Elle se fit lentement; après 1 heure j'ai porté la température progressivement à 280°, puis jusque 340°. Après 3 heures de chauffe, la pression ne se modifia plus. Le gaz formé, recueilli en P, fut refoulé dans le réservoir S; le poids de mercure déplacé et recueilli en D permettait de mesurer le volume de gaz recueilli, la pression étant réglée à l'aide du tube latéral *t*. J'ai évacué le tube et la rallonge; le gaz récolté fut également refoulé en S.

J'ai séparé le tube de platine, qui fut lavé à l'eau distillée, à refus; le résidu solide renfermait, à côté de sels de sodium, une petite quantité de charbon, qui fut recueillie sur un filtre taré et pesée.

La solution aqueuse, à réaction alcaline, fut évaporée dans une capsule de platine; j'y ai dosé le fluor; la teneur en carbonate fut déterminée par différence.

J'avais mis en œuvre 6^{gr}213 de trifluoracétate de sodium, soit 0.045 mol.-gr.

Le résidu sec pesait $2^{gr}3269$ et renfermait $0^{gr}0205$ de charbon, soit 0.0017 atome-gramme de charbon.

J'y ai trouvé 0.0405 mol.-gr. de fluorure de sodium.

Par différence, $\frac{0.0052}{2}$ mol.-gr. de carbonate de sodium.

Le gaz recueilli occupait un volume de 1407 centimètres cubes (P = 359, T = 17°), soit, réduit à 0°, 1333 centimètres cubes.

Je l'ai refoulé en P, après avoir intercalé entre S et P deux tubes condenseurs tarés refroidis, le premier à —15°, le second à —80°, et qui furent évacués avant d'y admettre le gaz.

Le premier condenseur ne retint rien; dans le second, je recueillis $0^{gr}7717$ de liquide (pesée faite dans le condenseur, scellé au préalable).

L'appareil fut placé dans un mélange d'éther et de neige carbonique, puis relié à un tube en U en platine, plongeant dans de la glace et renfermant de l'eau; je fis sauter l'une des extrémités scellées du tube condenseur et laissai la température de l'éther s'élever lentement.

A — 59° le liquide condensé commença à bouillir et l'ébullition se maintint jusqu'à ce que le bain extérieur eut atteint — 55°, puis plus rien ne distilla, même lorsque la température extérieure eut monté à + 10°. Le gaz qui s'échappa était intégralement absorbable par l'eau.

Une nouvelle pesée du tube condenseur me donna le poids du gaz évaporé : il atteignait $0^{gr}6555$.

Sa solution aqueuse fut titrée; elle neutralisait $114^{cc}05$ de soude n/10.

L'équivalent du gaz est donc de

$$\frac{0.6555}{0.011405} = 57.5.$$

La solution neutralisée précipitait abondamment par addition d'ions $Ca^{\cdot\cdot}$; le gaz est donc un fluorure d'acide; son équivalent chimique correspond à celui du fluorure de trifluoracétyle CFl_3COFl, dont le poids moléculaire est 116 (58×2).

Le liquide recueilli dans le tube condenseur et ne bouillant pas à + 10° est de l'anhydride trifluoracétique; il bout, en effet, vers 40°, se solidifie vers — 65° et réagit sur l'alcool sans dégager d'acide fluorhydrique, avec production de trifluoracétate d'éthyle.

La liquéfaction du fluorure de trifluoracétyle, noyé dans une grande masse de gaz, n'avait certainement été que fort incomplète; pour l'enlever complètement, j'ai fait passer tout le gaz recueilli en P à travers deux barboteurs renfermant le premier de l'alcool, le second de l'eau. Dans le barboteur à alcool, j'observai une corrosion très intense du verre.

Le volume du gaz résiduel, réduit à 0° et 760 millimètres, et en tenant compte de la tension de vapeur de l'eau et du volume d'air renfermé dans les barboteurs (7 c. c.), était de 908 centimètres cubes. Le volume du fluorure de trifluoracétyle et de l'anhydride trifluoracétique était par conséquent de 425 centimètres cubes, soit 0.0193 mol.-gramme.

La potasse caustique absorba 495 centimètres cubes du gaz, soit 0.0221 mol.-gramme. Le reste (413 c. c.) fut absorbé presque intégralement par le chlorure cuivreux, le volume du gaz résiduel n'atteignant que 6 centimètres cubes (en fait, 13 c. c., mais dont il faut retrancher les 7 c. c. d'air renfermés dans le barboteur). Il s'était donc formé 407 centimètres cubes d'oxyde de carbone.

Dans ce résidu infime, je n'ai pas trouvé de gaz fluoré; il ne se forme donc probablement pas de perfluoréthylène.

Je n'ai pu constater la formation du fluorure de carbonyle. Dans une deuxième expérience faite sur 4 grammes de trifluoracétate de sodium, j'ai dirigé le gaz qui se dégageait dans l'alcool; la solution alcoolique fut additionnée d'aniline; je n'obtins pas de phényluréthane.

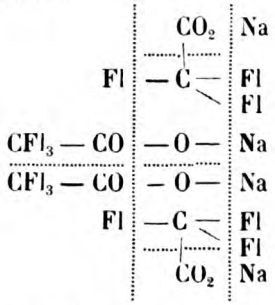
Le fluorure de trifluoracétyle, le seul gaz fluoré que j'aie recueilli, possède une odeur extrêmement irritante; il réagit

très violemment sur l'eau et l'alcool. Comme je l'ai déjà signalé plus haut, il bout vers 59°.

La décomposition du trifluoracétate de sodium donne donc naissance à CO_2, CO, CFl_3COFl, comme produits gazeux, à une petite quantité d'anhydride trifluoracétique; le résidu salin est essentiellement formé de NaFl, associé à une faible proportion de Na_2CO_3.

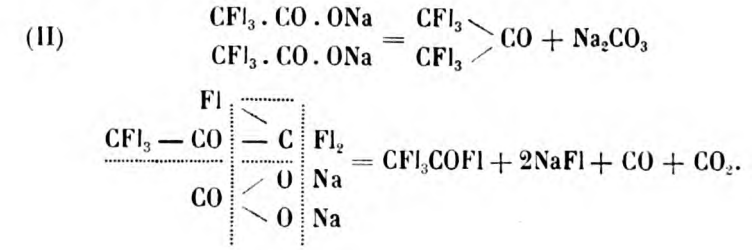
On peut interpréter la réaction principale comme donnant lieu directement à la formation de fluorure de trifluoracétyle suivant le schéma suivant :

(I)



ou bien admettre la formation primaire d'hexafluordiméthylcétone et de carbonate de sodium, lesquels réagiraient secondairement l'un sur l'autre.

(II)



Dans les deux cas, l'équation de décomposition est la même :

$$2CFl_3 . CO_2Na = CFl_3COFl + 2NaFl + CO + CO_2. \qquad (1)$$

D'après cette équation, les volumes de CO_2 et de CO devraient être égaux; or, j'ai trouvé 88 centimètres cubes de CO_2 de plus que d'oxyde de carbone, soit 4 mol.-grammes.

Mais si l'on tient compte de la formation du charbon, on observe que chaque atome de charbon formé correspond à un déficit de deux molécules de CO, à un excédent d'une molécule de CO_2. Or, j'ai recueilli 0.0017 atome-gramme de charbon, équivalant à 37cc4 de CO_2 en excès, à 74 centimètres de CO en défaut. Le volume d'oxyde de carbone s'élèverait donc à 480 centimètres cubes, celui de CO_2 s'abaisserait à 460 centimètres cubes, les volumes des deux gaz seraient ainsi sensiblement égaux.

L'équation I implique que le nombre de molécules de NaFl est double de celui de CO_2. J'ai obtenu 0,405 mol.-gramme de fluorure de sodium, pour 0,0221 mol.-gramme CO_2. Si l'on en retranche les 0,0017 mol.-gramme correspondant à la formation du charbon, on trouve 0,0204 mol.-gramme, soit, avec une concordance satisfaisante, la moitié du nombre de molécules-grammes de fluorure de sodium.

Cette équation ne rend compte ni de la formation de carbonate de sodium, ni de celle de l'anhydride trifluoracétique; on pourrait expliquer la production de cette dernière par l'action du fluorure de trifluoracétyle sur le trifluoracétate de sodium. Mais une interprétation qui explique en même temps la formation de Na_2CO_3 consiste à admettre que l'anhydride trifluoracétique provient de l'action de l'hexafluoracétone sur le trifluoracétate de sodium; une partie du carbonate de sodium formé dans la réaction primaire II serait ainsi épargnée.

La production d'anhydride trifluoracétique et de carbonate de sodium rend donc plus plausible la seconde interprétation de la réaction de décomposition.

Il faut remarquer que la formation d'anhydride trifluoracétique et de CO_3Na_2 est tout à fait secondaire.

Parmi les propriétés physiques de l'acide trifluoracétique et de ses dérivés, la plus frappante est certainement leur très grande volatilité; tous ont des points d'ébullition inférieurs à

ceux des composés hydrogénés correspondants, comme le met en évidence le tableau suivant :

CH_3CO_2H	118°1		$CH_3CO_2C_2H_5$	77°1	
		$\Delta = 45.7$			$\Delta = 15°6$
CFl_3CO_2H	72°4		$CFl_3CO_2C_2H_5$	61°5	
$(CH_3CO)_2=O$	136°4		CH_3COFl	20°5	
		$\Delta = 48.4 \times 2$			$\Delta = 79°5$
$(CFl_3CO)_2=O$	39°5		CFl_3COFl	— 59°0	

CH_3CONH_2	222°0	
		$\Delta = 59°5$
CFl_3CONH_2	162°5	
CH_3CN	82°5	
		$\Delta = 144°0$
CFl_3CN	— 61°5	

Il n'y a pas de régularité dans la variation du point d'ébullition provoquée par la substitution trifluorée; elle varie de + 45.7 à 144, cette dépression énorme s'observant dans le nitrile.

Si l'on cherche à établir quelle est l'influence de la substitution progressive, on constate que le remplacement du premier atome d'hydrogène par le fluor produit en général une élévation du point d'ébullition; puis on observe une dépression inégale et irrégulière, d'ailleurs, pour la substitution plus avancée.

$CH_3 . CO_2H$	118°1	Δ	$CH_3 . CO_2C_2H_5$	77°1	Δ
		$= + 46.9$			$+ 42.9$
$CH_2Fl . CO_2H$	165°0		$CH_2Fl . CO_2C_2H_5$	120°0	
		$= - 30.8$			$- 20.8$
$CHFl_2 . CO_2H$	134°2		$CHFl_2 . CO_2C_2H_5$	99°2	
		$- 61.7$			$- 37.7$
$CFl_3 . CO_2H$	72°5		$CFl_3 . CO_2C_2H_5$	61°5	

$CH_3 . CN$	82°5	Δ
		$- 0.7$
$CH_2Fl . CN$	81°8 (*)	
		$- 57.8$
$CHFl_2 . CN$	24°0 (*)	
		$- 83.0$
$CFl_3 . CN$	— 59°0	

(*) Inédi

C'est toujours dans le nitrile que la substitution fluorée provoque la dépression la plus forte.

Il peut être intéressant de comparer entre eux les points d'ébullition des dérivés fluorés avec ceux des composés chlorés similaires; le tableau suivant permet cette comparaison :

$CH_2Cl.CO_2H$	188°0	$\Delta = 33°0$	$CHCl_2.CO_2H$	194°4	$\Delta = 60°$
$CH_2Fl.CO_2H$	165°0		$CHFl_2.CO_2H$	134°2	$= 30 \times 2$
$CH_2Cl.CN$	123°0	$\Delta = 41.2$	$CHCl_2.CN$	113°0	$\Delta = 89°$
$CH_2Fl.CN$	81°8		$CHFl_2.CN$	111°0	$= 44.5 \times 2$
$CH_2Cl.CO_2C_2H_5$	144°5	$\Delta = 24°5$	$CHCl_2.CO_2C_2H_5$	157°7	$\Delta = 58.5$
$CH_2Fl.CO_2C_2H_5$	120°5		$CHFl_2.CO_2C_2H_5$	99°2	$= 29.2 \times 2$.

$CCl_3.CO_2H$	195°0	$\Delta = 122°5 = 40.8 \times 3$
$CFl_3.CO_2H$	72°5	
$CCl_3.CN$	+ 83°0	$\Delta = 144°3 = 48.1 \times 3$
$CFl_3.CN$	— 62°3	
$CCl_3.CO_2C_2H_5$	163°0	$\Delta = 101.5 = 33.8 \times 3$
$CFl_3.CO_2C_2H_5$	61°5	

L'augmentation de la volatilité que provoque la substitution fluorée n'est, on le reconnaît, pas constante; maxima dans les nitriles, elle est le plus faible dans les éthers. Elle n'est même pas constante dans un même type de combinaison et augmente à mesure que la substitution halogénée est plus profonde dans le chaînon CH_3.

Le remplacement successif des trois atomes de chlore par le fluor dans le chaînon $— CCl_3$ donne lieu à une variation assez régulière du point d'ébullition dans les éthers éthyliques; tandis que dans les acides eux-mêmes l'abaissement du point d'ébulli-

tion augmente à mesure que la substitution fluorée est plus avancée; l'augmentation est sensiblement constante et de 8°.

		Δ			Δ
$CCl_3 . CO_2C_2H_5$	167°1	36.1	$CCl_3 . CO_2H$	195°0	32.5
$CFlCl_2 . CO_2C_2H_5$	131°0	34.0	$CCl_2 . FlCO_2H$	162°5	41.0
$CFl_2Cl . CO_2C_2H_3$	97°0	35.5	$CClFl_2 . CO_2H$	121°5	49.0
$CFl_3 . CO_2C_2H_5$	61°5		$CFl_3 . CO_2H$	72°5	

Cette différence entre la manière dont se comportent les acides et leurs éthers doit être attribuée au fait que les éthers sont des composés normaux, tandis que les acides sont constitués de molécules associées; l'association moléculaire diminue à mesure que la substitution fluorée devient plus profonde.

La substitution monofluorée détermine une faible augmentation de l'indice de réfraction; les substitutions nouvelles diminuent, au contraire, l'indice.

$CH_3 . CO_2C_2H_5$	$n_{\alpha\,20^\circ} = 1.37050$
$CH_2Fl . CO_2C_2H_5$	$n_{\alpha\,20^\circ} = 1.37494$
$CHFl_2 . CO_2C_2H_5$	$n_{\alpha\,100^\circ} = 1.3488$
$CFl_3 . CO_2C_2H_3$	$n_{\alpha\,180^\circ} = 1.30783$

Constante d'ionisation.

	$100k =$		$100k =$
$CH_3 . CO_2H$	0.00183	$CH_2Cl . CO_2H$	0.146
$CH_2Fl . CO_2H$	0.213	$CHCl_2 . CO_2H$	5.14
$CHFl_2 . CO_2H$	5.72	$CCl_3 . CO_2H$	30
$CFl_3 . CO_2H$	+ 50		

La substitution fluorée provoque dans l'acide acétique une exaltation du remarquable caractère acide que la comparaison des constantes d'ionisation met nettement en évidence et sur laquelle j'ai déjà eu maintes fois l'occasion d'insister. L'exaltation est plus grande que celle que détermine la substitution chlorée, et l'anomalie que présente le fluor dans l'acide fluorhydrique ne se retrouve pas dans ses dérivés organiques.

1er juin 1922.
Laboratoire de chimie générale
de l'Université de Gand.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Champ électromagnétique pur et champ gravifique,**

par TH. DE DONDER, membre de l'Académie.

On entend par champ électromagnétique *pur* un champ dépourvu de masse, c'est-à-dire produit uniquement par de l'électricité.

Ce champ est caractérisé par la fonction (*)

$$\Lambda\sqrt{-g} = \frac{1}{4}\sum_{\alpha}\sum_{\beta}(-1)^{\alpha+\beta+1}M_{\alpha\beta}M_{*}^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\mathfrak{L}\sigma W, \qquad [1]$$

où σ est la densité de l'électricité.

$\mathfrak{L} \equiv \sum_{\alpha} u^{\alpha}\Phi_{\alpha}$; la vitesse de l'électricité a pour composantes u^{α}; le potentiel a pour composantes Φ_{α} ($\alpha = 1, 2, 3, 4$).

$$W \equiv \sqrt{\sum_{\alpha}\sum_{\beta} g_{\alpha\beta}u^{\alpha}u^{\beta}} = 1.$$

La fonction $-\frac{\sigma\mathfrak{L}}{2}W$ caractérise l'action due à l'électricité (**).

Annulons la variation de l'intégrale quadruple

$$\int_{\Omega}\left[(a+bC)\sqrt{-g} + \sum_{\alpha}\sum_{\beta}(-1)^{\alpha+\beta+1}M_{\alpha\beta}M_{*}^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\mathfrak{L}\sigma W\right]dx_1dx_2dx_3dx_4, \qquad [2]$$

étendue à une portion quelconque Ω de l'espace-temps. Prenons d'abord la variation par rapport aux potentiels einsteiniens $g_{\alpha\beta}$, à l'intérieur de la portion considérée.

(*) Pour les notations, voir notre mémoire : *La Gravifique einsteinienne.* (ANN. OBS. ROY. DE BELGIQUE 1921, ou Paris, Gautier-Villars, 1921.)

(**) TH. DE DONDER, *C. R. Académie des sciences.* Paris, 8 mai 1922.

Calculons le *tenseur symétrique* $\mathfrak{T}_{\alpha\beta}$ défini par (16) (*) :

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{T}_{\alpha\beta} \equiv \mathfrak{T}_{\beta\alpha} &\equiv -(1+\varepsilon_{\alpha\beta})\frac{d\Lambda\sqrt{-g}}{dg^{\alpha\beta}}\\ &= -\sqrt{-g}\sum_a\sum_b g^{ab}\left[\mathrm{M}_{\alpha a}\mathrm{M}_{\beta b}+\mathrm{M}^*_{\alpha a}\mathrm{M}^*_{\beta b}\right]-\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}u_\alpha u_\beta.\end{aligned}\right\} \quad [3]$$

La définition (19) permet de calculer le *tenseur asymétrique*

$$\mathrm{T}^\beta_\alpha = \frac{1}{2}\sum_\nu (-1)^{\nu+\beta}\left[\mathrm{M}_{\alpha\nu}\mathrm{M}^{\beta\nu}_* - \mathrm{M}^*_{\alpha\nu}\mathrm{M}^{\beta\nu}\right] - \frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}u_\alpha u^\beta, \qquad [4]$$

ce qui donne finalement (23)

$$\mathrm{T} = -2\Gamma = \sum_\alpha \mathrm{T}^\alpha_\alpha = -\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}. \qquad [5]$$

Les équations générales du champ gravifique sont alors, en tenant compte de [3], [4], [5],

$$a\sqrt{-g}\,g_{\alpha\beta}+2b\mathrm{G}_{\alpha\beta}\sqrt{-g} = -\sqrt{-g}\sum_a\sum_b g^{ab}(\mathrm{M}_{\alpha a}\mathrm{M}_{\beta b}+\mathrm{M}^*_{\alpha a}\mathrm{M}^*_{\beta b}) - \frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}\left(u_\alpha u_\beta - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}\right). \qquad [6]$$

En introduisant [3], [4], [5] dans (28), on obtient la force totale généralisée

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{F}_i &\equiv \sum_\beta (-1)^\beta\left(\mathrm{M}^\beta_*\mathrm{M}_{\beta i} - \mathrm{M}^\beta\mathrm{M}^*_{\beta i}\right)\\ &-\sum_\beta\left[\frac{\partial\left(\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}u_i u^\beta\right)}{\partial x_\beta} - \frac{\mathfrak{L}\sigma}{4}\sum_\alpha\sum_\nu g^{\alpha\beta}g_{\nu\beta,i}u_\alpha u^\nu\right]\end{aligned}\right\} \quad [7]$$

où l'on a posé (247) et (248) (*)

$$\mathrm{M}^\beta = \sum_\alpha (-1)^\alpha \frac{\partial \mathrm{M}^{\beta\alpha}}{\partial x_\alpha} \qquad [8]$$

$$\mathrm{M}^\beta_* = \sum_\alpha (-1)^\alpha \frac{\partial \mathrm{M}^{\beta\alpha}_*}{\partial x_\alpha}. \qquad [9]$$

(*) Voir mémoire déjà cité.

Ces deux dernières relations donnent d'ailleurs immédiatement les identités (249) et (250) (*)

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{\beta}\frac{\partial(-1)^{\beta}\mathrm{M}^{\beta}}{\partial x_{\beta}}\equiv 0 \qquad [10]\\ &\sum_{\beta}\frac{\partial(-1)^{\beta}\mathrm{M}^{\beta}_{*}}{\partial x_{\beta}}\equiv 0 \qquad [11]\end{aligned}\right\}$$

qui nous serviront dans la suite.

Le théorème du tenseur asymétrique (26) devient ici, en tenant compte de [10] et [11],

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{\beta}(-1)^{\beta}(\mathrm{M}^{\beta}_{*}\mathrm{M}_{\beta i}-\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{M}^{*}_{\beta i})\\ &-\sum_{\beta}\left(\frac{\partial\left(\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}u_{i}u^{\beta}\right)}{\partial x_{\beta}}-\frac{\mathfrak{L}\sigma}{4}\sum_{\alpha}\sum_{\nu}g^{\alpha\beta}g_{\nu\beta,i}u_{\alpha}u^{\nu}\right)=0. \qquad [12]\end{aligned}\right\}$$

Multiplions [12] par u^{i} et sommons par rapport à i; d'où

$$\sum_{i}u^{i}\sum_{\beta}(-1)^{\beta}(\mathrm{M}^{\beta}_{*}\mathrm{M}_{\beta i}-\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{M}^{*}_{\beta i})-\sum_{i}u_{i}u^{i}\sum_{\beta}\frac{\partial\left(\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}u^{\beta}\right)}{\partial x_{\beta}}$$
$$-\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}\sum_{i}u^{i}\sum_{\beta}u^{\beta}\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{\beta}}-\frac{1}{2}\sum_{\alpha}g_{\alpha\beta,i}u^{\alpha}\right)=0.$$

Pour simplifier cette équation dérivons l'identité

$$1\equiv\sum_{\alpha}\sum_{\beta}g_{\alpha\beta}u^{\alpha}u^{\beta}.$$

On obtient

$$\sum_{\alpha}\sum_{\beta}\left(g_{\alpha\beta,i}u^{\alpha}u^{\beta}+2g_{\alpha\beta}\frac{\partial u^{\alpha}}{\partial x_{i}}u^{\beta}\right)\equiv 0,$$

(*) Voir mémoire déjà cité.

ou encore

$$\sum_{\alpha}\sum_{\beta}\left(g_{\alpha\beta,i}u^{\alpha}u^{\beta}+2\frac{\partial(g_{\alpha\beta}u^{\alpha})}{\partial x_i}u^{\beta}-2g_{\alpha\beta,i}u^{\alpha}u^{\beta}\right)\equiv 0,$$

mais en tenant compte de

$$u_{\alpha}\equiv\sum_{\beta}u^{\beta}g_{\beta\alpha}$$

$$\sum_{\beta}2\frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_i}u^{\beta}-\sum_{\alpha}\sum_{\beta}g_{\alpha\beta,i}u^{\alpha}u^{\beta}\equiv 0.$$

Multiplions par u^i et sommons par rapport à i

$$\sum_{i}\sum_{\beta}\frac{\partial u_i}{\partial x_{\beta}}u^{\beta}u^{i}-\frac{1}{2}\sum_{\alpha}\sum_{\beta}\sum_{i}g_{\alpha\beta,i}u^{\alpha}u^{\beta}u^{i}\equiv 0. \qquad [13]$$

Introduisons [13] dans [12]; on obtient la relation

$$\sum_{i}u^{i}\sum_{\beta}(-1)^{\beta}(\mathrm{M}^{\beta}_{*}\mathrm{M}_{\beta i}-\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{M}^{*}_{\beta i})-\sum_{\beta}\left(\frac{\partial\left(\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}u^{\beta}\right)}{\partial x_{\beta}}\right)=0. \qquad [14]$$

Les *équations du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz généralisées* seront par définition (255) et (256) (*)

$$\begin{cases}\mathrm{M}^{\beta}=(-1)^{\beta}\sigma u^{\beta}, & [15]\\ \mathrm{M}^{\beta}_{*}=0. & [16]\end{cases}$$

On retrouve ces équations en prenant la variation de [2] par rapport aux Φ_{α} et en annulant cette variation.

Introduisons [15] et [16] dans [14]; on obtient, en vertu de

$$\sum_{\alpha}\sum_{\beta}u^{\alpha}u^{\beta}\mathrm{M}^{*}_{\alpha\beta}\equiv 0,$$

la relation

$$\sum_{\beta}\left[\frac{\partial\left(\frac{\mathfrak{L}\sigma}{2}u^{\beta}\right)}{\partial x_{\beta}}\right]=0. \qquad [17]$$

(*) Voir mémoire déjà cité.

Si on remplace M^β dans [10], on trouve

$$\boxed{\sum_\beta \frac{\partial(\sigma u^\beta)}{\partial x_\beta} = 0} \qquad [18]$$

Cette relation est l'*équation de continuité du mouvement généralisé de l'électricité* dans l'espace-temps.

En effectuant [17] et en tenant compte de [18], on trouve que

$$\boxed{\frac{d\mathcal{L}}{ds} = 0} \qquad [19]$$

c'est-à-dire que $\mathcal{L}$ *est un invariant pour le mouvement de l'électricité.*

Les équations [12] exprimant le théorème du tenseur asymétrique ou de la force généralisée peuvent maintenant s'écrire simplement, en tenant compte de [15, 16, 18 et 19] et de

$$\sum_\alpha g^{\alpha\beta} u_\alpha = u^\beta,$$

sous la forme

$$\boxed{\sum_\beta \sigma u^\beta M^*_{\beta i} + \frac{\mathcal{L}\sigma}{2}\left(\frac{du_i}{ds} - \frac{1}{2}\sum_\beta\sum_\alpha g_{\alpha\beta,i} u^\alpha u^\beta\right) = 0} \qquad [20]$$

On voit que si $\sigma = 0$, les équations sont *identiquement* satisfaites, et que si $\sigma \neq 0$, on trouve les quatre relations

$$\boxed{\sum_\beta u^\beta M^*_{\beta i} = -\frac{\mathcal{L}}{2}\left(\frac{du_i}{ds} - \frac{1}{2}\sum_\beta\sum_\alpha g_{\alpha\beta,i} u^\alpha u^\beta\right)} \qquad [21]$$

Posons

$$A_i \equiv \frac{du_i}{ds} - \frac{1}{2}\sum_\alpha\sum_\beta g_{\alpha\beta,i} u^\alpha u^\beta. \qquad [22]$$

(*) Voir mémoire déjà cité.

Multiplions [21] par u^i et sommons par rapport à i; on obtient la relation d'orthogonalité très simple

$$\boxed{\sum_i A_i u^i = 0} \qquad [23]$$

Remarquons aussi que puisque nous avons

$$\frac{\partial W}{\partial u^\alpha} \equiv \frac{\sum_\beta g_{\alpha\beta} u^\beta}{W} \equiv \frac{u_\alpha}{W}$$

$$\frac{\partial W}{\partial x_\alpha} \equiv \frac{\sum_\beta \sum_\gamma g_{\beta\gamma,\alpha} u^\beta u^\gamma}{2W},$$

la quantité entre parenthèses dans [21] peut s'écrire

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial W}{\partial u^i}\right) - \frac{\partial W}{\partial x_i}. \qquad [24]$$

De plus, le premier terme peut se mettre sous la forme (323 et 324) (*)

$$\sum_\beta u^\beta M^*_{\beta i} \equiv \sum_\beta u^\beta \left(\frac{\partial \Phi_\beta}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_\beta}\right) \equiv -\left[\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial u^i}\right) - \frac{\partial \Sigma}{\partial x_i}\right]. \qquad [25]$$

En introduisant [24] et [25] dans [20] et en tenant compte de [19], le *théorème du tenseur asymétrique* s'écrit

$$\boxed{\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial[W - \log \Sigma^2]}{\partial u^\alpha}\right) - \frac{\partial[W - \log \Sigma^2]}{\partial x_\alpha} = 0} \qquad [26]$$

Rappelons que ces équations se rapportent aux points de l'espace-temps où $\sigma \neq 0$.

Dans l'espace et le temps. — Désignons par ρ la densité de l'électricité en un point $x_1 x_2 x_3$ à l'instant $x_4 = t$, et par

$$v^i \equiv \frac{dx_i}{dt}$$

(*) Voir mémoire déjà cité.

les composantes de la vitesse de l'électricité. Remarquons que

$$v^4 \equiv 1.$$

Les *équations du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz* sont maintenant

$$\begin{cases} \mathrm{M}^\beta = (-1)^\beta \rho v^\beta & [27] \\ \mathrm{M}^\beta_* = 0. & [28] \end{cases}$$

En comparant ces équations à [15] et [16], on voit que

$$\rho = \frac{\sigma}{\mathrm{V}}$$

en posant

$$\mathrm{V} \equiv \frac{ds}{dt}.$$

Le théorème de la continuité du mouvement de l'électricité s'exprime maintenant

$$\sum_\beta \frac{\partial(\rho v^\beta)}{\partial x^\beta} = 0 \qquad [29]$$

ou par l'invariant intégral

$$\int \rho \, dx_1 dx_2 dx_3. \qquad [30]$$

Équations canoniques d'Hamilton. — Reprenons les équations [26] et posons la fonction de Lagrange

$$\mathrm{L} \equiv \mathrm{W} - \log \Sigma^2, \qquad [31]$$

et la fonction d'Hamilton

$$\mathrm{H} \equiv -\mathrm{L} + \sum p_\alpha u^\alpha \qquad [32]$$

où

$$p_\alpha \equiv \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial u^\alpha}. \qquad [33]$$

Les équations lagrangiennes [26] deviennent

$$\boxed{\frac{dp_\alpha}{ds} = -\frac{\partial H}{\partial x_\alpha}} \qquad [34]$$

$$\boxed{\frac{dx_\alpha}{ds} = \frac{\partial H}{\partial p_\alpha}} \qquad [35]$$

et forment un *système canonique d'Hamilton.*

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Sur un changement de variables de M. De Donder,**

par MAURICE NUYENS. (*)

Dans sa *Gravifique einsteinienne,* M. De Donder montre que les $(\delta s)^2$ à l'extérieur et à l'intérieur de la sphère massique (**) de Schwarzschild sont respectivement de la forme (***)

$$(\delta s)^2 \equiv -\frac{(\delta R)^2}{1-\frac{\alpha}{R}} - R^2[(\delta\theta)^2 + \sin^2\theta(\delta\varphi)^2] + c^2\left(1-\frac{\alpha}{R}\right)(\delta t)^2$$

$$(\delta s)^2 \equiv -\frac{1}{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}(\delta r')^2 - r'^2[(\delta\theta)^2 + \sin^2\theta(\delta\varphi)^2]$$

$$+\frac{c^2}{4}\left(3\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2} - \sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}\right)^2$$

et que les variables r et r' utilisées sont liées par la relation (****)

$$r^3 = \frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-3/2}\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}\,\arcsin\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{1/2}r'$$

$$-\frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-1}r'\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2} - \frac{r'^3}{2}.$$

(*) Présenté par M. De Donder.

(**) Pour les notations, se rapporter à la *Gravifique einsteinienne*, par Th. De Donder. Paris, Gauthier-Villars, 1921 ou aux *Annales de l'Observatoire royal de Belgique,* 1921.

(***) Nos (375), (380), (381) du mémoire cité.

(****) Nos [53], [54], [55] de la note 15 du même mémoire.

M. De Donder, que je tiens à remercier profondément, m'a conseillé de reprendre l'étude de ces $(\delta s)^2$ en évitant le plus possible les variables intermédiaires utilisées par Schwarzschild.

Je me suis proposé, en partant des équations [15] et [16] de la note 15 de l'ouvrage cité, d'introduire *directement* la variable r' et de retrouver au cours de l'intégration le changement de variables de M. De Donder.

1. *Problème intérieur.*

Un champ gravifique à symétrie sphérique est défini par un δs^2 de la forme

$$(\delta s)^2 = -f_1(\delta x_1)^2 - f^2\frac{(\delta x_2)^2}{1-x_2^2} - f_2(1-x_2^2)(\delta x_3)^2 + f_4(\delta x_4)^2,$$

où

$$x_1 = \frac{r^3}{3};\ x_2 = -\cos\theta;\ x_3 = \varphi;\ x_4 = t$$

et où f_1, f_2, f_4 sont des fonctions de x_1 seulement, unies par la relation

$$f_1 f_2^2 f_4 = c^2. \tag{1}$$

Cette dernière relation, les équations fondamentales de la gravifique et le théorème du tenseur asymétrique donnent le système d'équations aux dérivées partielles

$$(\mu_0 + pc)\sqrt{f_4} = \gamma \tag{2}$$

$$4\frac{f_1}{f_2} - \frac{1}{f_2^2}\left(\frac{df_2}{dx_1}\right)^2 - \frac{2}{f_2 f_4}\frac{df_2}{dx_1}\frac{df_4}{dx_1} + 4\varkappa f_1 pc = 0 \tag{3}$$

$$2\frac{d}{dx_1}\left(\frac{1}{f_2}\frac{df_2}{dx_1}\right) + \frac{3}{f_2^2}\left(\frac{df_2}{dx_1}\right)^2 + 2\varkappa f_1(\mu_0 + pc) = 0. \tag{4}$$

Introduisons la variable r', en posant

$$f_2 = r'^2. \tag{5}$$

Posons en outre

$$f_4 = \frac{c^2\psi}{r'}; \tag{6}$$

d'où, en vertu de (1),

$$f_1 = \frac{1}{\psi r'^3}, \tag{7}$$

où ψ est une fonction de r' à déterminer.

Remplaçant (5), (6), (7) dans (3) et (4) et tenant compte de (2), on obtient

$$3r'^2 \frac{dr'}{dx_1}\frac{d\psi}{dx_1} = 3r'^{-2} + 3\varkappa\gamma c^{-1}\psi^{-4/2} r'^{4/2} - 3\varkappa\mu_0 \tag{8}$$

$$2\psi \frac{d}{dx_1}\left(3r'^2 \frac{dr'}{dx_1}\right) = -3\varkappa\gamma c^{-1}\psi^{-4/2} r'^{4/2}. \tag{9}$$

Additionnons membre à membre; d'où

$$2\psi \frac{d}{dx_1}\left(3r'^2 \frac{dr'}{dx_1}\right) + 3r'^2 \frac{dr'}{dx_1}\frac{d\psi}{dx_1} = 3r'^{-2} - 3\varkappa\mu_0.$$

En multipliant par $3\,r'^2 \dfrac{dr'}{dx_1}$ et en intégrant on obtient

$$\psi\left(3r'^2 \frac{dr'}{dx_1}\right)^2 = (9r' - 3\varkappa\mu_0 r'^3 + 9\lambda) \quad (\lambda = \text{constante d'intégration}) \tag{10}$$

Divisons (9) par (10) après avoir élevé les deux membres de (10) à la puissance 3/2; d'où

$$\frac{2\dfrac{d}{dx_1}\left(3r'^2 \dfrac{dr'}{dx_1}\right)}{\left(3r'^2 \dfrac{dr'}{dx_1}\right)^2} = -\frac{9\varkappa\gamma c^{-1} r'^{4/2}}{(9r' - 3\varkappa\mu_0 r'^3 + 9\lambda)^{3/2}} r'^2 \frac{dr'}{dx_1};$$

en multipliant de nouveau par $3\,r'^2 \dfrac{dr'}{dx_1}$ et en intégrant on trouve

$$\frac{2}{\left(r'^2 \dfrac{dr'}{dx_1}\right)} - \frac{2}{\left(r'^2 \dfrac{dr'}{dx_1}\right)_s} = -\varkappa\gamma c^{-1} \int_{r'}^{a'} \frac{r'^{5/2}\, dr'}{\left(r' - \dfrac{\varkappa\mu_0}{3} r'^3 + \lambda\right)^{3/2}}. \tag{11}$$

2. *Conditions de continuité à la surface.*

En exprimant que les *fonctions* f_1, f_2, f_4 et leurs *dérivées premières* doivent varier d'une manière continue de l'*intérieur à l'extérieur* de la sphère, on trouve facilement

$$\begin{cases} \beta = a'^3 - a^3 & (12) \\ \alpha = a' - \psi_s & (13) \end{cases}$$

ainsi que

$$\left(\frac{dr'}{dx_1}\right)_s = \frac{1}{a'^2} \tag{14}$$

$$\left(\frac{d\psi}{dr'}\right)_s = 1, \tag{15}$$

en posant à la surface $r = a$, $r' = a'$, $\psi = \psi_s$:

Introduisons (14) dans (10) et cherchons γ (2) à la surface; on obtient deux nouvelles conditions :

$$\psi_s = a' - \frac{\varkappa\mu_0}{3} a'^3 + \lambda \tag{16}$$

$$\gamma = c\mu_0 \sqrt{\frac{\psi_s}{a'}}. \tag{17}$$

3. *Intégration.* — Grâce à (14), (11) peut s'écrire

$$\frac{r^2 dr}{r'^2 dr'} = 1 - \frac{\varkappa\gamma c^{-1}}{2} \int_{r'}^{a'} \frac{r'^{5/2} dr'}{\left(r' - \frac{\varkappa\mu_0}{3} r'^3 + \lambda\right)^{3/2}}. \tag{18}$$

En intégrant une seconde fois,

$$\frac{r^3}{3} - \frac{a^3}{3} = \frac{r'^3}{3} - \frac{a'^3}{3} + \frac{\varkappa\gamma c^{-1}}{2} \int_{r'}^{a'} r'^2 dr' \int_{r'}^{a'} \frac{r'^{5/2} dr'}{\left(r' - \frac{\varkappa\mu_0}{3} r'^3 + \lambda\right)^{3/2}}. \tag{19}$$

4. *Conditions de continuité à l'origine.* — Admettons que $r' = 0$ *à l'origine* $x_1 = 0$. On tire de (19) la valeur de a'^3 :

$$a'^3 = a^3 + \frac{3\varkappa\gamma c^{-1}}{2} \int_0^{a'} r'^2 dr' \int_{r'}^{a'} \frac{r'^{5/2} dr'}{\left(r' - \frac{\varkappa\mu_0}{3} r'^3 + \lambda\right)^{3/2}}. \tag{20}$$

Il résulte de (6, 10, 18) que

$$f_4 = c^2 \psi r'^{-1} = c^2 \left(1 - \frac{\varkappa\mu_0}{3} r'^2 + \lambda r'^{-1}\right) \left(1 - \frac{\varkappa\gamma c^{-1}}{2} \int_{r'}^{a'} \frac{r'^{5/2} dr'}{\left(r' - \frac{\varkappa\mu_0}{3} r'^3 + \lambda\right)^{3/2}}\right)^2 \tag{21}$$

De cette expression de f_4 il résulte (Schwarzschild) que $\lambda = 0$.

5. *Changement de variables de M. De Donder.*

En effectuant l'intégration (19) en tenant compte de (17) et de $\lambda = 0$ on obtient la relation

$$r^3 = \frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-3/2}\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}\,\arcsin\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{1/2}r'$$

$$-\frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-1}r'\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}-\frac{r'^3}{2}$$

$$+\left[a^3+\frac{7}{2}a'^3-\frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-3/2}\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}\,\arcsin\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{1/2}a'+\frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-1}a'\right].$$

Mais en vertu de (20) la quantité entre crochets est identiquement nulle; d'où

$$r^3 = \frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-3/2}\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}\,\arcsin\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{1/2}r'$$

$$-\frac{9}{4}\left(\frac{\varkappa\mu_0}{3}\right)^{-1}r'\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}-\frac{r'^3}{2}. \qquad (22)$$

En différentiant (22) on obtient

$$dx_4 = r^2dr = \frac{1}{2}r'^2\left[3\sqrt{\frac{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}}-1\right]dr', \qquad (23)$$

qui donne lieu à la surface (23)

$$\left(\frac{dr'}{dx_4}\right)_s = \frac{1}{a'^2}.$$

En intégrant (21) on trouve

$$f_4 = \frac{c^2}{4}\left(3\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}-\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}\right)^2, \tag{24}$$

ce qui donne f_1, grâce à (1) et à $f_2 = r'^2$.

Le $(\delta s)^2$ *à l'intérieur* de la sphère peut donc s'écrire, grâce à (23),

$$\left.\begin{aligned}&(\delta s)^2 \equiv -\frac{1}{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}(\delta r')^2 - r'^2[(\delta\theta)^2+\sin^2\theta(\delta\varphi)^2]+f_4(\delta t)^2\\ &\text{où}\quad f_4 = \frac{c^2}{4}\left(3\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}-\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}\right)^2.\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

6. *Détermination des constantes d'intégration* α *et* β.

Remarquons que

$$\psi \equiv \frac{r'}{4}\left(3\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^2}-\sqrt{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}\right)^2 \tag{26}$$

et à la surface

$$\psi_s = a' - \frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^3, \tag{27}$$

ce qui donne, en introduisant (26) et (27) dans (13),

$$\boxed{\alpha = \frac{\varkappa\mu_0}{3}a'^3} \tag{28}$$

La constante β est déterminée par (20).

7. *Calcul de la pression.*

De (2) et de (17) on tire facilement la relation intéressante

$$\frac{\mu_0+3pc}{\mu_0+pc} = \sqrt{\frac{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}r'^2}{1-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a^2}}, \tag{29}$$

qui permet de calculer la pression p à la distance r' du centre de la sphère massique.

(29) permet d'écrire la relation différentielle (23) sous la forme très simple

$$r^2\,dr = \frac{\mu_0}{\mu_0 + 3pc}\,r'^2\,dr'. \qquad (30)$$

C'est la relation différentielle résultant du changement de variables de M. De Donder.

PHYSIQUE. — **Sur une nouvelle forme de résistance électrique des électrolytes,**

par MAURICE PHILIPPSON (*).

(Deuxième note préliminaire.)

Dans une note récente (**) nous avons démontré qu'il existe dans les électrolytes une résistance spéciale que nous avons appelée *réactance cinétique des électrolytes*.

Cette réactance passe par un maximum pour la fréquence 1.500.000 avec le chlorure de potassium, pour la fréquence 1.250.000 pour la gélatine rendue acide au moyen d'une très faible dose d'acide chlorhydrique (chlorure de gélatine de Loeb).

En divisant cette réactance par ω, nous obtenons la *self cinétique de l'électrolyte*.

Nous avons mesuré cette self par la méthode de résonance.

Si nous appelons C la capacité de résonance du circuit de mesure, C' la capacité de résonance du circuit lorsqu'on

---

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) *Bull. Acad. roy. de Belgique*, 4 février 1922.

ajoute la cellule électrolytique de résistance ohmique R, L'' la self des connexions de cette cellule, la self cinétique L_K sera donnée par l'équation

$$L_K = \frac{1}{C\omega^2} - \frac{1}{C'\omega^2} - L''. \qquad (1)$$

Nous avons, de plus, mesuré au moyen d'un couple thermo-électrique l'intensité du courant passant par notre système.

Dans ces conditions, nous pouvons étudier d'un peu plus près les lois qui régissent la sel-finduction cinétique des électrolytes.

Pour nous rendre compte de l'action de l'intensité du courant, nous avons fait deux séries de mesures sur un même volume du même électrolyte en faisant varier l'intensité I du courant et en comparant, à même fréquence, les valeurs de la self donnée par l'équation (1).

Nous donnons ci-dessous une série de mesures à résistance constante dont il ressort que pour KCl la self est proportionnelle à $I^{0,6}$. L'équation de L_K serait donc

$$L_K = AI^{\beta}, \quad \text{où} \quad \beta = 0,6. \qquad (2)$$

Fréquences.	Capacités en microfarads. C	C'	I en milliampères.	L_K en microhenrys.	$\frac{L_K}{I^{0,6}}$
—	—		—	—	—
1.5 10^6	800	510	6,7	7,6	2,6
	»	385	24,4	14,8	2,2
2	450	310	7,4	6	1,8
	»	240	22,4	11,9	1,85
2.5	290	210	7,9	4,8	1,4
	»	180	23,4	8	1,2
3	200	160	8,9	3,1	0,85
	»	135	20	6,4	1,05

Enfin, en faisant varier la concentration et le volume de l'électrolyte, on observe que L est fonction de la résistance de la colonne d'électrolyte.

En tenant compte de l'équation (2), on obtient

$$L_{max} = (AR \pm B) I^{\beta} . 10^{-6}. \qquad (3)$$

Cette équation n'est vraie qu'à partir d'une certaine valeur de R; la courbe réelle rejoint l'origine par une courbe convexe ou concave, suivant que B est positif ou négatif.

Pour le chlorure de potassium à 15° normal et 0.1 normal,

$$L_{max} = (2{,}8\ R - 80)\ I^{0{,}6}\ 10^{-6}; \qquad (4)$$

pour la gélatine acide à 10 % et fluide à 40°, B est positif.

Quand la même gélatine est solide, les valeurs de L sont beaucoup plus faibles que lorsqu'elle est liquide.

Le tableau ci-dessous montre que l'équation (4) correspond bien aux mesures.

KCl 0.1 normal; fréquence $1{,}5 \times 10^6$; temp. 15°.

R en ohms.	I en milliampères.	L observé en microhenrys.	L calculé en microhenrys.	Écart en %.
—	—	—	—	—
200	3	15,4	14,7	+ 4,7
150	4,1	11,6	12,6	— 8
100	5,8	8,5	8,6	— 1
75	7,8	6,4	7	— 8
50	11,7	4,3	4,15	+ 3,5
25	25,6	1,2		(*x*)

(*x*) La loi cesse d'être exacte pour cette résistance.

La self cinétique des électrolytes est donc déterminée par la fréquence du courant, l'intensité du courant, la résistance du circuit et, enfin, par plusieurs constantes dépendant uniquement de la nature de l'électrolyte.

Elle peut être représentée par une équation empirique ayant la forme

$$L_\nu = \frac{(AR \pm B) I^\beta . 10^{-6}}{\sqrt{1+\gamma\left(\nu - \frac{N^2}{\nu}\right)^2}}, \quad \text{où} \quad \beta = 0{,}6, \tag{6}$$

ν étant une fréquence quelconque, N étant la fréquence pour laquelle L est maximum, A, B, γ étant des constantes spécifiques.

Chimie. — **Détermination du poids atomique du Sélénium,**

par P. BRUYLANTS et J. DONDEYNE (*).

Il y a quelques années l'un de nous, en collaboration avec M. Bytebier (**), a déterminé le poids atomique du sélénium par la méthode du poids du litre normal de l'hydrogène sélénié, combinée à la mesure de compressibilité de ce gaz par la méthode Gray-Burt.

Les résultats très concordants obtenus par M. Moles (***) au laboratoire de Genève, dans les mesures indirectes de compressibilité, en déterminant la densité du gaz acide bromhydrique sous différentes pressions, nous ont conduits à reprendre de nouvelles mesures sur le gaz H_2 Se par le même procédé.

Nous avons donc effectué à nouveau la détermination du poids du litre normal, ainsi que celle de la compressibilité, par la mesure du poids du litre sous les pressions de $\frac{2}{3}$ et de $\frac{1}{3}$ d'atmosphère. Cette méthode est avantageuse dans le cas de gaz de densité élevée comme H Br et H_2 Se.

Au cours de ce travail nous avons également mesuré les

(*) Présenté par M. Swarts.

(**) *Bull. Acad. roy. Belg.*, p. 856, 1912.

(***) *Journ. Ch. Phys.*, 14, 389, 1916.

tensions de vapeur de l'hydrogène sélénié jusqu'à une pression voisine de trois atmosphères.

La technique employée dans ces mesures est identique à celle qui a été utilisée précédemment, avec cette différence que le baromètre utilisé est du type Germann (*).

Le vacuomètre Mac Léod permet d'apprécier un vide avancé ; dans ces mesures, de même que dans les précédentes, la pression résiduelle des ballons était toujours très faible ; elle a varié entre $0^{mm}01$ et $0^{mm}06$: les corrections à apporter de ce chef aux résultats des pesées sont toujours très faibles ; ceci est avantageux, puisque les recherches de Ramsay et d'Young (**) montrent qu'il ne faut accepter qu'avec réserve les indications de cet instrument pour des pressions assez faibles.

Dans ces nouvelles recherches nous avons tenu à nous assurer de la stabilité du gaz H_2Se à la température ordinaire au contact du mercure : on peut affirmer que le produit pur n'attaque pas le mercure, pourvu que l'appareil soit toujours purgé des dernières traces d'air. La meilleure preuve nous en est fournie par la mesure des tensions de vapeur ; en effet, après avoir effectué une série de déterminations depuis les pressions les plus basses jusqu'à trois atmosphères environ, nous avons repris sa tension dans la neige carbonique et retrouvé exactement la même valeur qu'au début de l'expérience ; pourtant le gaz avait séjourné quatre jours au contact du mercure.

Le ménisque du manomètre n'était nullement altéré ; si la décomposition avait été à ce point minime qu'elle ne se fût pas manifestée par une altération du ménisque, elle aurait dû provoquer cependant une augmentation sensible de pression.

Une précaution indispensable pour empêcher le salissement et la mise hors d'état de toutes les canalisations de l'appareil de mesure consiste en un rinçage plusieurs fois répété par de

(*) A.-F.-O. Germann, thèse. Genève.
(**) *Phil. Mag.* (5) 38, 307, 1904.

l'hydrogène pur et sec, avant et après chaque remplissage des ballons.

La moindre trace d'air provoque une décomposition rapide du gaz, qui se manifeste par le dépôt de sélénium rouge, de préférence au voisinage des robinets et des joints rodés.

Les mesures exactes n'ont pu être faites que sur du gaz d'une seule provenance, à savoir la décomposition du séléniure d'aluminium par l'eau; nous avons suivi pour cette préparation le même procédé que dans les mesures antérieures et nous ajouterons aussi que le sélénium était de même provenance.

Nous ne sommes pas parvenus à purifier suffisamment par distillation fractionnée le gaz préparé par la méthode de Moissan et Étard (*), pas plus que celui préparé par la méthode de Wuyts et Stewart (**).

A l'époque où ce travail a été effectué nous n'avons pu mettre en œuvre la méthode de Ditte, étant donnée la difficulté de nous procurer l'air liquide nécessaire à la condensation du gaz préparé par ce procédé.

Les mesures du poids du litre normal ont été faites avec trois ballons de capacité variant entre 200 et 700 centimètres cubes; les mesures sous pressions de $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{3}$ d'atmosphère ont été faites avec trois ballons de capacité variant entre 200 et 300 centimètres cubes.

Voici un tableau donnant les résultats des calibrages des ballons utilisés sous la pression atmosphérique, ainsi que leur contraction par le vide.

Le volume des ballons est obtenu en affectant le poids d'eau de deux corrections : différence de densité de l'eau à 0° et à 4°, réduction au vide des poids marqués.

La contraction par le vide a été déterminée avec le plus grand

(*) *Bull. Soc. Chim. Paris*, (2) 34, 69.
(**) *Bull. Soc. Chim. Belg.*, 23-9-1909.

soin en raison de l'importance de cette correction pour les mesures effectuées sous des pressions inférieures à une atmosphère. Les résultats de ces mesures de contraction indiqués dans le tableau suivant représentent les moyennes de cinq déterminations isolées assez concordantes.

TABLEAU I.

Calibrage et contraction des ballons.

Ballon 1.

Poids plein d'eau à 0°	Poids vide d'air.	Poids d'eau à 0°.	Volume à 0°.	Contraction en c. c.
895,852	134,2516	761,6016	761,592	0,09
895,859				
895,858				
895,849				
895,848				
Moyenne : 895,853$_2$				

Ballon 2.

399,646	86,690	312,954	312,950	0,034
399,648				
399,640				
399,641				
Moyenne : 399,644				

Ballon 3.

288,972	82,001	206,970	206,967	0,0135
288,970$_5$				
288,970				
288,971				
Moyenne : 288,971				

Le ballon 4 utilisé dans les mesures de compressibilité avec les ballons 2 et 3 a les caractéristiques suivantes :

Volume à 0° = 324.340. Contraction en centimètres cubes : 0,049.

Dans les tableaux suivants nous consignons les résultats par ballon, obtenus sous la pression atmosphérique; P_0 indique la

pression de fermeture à 0_0 ; on l'obtient en réduisant la pression lue sur une échelle de verre, avec micromètre, en adoptant le coefficient moyen 0,000174 comme différence entre les coefficients du mercure et du verre. S représente le poids brut du gaz, différence des pesées pleine et vide corrigée de la faible pression résiduelle du ballon vide. L représente le poids du litre brut calculé d'après la formule des gaz parfaits :

$$L = \frac{S}{c} \cdot \frac{760}{P_0},$$

où c est la capacité des ballons.

TABLEAU II.

Mesures sous la pression atmosphérique.

Ballon 1. — Volume : 761.592.

P_0	S	L	Lc	Lc'	Lc''
762.04	2.80354	3.67175	3.67189	3.67136	3.67125
762.71	2.80681	3.67247	3.67261	3.67208	3.67193
745.53	2.74370	3.67280	3.67294	3.67241	3.67324
759.64	2.79578	3.67271	3.67285	3.67232	3.67234
			Moyenne. . . .		3.67219

Ballon 2. — Volume : 312.950.

753.13	1.13895	3.67288	3.67301	3.67248	3.67287
762.71	1.15320	3.67193	3.67206	3.67153	3.67138
745.53	1.12741	3.67273	3.67286	3.67233	3.67316
759.64	1.14850	3.67164	3.67177	3.67125	3.67127
			Moyenne. . . .		3.67217

Ballon 3. — Volume : 206.967.

762.04	0.76193	3.67183	3.67203	3.67150	3.67139
753.13	0.75305	3.67197	3.67217	3.67164	3.67203
762.71	0.76270	3.67201	3.67221	3.67168	3.67153
745.53	0.74550	3.67210	3.67230	3.67177	3.67260
759.64	0.75976	3.67266	3.67286	3.67233	3.67235
			Moyenne. . . .		3.67198
			Moyenne générale.		3.67209

Lc, Lc′ et Lc″ représentent le poids du litre brut affecté respectivement des corrections de contraction des ballons, de réduction au vide des poids marqués, et de la compressibilité du gaz. La valeur de cette correction se détermine d'après les résultats des mesures sous $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{3}$ d'atmosphère.

Les trois moyennes par ballon sont donc 3.67219; 3.67217 et 3.67198; l'écart extrême est donc de $\frac{1}{18000}$ environ.

La moyenne arithmétique des 13 déterminations est 3.67210, qui coïncide parfaitement avec la moyenne des moyennes par ballon, soit 3.67211.

En arrondissant à la quatrième décimale nous aurions

3.6721.

L'écart extrême des déterminations isolées est de $\frac{1}{2000}$ environ ; l'écart le plus grand avec la moyenne est $\frac{3}{10000}$.

La moyenne des résultats obtenus en 1912 par l'un de nous avec Bytebier est 3.6715 ; cependant, pour rendre ce chiffre comparable à celui des mesures actuelles, il faut lui faire subir une légère correction en raison du coefficient 0.000172 adopté à cette époque comme différence entre les coefficients de dilatation du mercure et du verre.

Ce chiffre doit donc être augmenté de $\frac{1}{25000}$ à $\frac{1}{30000}$; si l'on prend 15° à 20° les températures auxquelles ont été faites ces mesures, le chiffre de 1912, pour être comparable au chiffre nouveau, doit être élevé à 3.6716 ou 3.6717. De sorte qu'entre ces deux mesures isolées, faites avec un appareillage (ballons et baromètre) absolument différent, il y a un écart de $\frac{1}{10000}$ environ. Il faut cependant observer que les deux gaz ont la même provenance chimique.

Le poids du litre normal de H_2Se d'après nos nouvelles déterminations est donc

3.67018,

ou, en arrondissant à la quatrième décimale,

3,6702,

en prenant pour intensité de la pesanteur à Louvain

$$g = 9.81128 \quad \text{pour} \quad g^{\circ}_{45} = 9.80616.$$

Détermination de la densité aux pressions inférieures à une atmosphère.

Les pressions de fermeture des ballons sont voisines de $506^{mm}67$ et $253^{mm}33$. La marche des expériences est la même que pour les mesures à la pression atmosphérique. Dans les tableaux suivants nous avons consigné les résultats par ballon obtenus dans ces mesures.

$L_{506.67}$ et $L_{253.33}$ représentent les valeurs obtenues par la loi des gaz parfaits :

$$L_{506.67} = \frac{S}{c} \cdot \frac{506.67}{P_0},$$

$$L_{253,33} = \frac{S}{c} \cdot \frac{253.33}{P_0}.$$

$L_{506.c}$ et $L_{253.c}$ représentent les valeurs affectées de la correction de contraction du ballon sous ces pressions; L_{760} sont les valeurs correspondantes ramenées à 760 milimètres par la formule des gaz parfaits; sous L_c se trouvent données les valeurs corrigées des corrections de contraction et de réduction au vide, et sous L'_c les valeurs corrigées de la compressibilité.

TABLEAU III.

Mesures sous la pression de $\frac{2}{3}$ *d'atmosphère.*

Ballon 2. — Volume : 312.950.

P_0	S	$L_{506.67}$	$L_{506}.c$	L_{760}	Lc	Lc'
508.48	0.765914	2.43869	2.43875	3.65860	3.65820	3.65811
520.57	0.784106	2.43863	2.43869	3.65852	3.65812	3.65741
502.73	0.75690	2.43755	2.43761	3.65690	3.65650	3.65670
504.35	0.759564	2.43828	2.43834	3.65799	3.65759	3.65771
				Moyenne. . . .		3.65743

Ballon 3. — Volume : 206.967.

508.48	0.506348	2.43777	2.43782	3.65721	3.65678	3.65669
520.57	0.518693	2.43920	2.43925	3.65936	3.65893	3.65822
502.73	0.50080	2.43864	2.43869	3.65852	3.65809	3.65829
504.35	0.502348	2.43829	2.43834	3.65799	3.65756	3.65768
				Moyenne. . . .		3.65772

Ballon 4. — Volume : 324.340.

508.48	0.793296	2.43683	2.43694	3.65589	3.65558	3.65549
520.57	0.81251	2.43789	2.43800	3.65749	3.65718	3.65647
502.73	0.78474	2.43812	2.43823	3.65782	3.65759	3.65779
504.35	0.78691	2.43700	2.43711	3.65774	3.65743	3.65755
				Moyenne		3.65681
				Moyenne générale.		3.65732

TABLEAU IV.

Mesures sous la pression de $\frac{1}{3}$ d'atmosphère.

Ballon 2. — Volume : 312.950.

P_0	S	$L_{253.33}$	$L_{253}C$	L_{760}	Lc	Lc′
255.68	0.383755	1.21497	1.21505	3.64520	3.64480	3.64468
256.68	0.385595	1.21603	1.21611	3.64838	3.64798	3.64781
254.76	0.382709	1.21604	1.21612	3.64841	3 64801	3.64794
255.69	0.383477	1.21453	1.21461	3.64341	3.64301	3.64289
				Moyenne. . . .		3.64583

Ballon 3. — Volume : 206.967.

255.68	0.25393	1.21503	1.21508	3.64529	3.64496	3.64484
256.68	0.25487	1.21477	1.21483	3.64454	3.64411	3.64394
254.76	0.25261	1.21311	1.21316	3.63953	3.63920	3.63913
255.69	0.25402	1.21588	1.21593	3.64784	3.64751	3.64739
				Moyenne. . . .		3.64382

Ballon 4. — Volume : 324.340.

255.68	0.39708	1.21302	1.21314	3.63947	3.63916	3.63904
256.68	0.39912	1.21450	1.21462	3.64391	3.64360	3.64343
254.76	0.39583	1.21356	1.21368	3.64109	3.64078	3.64071
255.69	0.39780	1.21564	1.21576	3,64733	3.64702	3.64690
				Moyenne. . . .		3.64252
				Moyenne générale.		3.64407

Les écarts dans ces déterminations sont nécessairement plus considérables; sous la pression de $\frac{2}{3}$ d'atmosphère l'écart extrême est de $\frac{1}{1300}$, l'écart le plus grand avec la moyenne $\frac{1}{2100}$; sous la pression de $\frac{1}{3}$ d'atmosphère l'écart extrême est de $\frac{1}{400}$, l'écart le plus grand avec la moyenne $\frac{1}{700}$.

Le coefficient de compressibilité par millimètre employé pour ramener les diverses mesures de la série sous une atmosphère à la pression de 760 se déduit des chiffres précédents :

$$\frac{3.67190 - 3.65739}{253.33} = \frac{0.01451}{253.33} = 0{,}00005728.$$

Le coefficient par millimètre pour ramener à 253.33 les mesures faites aux environs de $\frac{1}{3}$ d'atmosphère est

$$\frac{3.65739 - 3.64502}{253.33} = \frac{0.01237}{253.33} = 0{,}00004883.$$

Enfin pour ramener à 506.67 les mesures faites aux environs de cette pression, on s'est servi du coefficient moyen

$$\frac{0{,}00005728 + 0{,}00004883}{2} = 0{,}00005122.$$

C'est avec le coefficient 0,0000573 que l'on a calculé les chiffres L_c'' du tableau III par la relation

$$Lc'' = Lc' + C, \qquad \text{ou} \qquad C = (760 - P_0)\,0{,}0000573.$$

Nous résumons dans le tableau suivant la moyenne de toutes les déterminations sous les différentes pressions :

Pression.	L.	
1 atmosphère	3.6721_4	moyenne de 13 mesures.
2/3 —	3.6573_2	— 12 —
1/3 —	3.6440_7	— 12 —

Ce sont ces valeurs que nous avons utilisées pour le calcul de

l'écart à la loi d'Avogadro d'après les divers procédés indiqués par Guye (*).

a) Méthode des différences secondes. Le tableau suivant réunit les données nécessaires à ce calcul. Les valeurs des produits pv y sont calculées par la relation

$$pv = \frac{L_1}{L_p},$$

L_1 étant le poids du litre sous la pression de 760 millimètres. L_p le poids du litre sous la pression p, ramené à la pression de 760 millimètres par la formule des gaz parfaits; on choisit comme unité le volume à 0° sous une atmosphère et la pression d'une atmosphère :

		p	pv	$\Delta_1 \times 10$	$\Delta_2 \times 10^5$
L 760	3.67211	1.0000	1.000000		
				404	
L 2/3	3.65732	0.66667	1.00404		39
				365	
L 1/3	3.64407	0.33333	1.00769		(39)
				(326)	

$$\Sigma\Delta_1 \times 10^5 = 1095.$$

D'où l'on tire

$$(pv)_0 = 1 + \Sigma\Delta_1 = 1.01095.$$

b) Méthode algébrique. Nous avons effectué les calculs au moyen des deux formules en p et $\frac{1}{v}$, indiquées par Guye :

$$pv = 1 + \alpha - ap - bp^2,$$
$$pv = 1 + \alpha' - \frac{a'}{v} - \frac{b'}{v^2}.$$

(*) Ph.-A. Guye, *Journ. Ch. Phys.*, 17, 159, 1919.

Nous obtenons ainsi les valeurs suivantes des coefficients des deux équations :

Formule en p.	Formule en $\frac{1}{v}$.
$\alpha = +0{,}01095$	$\alpha' = +0{,}01095$
$a = +0{,}00919$	$a' = +0{,}00933$
$b = +0{,}00176$	$b' = +0{,}00161$
$a + b = 0{,}01095$	$a + b = 0{,}01094.$

Les deux formules, en p et $\frac{1}{v}$, conduisent donc, de même que dans le cas de l'acide bromhydrique (*), à la même valeur numérique de l'écart à la loi d'Avogadro, et d'ailleurs aussi à la même valeur que celle qui est obtenue par la méthode des différences secondes.

On a donc

$$1 + \lambda = 1 + \alpha = 1 + \alpha' = 0{,}01095.$$

C'est cette valeur qui a été utilisée pour le calcul de l'écart de compressibilité A_0^1 entre 1 atmosphère et 0.

$$A_0^1 = \frac{0{,}01095}{1{,}01095} = 0{,}01083.$$

Nous pouvons dès lors calculer le poids moléculaire du gaz H_2Se par la formule

$$M = \frac{32 \times 3.67018 \times 1{,}00097}{1.4289 \times 1.01095} = 81.382,$$

en adoptant pour poids du litre normal d'oxygène la valeur 1.4289 proposée par Moles (**) à la suite de sa récente étude critique

(*) Ph.-A. Guye, *Journ. Ch. phys.*, 17, 163 (1919).
(**) *Journ. Ch. phys.*, 19, 100 (1921).

de tous les résultats, et en adoptant pour l'écart à la loi d'Avogadro de l'oxygène la valeur **1.00097**, résultat des expériences concordantes de Jacquerod et Scheuer (*) et de Gray et Burt (**).

On en déduit comme poids atomique du sélénium la valeur **79. 37**.

Ce chiffre s'éloigne sensiblement de celui qui résulte des mesures effectuées en **1912**, soit **79.18**.

Les deux déterminations isolées du poids du litre normal concordent à $\frac{1}{10,000}$; la différence est due tant au mode de calcul adopté dans les deux cas pour obtenir l'écart de compressibilité, qu'aux déterminations expérimentales de compressibilité elles mêmes.

a) Différences dans le mode de calcul. La valeur de A_0^1 déduite, par le procédé de Guye, des mesures indirectes de compressibilité par la méthode des densités sous des pressions inférieures à **1** atmosphère est **0,01083**.

La valeur de A_0^1 déduite des mesures directes du produit *pv* sous différentes pressions et calculée par la formule de Daniel Berthelot est **0,01302**.

Le premier mode de calcul est incontestablement préférable pour un gaz tel que H_2 Se de compressibilité assez élevée.

b) Différences dans les résultats des deux procédés expérimentaux. Si le mode de calcul adopté dans les deux cas donne des résultats différents, il n'en reste pas moins vrai qu'il y a des différences très marquées entre les résultats expérimentaux des deux genres de mesure. On peut s'en rendre compte en appliquant le mode d'extrapolation de Guye aux résultats publiés en **1912** des valeurs des produits (pv) (***).

Nous avons déduit graphiquement de la première expérience de compressibilité les valeurs de (pv) à **1** atmosphère, $^2/_3$ et $^1/_3$ et

(*) *Mém. Soc. Phys.* Genève, 35, 665 (1908).
(**) *Journ. Chem. Soc.*, 95, 1675 (1909).
(***) *Bull. Acad. roy. Belg.*, 856, 1912.

calculé la valeur de $(pv)_0$ par la méthode des différences secondes. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

p	(pv)	$\Delta_1 \times 10^5$	$\Delta_2 \times 10^5$
1.00000	1.00000		
		494	
0.66667	1.00494		92
		402	
0.33333	1.00896		
		(310)	
	$\Sigma\Delta_1 \times 10^5$	1206	

$$(pv)_0 = 1.01206$$

$$A_0^1 = 0.01191$$

En adoptant donc le même mode de calcul, A_0^1 déduit de la mesure du produit (pv) est donc **0.01191** ; A_0^1 déduit de la densité sous différentes pressions est **0.01083**.

Il reste donc une incertitude sur la valeur de A_0^1 et celle-ci ne pourra être levée que par de nouvelles déterminations expérimentales.

c) Une autre cause de différence dans la valeur trouvée en 1912 pour le poids atomique du sélénium et la valeur actuelle réside dans la valeur adoptée pour le poids d'oxygène. Ne connaissant pas à cette époque la valeur de l'intensité de la pesanteur à Louvain, nous avions déterminé le poids du litre d'oxygène dans les mêmes conditions que le poids de l'hydrogène sélénié. Or ce poids, recalculé en employant le coefficient 0.000174 comme différence entre les coefficients de dilatation du mercure et du verre est 1,42878, inférieur de $\frac{1}{11000}$ à la valeur adoptée dans les calculs actuels.

Les causes de différences que nous venons de signaler agissent toutes trois dans le même sens.

Nous ne donnons la valeur du poids atomique du sélé-

nium : 79.37 qu'à titre provisoire en attendant le résultat de recherches nouvelles tant sur la compressibilité du gaz H_2Se que sur son poids du litre normal, que nous chercherons à déterminer avec des échantillons d'autres provenances.

Mesure des tensions de vapeur de H_2 Se.

L'appareil de mesure se compose de deux parties : l'ampoule renfermant le gaz liquéfié ainsi que le thermomètre, et le baromètre-manomètre; ces deux parties sont reliées par un tube d'un diamètre intérieur de 5 millimètres.

A l'intérieur de l'ampoule renfermant le gaz liquéfié est soudé le thermomètre; c'est un pyromètre de Deleuw dont l'enroulement du fil de platine est faite sur une longueur de 2 centimètres environ; en abaissant suffisamment le niveau du mercure dans le baromètre, on introduit dans l'ampoule une quantité suffisante de gaz liquéfié pour recouvrir complètement la partie active du pyromètre; en relevant ensuite le niveau du mercure dans le baromètre, le gaz est complètement emprisonné entre le verre et le mercure et ne vient plus au contact d'aucun robinet graissé.

Le baromètre est construit de façon à pouvoir servir également de manomètre à air libre; la partie supérieure du tube barométrique est soudée à une petite pompe Antropoff par l'intermédiaire d'un tube en T portant un robinet qui permet de la mettre en rapport avec l'atmosphère; le baromètre est ainsi transformé en manomètre à air libre de façon à poursuivre les mesures jusqu'à des pressions assez élevées; la pression barométrique est alors lue à un baromètre auxiliaire.

La longueur active du manomètre-baromètre est de 1^m40. Les lectures de pression se font comme pour la mesure du poids du litre normal au micromètre, et tout le baromètre est enfermé dans une cage vitrée.

Voici les données d'étalonnage du pyromètre :

t	T	R	*a*	*b*
— 78.42	194.58	82.70 ω	2.080	22.56
— 38.65	234.35	101.88	»	22.44
— 22.95	250.05	109.41	»	22.48
± 0.00	273.00	120.40	»	22.57

La température se calcule par l'expression

$$T = 2.08 \times R + b.$$

Le thermostat que nous avons employé dans ces mesures de tension de vapeur est identique à celui qu'a employé Timmermans (*) dans ses mesures sur la densité des liquides sous zéro. Il se compose d'un grand Dewar cylindrique argenté (diamètre intérieur 13 centimètres, profondeur 23 centimètres) et d'un second Dewar suspendu dans le premier ; l'ampoule renfermant le gaz liquéfié et soudée au manomètre y est placée au centre et y est maintenue à la partie supérieure par un bouchon en liège de 5 centimètres d'épaisseur fixé par un mastic à l'albumine. Ce second Dewar est rempli presque complètement d'alcool ; il est argenté également et pourvu d'une tubulure latérale munie d'un robinet qui permet à volonté d'y faire le vide ou d'y laisser rentrer l'air.

Le Dewar intérieur étant moins profond que le premier est immergé totalement dans le liquide réfrigérant où se meut un agitateur mécanique.

Le tableau suivant donne le résultat de ces mesures ; P est la pression corrigée exprimée en millimètres, R la résistance en ohms, T la température absolue, *t* la température centigrade.

(*) *Bull. Soc. Chim. Belg.*, 22, 433.

P	R	T	*t*
82.89	82.90	194.99	- 78.01
82.83	82.90	194.99	- 78.01
157.91	86.74	202.94	- 70.06
158.18	86.75	202.97	- 70.03
157.14	86.69	202.84	- 70.16
157.48	86.68	202.81	- 70.19
157.29	86.68	202.81	- 70.19
203.33	88.74	207.10	- 65.90
265.73	90.67	211.10	- 61.90
266.84	90.69	211.14	- 61.86
290.52	91.47	212.75	- 60.25
290.09	91.45	212.72	- 60.28
290.06	91.46	212.74	- 60.26
290.14	91.46	212.74	- 60.26
290.20	91.47	212.75	- 60.25
290.31	91.47	212.75	- 60.25
400.55	94.11	218.24	- 54.76
400.82	94.12	218.26	- 54.74
400.53	94.13	218.28	- 54.72
437.84	94 97	220.02	- 52.98
436.33	95.27	220.64	- 52.36
461.91	95.57	221.27	- 51.73
483 62	96.96	222.08	- 50.92
521.58	96.67	223.55	- 49.45
547.28	97.16	224.56	- 48.44
616.99	98.49	227.32	- 45.68
616.54	98.49	227.32	- 45.68
654.51	99.13	228.65	- 44.35
694.71	99.75	229.93	- 43.07
736.83	100.34	231.06	- 41.94
745.88	100.50	231.49	- 41.51
751.07	100.57	231.64	- 41.36
756.20	100.62	231.74	- 41.26
758.71	100.65	231.80	- 41.20
760.83	100.62	231.74	- 41.26
768.66	100.77	232.05	- 40.95

P	R	T	t
831.83	101.70	233.98	- 39.02
829.27	101.65	233.88	- 39.12
828.26	101.64	233.86	- 39.14
828.41	101.63	233.84	- 39.16
828.70	101.63	233.84	- 39.16
935.71	103.11	236.92	- 36.08
939.50	103.14	236.98	- 36.02
942.41	103.16	237.02	- 35.98
944.51	103.18	237.06	- 35.94
946.59	103.20	237.10	- 35.90
950.69	103.24	237.19	- 35.81
952.54	103.26	237.23	- 35.77
985.13	103.55	237.83	- 35.17
1025.94	103.94	238.64	- 34.36
1123.20	104.90	240.65	- 32.35
1296.19	106.62	244.25	- 28.75
1312.21	106.85	244.73	- 28.27
1348.56	107.20	245.45	- 27.55
1357.90	107.31	245.68	- 27.32
1390.20	107.65	246.38	- 26.62
1464.06	108.16	247.44	- 25.56
1589.6	109.18	249.57	- 23.43
1594.4	109.20	249.61	- 23.39
1595.9	109.21	249.63	- 23.37
1597.2	109.21	249.63	- 23.37
1650.9	109.58_4	250.42	- 22.58
1656.8	109.61_6	250.46	- 22.54
1727.8	110.04_6	251.38	- 21.62
1732.0	110.07_1	251.43	- 21.57
1735.9	110.09_5	251.48	- 21.52
1796.8	110.44_5	252.21	- 20.79
1799.0	110.45_4	252 23	- 20.77

Le point triple a les coordonnées suivantes :

$$P = 203.3. \qquad t = -65.9.$$

Le point d'ébullition sous la pression de 760 millimètres est — 41.2 (Olszewski (*) : — 41°; De Forcrand et Fonzes Diacon (**) — 42°).

La chaleur latente de vaporisation moléculaire à sa température d'ébullition sous la pression atmosphérique, d'après la formule de Clapeyron, est 4.76 (De Forcrand et Fonzes Diacon (**) : 4.67).

Le rapport des températures absolues d'ébullition de H_2Se et de H_2Te sous les mêmes pressions est constant. Il en est de même du rapport $\frac{T_1}{T_2}$ pour H_2Se et CS_2, absolument comme pour H_2Te et CS_2 (***).

C'est ce que montre le tableau suivant :

P	$T_2(H_2Se)$	$T_1(CS_2)$	$\frac{T_1}{T_2}$
—	—	—	—
234.4	209.1	287	1.373
254.2	210.4	289	1.374
275.4	211.7	291	1.375
309.9	213.7	294	1.376
403.9	218.4	301	1.375
450.6	220.6	304	1.378
501.6	222.8	307	1.378
576.7	225.8	311	1.377
660.5	228.8	315	1.377
753.7	231.7	319	1.377
804.1	233.2	321	1.376
830.25	234.0	322	1.376
857.1	234.7	323	1.376
1164.5	241.6	333	1.378
1552.1	249.0	343	1.374

Louvain. Laboratoire de Chimie générale
de l'Université, 1920-1921.

(*) *Bull. Acad. Cracovie*, 57, 1890.
(**) *Ann. Ch. Phys.* (7), 26, 247, 1902.
(***) P. Bruylants, *Bull. Acad. roy. Belg.*, 472, 1920.

Biologie. — **Sur les conditions qui déterminent l'encystement d'un Infusoire marin : « Euplotes harpa », Stein.**

par Albert Mélant (¹).

Introduction.

On sait d'une manière générale que les Protistes s'encystent lorsque les conditions d'existence deviennent impropres à la vie active.

Dans la nature, quand le milieu devient défavorable, plusieurs facteurs varient à la fois. On peut se demander : *a*) si tous ces facteurs interviennent dans la production des cystes; *b*) si chacun, à lui seul, est capable de provoquer le phénomène; *c*) quels sont les rapports de l'encystement avec l'intensité de l'excitation et avec sa durée d'action.

C'est à ces questions que j'essaie de répondre par des expériences sur un Infusoire marin : *Euplotes harpa*.

Avant d'aller plus loin, je signale que les individus d'*Euplotes harpa* sont fort différents de l'un à l'autre, au point de vue de leur sensibilité. Dans les mêmes conditions, les uns s'encystent et les autres continuent à nager. Ceci est encore vrai même si l'on opère sur une culture *pedigree*, c'est-à-dire obtenue avec des individus provenant tous d'un même *Euplotes harpa* originel.

Les trois premières séries d'expériences ont été faites à l'aide d'*Euplotes* cultivés dans de l'eau de mer naturelle, où ils étaient en mélange avec d'autres Infusoires. Je me suis servi ensuite de cultures ne renfermant plus d'autres Infusoires

---

(¹) Présenté par M. Jean Massart.

qu'*Euplotes harpa*, et de plus faites en eau de mer artificielle. En voici le mode de préparation:

Je fais une solution contenant

NaCl cristallisé anhydre :	28gr553
$MgCl_2$ $6H_2O$	6gr557
SO_4Mg $7H_2O$	4gr297
SO_4Ca anhydre	1gr211
Eau pure	1000 gr.

Les sels employés sont des produits « Merck ».

La composition de cette solution correspond sensiblement à celle de l'eau de la mer du Nord. Je la compare à de l'eau de mer naturelle au moyen de l'appareil de Kohlrausch, et je trouve des conductibilités électriques égales. Sa résistance est de 4 $^1/_2$ ohms.

Sa pression osmotique, mesurée par cryoscopie, correspond à — 1°90 C.; elle est donc égale à 22,4 atmosphères approximativement.

Pour faire mes cultures, j'ajoute à 250 grammes d'eau de mer artificielle, 10 grammes d'*Ulva Lactuca* (pesé sans égoutter). Pour laver ces Algues, je me sers d'une solution de NaCl isotonique à l'eau de mer. Afin d'obtenir des cultures ne contenant comme Infusoires qu'*Euplotes harpa*, je soumets, avant d'ensemencer, eau de mer et *Ulva* à une température variant de 50 à 70° C.; on tue ainsi tous les Infusoires introduits dans l'eau de mer par les Algues, tout en laissant subsister les Bactéries nécessaires à l'alimentation des *Euplotes*. Je laisse refroidir, puis j'ensemence avec des *Euplotes harpa*, isolés préalablement des autres Protistes par la culture en goutte suspendue.

I. — Action d'une augmentation graduelle de la salure.

On sait depuis Cienkowsky (voir Bütschli, *Protozoa*, vol. III, pp. 1646 à 1648) que lorsqu'on laisse évaporer le liquide où vivent des Infusoires, beaucoup de ceux-ci s'encystent.

Partons de cette observation et essayons d'en définir les détails.

Nous commençons par des expériences où l'augmentation de la concentration est obtenue en laissant évaporer le liquide.

a) *Par évaporation.*

Première série d'expériences.

Je mets, dans trois verres de montre, respectivement 125, 400 et 600 milligrammes d'une culture d'Infusoires en eau de mer naturelle. Cette culture est riche en *Euplotes harpa*, mais elle contient aussi d'autres espèces. Je place ces verres de montre ouverts dans une étuve à 23° C.

De temps à autre j'examine le liquide au microscope et quand je constate qu'environ 90 °/₀ des individus sont encystés, je pèse les gouttes. Voici les résultats :

	Poids initiaux.	Poids finaux.	Quotients.	Temps.
	—	—	—	—
1er verre. . .	125 milligr.	45 milligr.	2.5	2 h. 30
2e verre . . .	400 id.	185 id.	2.16	1 h. 35
3e verre . . .	600 id.	280 id.	2.14	3 h. 10

Remarque. — Cette série de trois expériences est faite avec une culture différente de celle qui a servi aux deux séries ci-dessous.

Deuxième série d'expériences.

Je mets, dans deux verres de montre, respectivement 200 milligrammes. Voici les résultats :

	Poids initiaux.	Poids finaux.	Quotients.	Temps.
	—	—	—	—
1er verre. . .	200 milligr.	66 milligr.	3	4 heures.
2e verre . . .	200 id.	62 id.	3.2	6 h. 10.

Troisième série d'expériences.

	Poids initiaux.	Poids finaux.	Quotients.	Temps.
	—	—	—	—
1er verre. . .	4,000 milligr.	1,366 milligr.	2.9	12 heures.
2e verre . . .	2,000 id.	710 id.	2.8	5 h. 10.

Remarque. — Les séries 2 et 3 ont été faites avec la même culture, mais à deux jours d'intervalle. Leurs résultats peuvent donc être comparés entre eux, mais non avec ceux de la première série.

Conclusions. Toutes grossières qu'elles sont, ces expériences semblent établir les points suivants :

1° L'encystement s'opère lorsque la salure du liquide atteint deux ou trois fois la salure primitive;

2° Le pourcentage de cystes obtenu semble indépendant de la quantité absolue de culture soumise à l'expérience;

3° A première vue, il semble aussi indépendant de la vitesse d'évaporation quand les variations de celle-ci ne vont pas plus loin que du simple au triple; mais des expériences plus précises ont montré l'inexactitude de cette conclusion.

Une cause d'erreur évidente réside dans l'inégalité de la surface d'évaporation des diverses gouttes. En vue d'obvier à cet inconvénient, toutes les expériences suivantes ont été faites dans des tubes ayant tous exactement le même diamètre, qui était de 8 millimètres.

b) *Par addition de substances osmotiques.*

Dans les expériences précédentes, il y avait diminution du volume, en même temps qu'augmentation de la concentration. Il était intéressant de rechercher si l'on obtiendrait aussi l'encystement quand on fait monter la pression osmotique du liquide sans réduire son volume. Dans ce but j'ajoute d'abord à la culture de l'eau de mer concentrée à un cinquième de son

volume primitif. Puis j'ajoute du NaCl, qui est le principal constituant de l'eau de mer; enfin, j'augmente la concentration par l'addition de saccharose. Toutes ces expériences ont été faites à 20° C.

1. *Addition d'eau de mer cinq fois concentrée.*

Je fais une première série de trois expériences en tubes de 27 millimètres de longueur, contenant 150 milligrammes de culture; les tubes sont bouchés. J'ajoute ensuite à chacun 90 milligrammes d'eau de mer artificielle cinq fois concentrée, à raison de $2^{mgr}25$ toutes les 3 minutes. L'expérience a donc été terminée en 2 heures.

En prenant pour unité le degré de salure de la culture normale, le degré de salure atteint vaut 2.6. Après l'expérience, de nombreux *Euplotes* sont encystés dans chacun des tubes. J'ai repesé les tubes et n'ai pas constaté pratiquement d'évaporation, malgré les très nombreuses fois où j'avais débouché les tubes.

2. *Addition de* NaCl.

Le NaCl étant l'élément essentiel de l'eau de mer, il était intéressant de savoir si à lui seul il pourrait provoquer l'encystement.

Je mets 150 milligrammes de culture normale dans un tube long de 27 millimètres et bouché. J'ajoute, avec une épingle, en 1 h. 45 m., 12 milligrammes de NaCl cristallisé anhydre. Après l'expérience, il y a de très nombreux *Euplotes* encystés. J'ai refait cette expérience trois fois avec le même résultat.

A la fin de l'expérience la salure avait à peu près triplé, étant donné que dans les 150 milligrammes d'eau de mer il y a $5^{mgr}8$ de sels (avec forte prédominance de NaCl).

3. *Addition de saccharose.*

J'obtiens, enfin, de nombreux cystes en ajoutant du sucre jusqu'à saturation, en 3 heures, à 150 milligrammes de culture.

Je refais cette expérience, mais en ajoutant à 150 milligrammes de culture 1 gramme de sucre, quantité équivalente au point de vue osmotique à 12 milligrammes de NaCl. Dans une expérience témoin j'ajoute 12 milligrammes de NaCl à 150 milligrammes de la même culture. Voici les résultats :

Quatrième série.

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
	—	—	—
Sucre . . .	284	140	50
Sel	277	183	66

De ces diverses expériences il résulte que l'augmentation de la pression osmotique du liquide est un excitant à la formation des cystes chez *Euplotes harpa*. Il importe peu que cette augmentation de pression soit obtenue par évaporation du liquide ou par addition de substances osmotiques, et celles-ci peuvent être soit l'ensemble des constituants essentiels de l'eau de mer, soit l'un de ces éléments, soit une substance insolite, la saccharose.

II. — Influence de la vitesse avec laquelle la concentration augmente.

Des expériences préliminaires, faites tout au début de mes recherches, m'avaient montré que l'encystement ne se produit pas

quand la concentration augmente trop vite. 150 milligrammes de culture dans l'eau de mer naturelle sont disposés dans un verre de montre à 20° C. Je laisse l'évaporation se faire de telle sorte qu'après une heure la salure devienne neuf fois plus forte. Aucun *Euplotes* n'est encysté, mais tous sont immobilisés. Dans une expérience faite simultanément à partir de la même culture, un certain nombre d'*Euplotes* se sont encystés, mais les cystes sont mal formés.

a) *Par évaporation.*

Rien n'est plus facile que de produire des différences dans la vitesse d'évaporation, sans modifier la surface : il suffit de déposer les mêmes quantités du même liquide au fond de tubes du même calibre mais de longueurs différentes, et d'exposer ensuite tous les tubes aux mêmes causes d'évaporation.

J'emploie des tubes ayant les uns 18 millimètres de longueur, les autres 27 millimètres, et ayant tous un diamètre de 8 millimètres.

Au fond de chaque tube je dépose 150 milligrammes de la même culture.

Comme l'évaporation était trop lente sous la pression atmosphérique ordinaire, j'ai agi sous une pression de 70 millimètres de mercure, après m'être assuré préalablement que cette réduction de la pression ne gêne pas l'encystement des *Euplotes*. Les expériences sont arrêtées lorsque le poids du liquide est descendu à 90 milligrammes, c'est-à-dire quand la salure atteint 1.66 de la salure originelle. Les Infusoires sont alors fixés, montés à la glycérine et comptés.

J'ai dû me contenter de concentrer jusqu'à 90 milligrammes seulement, car sous la pression de 70 millimètres de mercure il y a accroissement de la vitesse d'encystement. Si j'avais poussé plus loin l'augmentation de la salure je n'aurais plus

trouvé que des cystes et n'aurais pu établir de comparaison entre les deux séries d'expériences. Voici les résultats :

Cinquième série. (La concentration de 1.66 est atteinte en 6 h. 30 m.)

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
Expérience 1. .	685	218	32
Id. 2. .	217	147	74
Id. 3. .	777	549	83
Id. 4. .	849	140	16
Id. 5. .	562	391	70
En tout. . . .	3,000	1,445	48.2

Sixième série. (La concentration de 1.66 est atteinte en 10 heures.)

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
Expérience 1. .	413	273	66
Id. 2. .	809	635	78
Id. 3. .	207	81	39
Id. 4. .	368	259	70
Id. 5. .	607	420	70
En tout. . . .	2,400	1,668	69.3

Ces deux séries d'expériences montrent nettement que la vitesse avec laquelle se fait l'augmentation de la concentration influe sur l'encystement : en accroissant de moitié la durée de l'évaporation (390 minutes contre 600 minutes), on augmente de plus d'un tiers le nombre des cystes (48.2 % contre 69.3 %).

b) Par addition de substances osmotiques.

a) *Augmentation graduelle.*

Je dépose dans quatre tubes longs de 25 millimètres respectivement 300 milligrammes de culture dans l'eau de mer artificielle. Ces tubes sont bouchés et placés dans une étuve à 23° C. J'ajoute à chacun d'eux 215 milligrammes d'eau de mer cinq fois concentrée; l'addition se fait en 135 minutes, à raison de 4 milligrammes toutes les 3,3 minutes en moyenne.

La concentration finale équivaut à trois fois la concentration initiale.

Les résultats sont les suivants :

Septième série.

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
Expérience 1. .	963	314	33
Id. 2. .	120	20	16
Id. 3. .	335	95	28
Id. 4. .	300	61	24
En tout. . . .	1,718	490	28.5

Huitième série.

Dans les expériences suivantes j'emploie la même culture et je fais les mêmes opérations que pour la septième série, sauf que j'ajoute les 215 milligrammes d'eau de mer cinq fois con-

centrée en 8 heures (= 480 minutes) au lieu de les ajouter en 135 minutes.

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
Expérience 1. .	269	206	77
Id. 2. .	1,080	980	90
Id. 3. .	233	200	86
Id. 4. .	510	460	90
En tout. . . .	2,092	1,846	88.2

La conclusion à tirer de ces deux séries n'est pas douteuse : quand l'augmentation de pression est lente, la proportion d'*Euplotes* qui s'encystent est beaucoup plus considérable.

b) *Augmentation brusque.*

Qu'arrive-t-il lorsqu'on réduit la durée à 0, c'est-à-dire si l'on ajoute en une fois les 215 milligrammes d'eau de mer cinq fois concentrée?

C'est ce que nous apprennent les expériences suivantes, chaque série étant faite avec une culture différente. Dans trois tubes je verse 300 milligrammes de culture, puis 215 milligrammes d'eau de mer cinq fois concentrée. Les tubes sont ensuite bouchés et laissés en repos. J'en examine un de chaque série après 2 heures, un deuxième après 13 heures, le troisième après 24 heures. Voici les résultats :

Neuvième série.

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
Tube 1, ouvert 2 heures après .	20	0	0
Tube 2, ouvert 13 h. ½ après .	530	490	92
Tube 3, ouvert 24 heures après.	130	110	84

Dixième série.

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
Tube 1, ouvert 2 heures après.	200	0	0
Tube 2, ouvert 13 h. ½ après .	449	331	74
Tube 3, ouvert 24 heures après.	234	210	91

Onzième série.

	Nombre total d'*Euplotes* dans les 150 milligr. de culture.	Cystes formés.	
		Nombre total.	Pour cent.
Tube 1, ouvert 2 heures après .	400	0	0
Tube 2, ouvert 13 h. ½ après .	70	50	71
Tube 3, ouvert 24 heures après.	40	32	83

Ces expériences montrent que lorsqu'on élève en une seule fois la concentration, aucun cyste n'est encore formé après deux heures. L'encystement se produit toutefois, mais après un délai prolongé.

* * *

De l'ensemble de ces expériences il résulte que l'augmentation de la concentration du milieu est un excitant à la formation des cystes chez un Infusoire marin.

Séance du 1er juillet 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur;* Charles Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, Max Lohest, Jean Massart, A. Rutot, Victor Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, P. Nolf, Edm. van Aubel, *membres;* M. Stuyvaert, A. Brachet, P. Fourmarier, O. Van der Stricht, Dony-Hénault, De Halu, *correspondants,* et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Swarts, Demoulin, de Hemptinne, Lecointe, Crismer, membres.

Correspondance.

M. J. Hadamard remercie l'Académie de l'avoir élu associé.

M. le Ministre de l'Industrie et du Travail prie l'Académie de dresser une liste double de candidats pour la formation du jury du Prix Guinard (deuxième période).

M. le Ministre des Sciences et des Arts prie l'Académie de dresser une liste double de candidats pour la formation du jury du Prix de la *Belgica.*

Le même Ministre transmet à l'Académie un ouvrage de M. Paulino Martin Modera, sur un *Système universel de numération.*

Le chargé d'affaires de Grèce transmet une protestation de la Société des Sciences de Grèce contre le retour à l'esclavage turc de populations chrétiennes d'Anatolie.

La Société royale des Sciences médicales et naturelles de Bruxelles offre à l'Académie la médaille commémorative de son centenaire. — Remerciements.

Le Comité organisateur du Xe Congrès international de Géographie et d'Ethnographie annonce que ce Congrès se tiendra en 1925 au Caire, à l'occasion du Cinquante et unième anniversaire de la Société royale de Géographie d'Égypte.

L'Union des Associations internationales adresse le programme de la Conférence qui se réunira à Bruxelles au mois d'août 1922.

Le Comité provisoire d'assistance aux intellectuels russes prie l'Académie de lui accorder son appui. La Classe décide de lui faire parvenir trois exemplaires de ses *Bulletins* et *Mémoires* depuis 1919.

Rapports.

De M. Stuyvaert sur un travail de M. L. Godeaux : *Sur les surfaces du quatrième ordre possédant six points doubles biplanaires ordinaires*. — Conformément aux conclusions du rapporteur, la Classe vote l'impression de ce travail dans le *Bulletin* de la séance.

De M. de la Vallée Poussin, sur une *Note sur les fonctions absolument continues*, par G. Fichtenholz. — Impression dans le *Bulletin*.

De M. P. Stroobant sur les assemblées tenues à Rome, de l'Union astronomique internationale et de l'Union géophysique et géodésique internationale.

Jurys.

La Classe choisit cinq noms pour la formation du jury du Prix Guinard (deuxième période) et dix noms pour la formation du jury du Prix de la *Belgica*.

Pour constituer le jury du Prix Charles Lemaire (troisième période, 1er juillet 1920 au 1er juillet 1922) elle désigne MM. A. de Hemptinne, Dufourny, Lagasse de Locht, Lambin et Van Brabant.

Prix Agathon De Potter.

(1re période, 1919-1921.)

Les jurys des prix de Mathématiques, de Physique et de Biologie animale proposent de ne pas décerner de prix; ces propositions sont adoptées par la Classe.

Le jury du prix de Biologie végétale aurait souhaité partager le prix entre six auteurs de mémoires méritants; mais devant

l'intention de l'Académie de réserver les Prix De Potter à des travaux de grande importance, il conclut à la non-attribution du prix. Ces conclusions sont adoptées.

Réforme des doctorats en sciences.

M. van Aubel expose que la Commission nommée par l'Académie propose de créer un grade de licencié, postérieur à la candidature et nécessitant deux années d'études, et d'exiger pour le doctorat, postérieur à la licence, une année d'études au moins et une thèse préalablement imprimée.

Après une discussion à laquelle prennent part MM. Deruyts, Stuyvaert, Willem, Dony, Gravis, Nolf, Brachet, De Donder et van der Stricht, la Classe décide de poursuivre, à la prochaine séance, l'étude de la question. L'ensemble des résolutions prises sera publié lorsque l'examen de cet objet sera terminé.

Personnalité civile de l'Académie.

A l'unanimité moins une abstention (M. P. Nolf), la Classe adopte le projet de loi et d'arrêté royal relatif à la personnification civile rédigé par M. Vauthier.

Travaux a l'examen.

Dosage de l'alcool par décomposition catalytique sur l'alumine, par J.-E. Goris. — Renvoi à MM. Swarts et de Hemptinne.

Histoire naturelle des Aurochs de la forêt de Belorèze, gouvernement de Grodno, par Nicolas Koulaguine. — Renvoi à MM. Lameere et Willem.

Supplément à la démonstration du principe dynamo-statique, par J.-O. Siri. — Renvoi à M. De Donder.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Champ gravifique d'un électron purement électrique.**

par TH. DE DONDER, membre de l'Académie.

L'électron purement électrique, que nous allons étudier, sera constitué par une surface électrisée ayant la forme sphérique.

Le champ gravifique qui règne à l'*intérieur* de cet électron sera défini, en coordonnées polaires, par l'espace-temps de Minkowski (*) :

$$(\delta s)^2 \equiv -(\delta r)^2 - r^2[(\delta\vartheta)^2 + \sin^2\vartheta\,(\delta\varphi)^2] + c^2(\delta t)^2. \qquad [1]$$

Cela résulte immédiatement des équations différentielles du champ gravifique (**) et des équations (394) et (398).

A l'*extérieur* de cet électron règne un champ gravifique défini par

$$(\delta s)^2 \equiv \frac{-(\delta r)^2}{1-\frac{\varepsilon^2}{r}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)} - r^2[(\delta\vartheta)^2+\sin^2\vartheta\,(\delta\varphi)^2] + c^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{r}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]. \qquad [2]$$

où

$a \equiv$ rayon de l'électron ;

$$\varepsilon \equiv \frac{1}{2b}\frac{e^2}{32\pi^2}, \quad \text{en vertu de (406).}$$

(*) Nous conserverons ici les notations et la terminologie employées dans notre synthèse : *La Gravifique einsteinienne.* (ANN. DE L'OBS. ROY. DE BELGIQUE, 1921, et Paris, Gauthier-Villars, 1921.) Les renvois se rapportent aux équations de cet exposé.

(**) Voir notre Note parue dans les *Bulletins de l'Académie royale de Belgique.* Classe des sciences, juin 1922. On a supposé ici que la constante universelle a est négligeable.

L'espace-temps [2] est fourni par l'équation (407), où l'on a fait

$$R = r,$$

en vertu de (408), et

$$\gamma = \frac{\varepsilon^2}{a},$$

en vertu de (409). On se rappellera que l'électron étudié est purement électrique et qu'on a, par conséquent, $\mu_0 \equiv 0$.

Remarquons que les potentiels $g_{\alpha\beta}$ d'Einstein seront *continus* au passage de la surface électrisée de l'électron. Au contraire, les dérivées de g_{11} et de g_{44} par rapport à r sont *discontinues* au passage de cette surface électrisée.

Reportons-nous au théorème du tenseur asymétrique (ou de l'impulsion) exprimé par les équations [21] de notre Note précédente (**). A la surface de l'électron, trois de ces équations se réduisent à des identités; la quatrième fournit la condition à la surface externe ($r = a$) :

$$\frac{d\Phi}{dx_1} = \frac{\Phi}{4}\,\frac{g_{44,1}}{g_{44}}; \qquad [3]$$

pour trouver cette relation, on a utilisé aussi (391), ainsi que les valeurs $u^1 = u^2 = u^3 \equiv 0$ et $g_{44}\,(u^4)^2 \equiv 1$. De [3] il résulte qu'à la surface externe ($r = a$) de l'électron on aura

$$\Phi_a = K g_{44}^{\frac{1}{4}},$$

où K représente une constante d'intégration; pour la déterminer, on se reportera à l'équation (399), qui intégrée donnera, à la surface externe de l'électron,

$$\Phi_a = \frac{ce}{4\pi a}. \qquad [4]$$

Le calcul du tenseur symétrique $T_{\alpha\beta}$ à l'extérieur de l'électron

(*) Voir note ** de la page précédente.

se fera au moyen de (393). On en déduira (19) le tenseur asymétrique T_α^β à l'extérieur de l'électron; on trouvera (*)

$$T_1^4 = -T_2^2 = -T_3^3 = +T_4^4 = \frac{ce^2}{32\pi^2 r^4}; \qquad [5]$$

les autres composantes sont nulles.

Rappelons (393 et 398) que le tenseur symétrique et que le tenseur asymétrique sont nuls à *l'intérieur* de l'électron.

Remarque.—La théorie exposée dans notre Note précédente(**) s'étend d'elle-même aux champs qui sont à la fois massiques et électromagnétiques; il suffira de poser (124)

$$A\sqrt{-g} \equiv \mu W_m - \frac{1}{4}\sum_\alpha \sum_\beta (-1)^{\alpha+\beta} M_{\alpha\beta} M_*^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\mathcal{L}\sigma W_e, \qquad [6]$$

où

$\mu \equiv$ la densité massique généralisée;

$$W_m \equiv \sqrt{\sum_\alpha \sum_\beta g_{\alpha\beta} u_m^\alpha u_m^\beta};$$

les u_m^α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) sont les composantes de la vitesse de la masse.

$$W_e \equiv \sqrt{\sum_\alpha \sum_\beta g_{\alpha\beta} u_e^\alpha u_e^\beta};$$

les u_e^α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) sont les composantes de la vitesse de l'électricité.

$$\mathcal{L} \equiv \sum_\alpha \Phi_\alpha u^\alpha;$$

les Φ_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) sont les composantes du potentiel électromagnétique généralisé.

$\sigma \equiv$ la densité électrique généralisée.

Nous développerons cette théorie dans un travail qui paraîtra prochainement dans les *Annales de l'Observatoire royal de Belgique.*

(*) Remarquons que l'on retrouve ici le tenseur asymétrique qui agit *à l'extérieur de l'électron de Poincaré* (394 et 399).

(**) Voir Note ** au bas de la page 420.

Physiologie. — **Action du milieu marin sur les animaux Invertébrés,**

par Léon FREDERICQ, membre de l'Académie.

(*Strazione zoologica de Naples.*)

Dans l'*évolution progressive* qui isole finalement l'être vivant du milieu marin dans lequel il vit, j'ai distingué trois étapes ou trois stades A, B, C.

Au stade primitif A, qui caractérise le *milieu intérieur* des Invertébrés marins, ce milieu est à la fois en *équilibre osmotique* et en *équilibre salin* avec le milieu extérieur, l'eau de mer.

Au stade B, qui caractérise les tissus solides des Invertébrés marins supérieurs, ainsi que le sang et les tissus des Poissons plagiostomes, l'*équilibre osmotique global* est réalisé, mais non l'*équilibre salin*.

Au stade C, qui caractérise le sang et les tissus des Vertébrés (à l'exception des Plagiostomes), il y a *indépendance complète* entre le sang et les tissus, d'une part, et le milieu extérieur, de l'autre, tant au point de vue salin qu'à celui de la pression osmotique. L'isolement parfait est atteint.

Mes expériences ont porté sur les Invertébrés, c'est-à-dire sur les stades A et B.

En faisant varier le degré de concentration saline en plus ou en moins, ou la composition qualitative du milieu marin, j'ai constaté que ce milieu peut exercer sur les *Invertébrés* deux actions très différentes, qui parfois se contrarient jusqu'à un certain point.

Il faut distinguer ici :

I. — Une action générale, purement physique, dépendant de la *concentration moléculaire* globale de l'eau de mer, mais

indépendante de sa composition qualitative et produisant ses effets uniquement par transport d'eau, suivant les lois de l'*isotonie*. Cette action, qui s'exerce à bref délai, est semblable à celle que les solutions salines *hypotoniques* ou *hypertoniques* exercent sur les hématies de notre sang. Une Méduse, comme un globule rouge, gonfle par absorption d'eau dans les solutions hypotoniques, elle se ratatine par sortie d'eau dans les solutions hypertoniques jusqu'à ce que l'équilibre de concentration moléculaire soit atteint. Sa surface se comporte comme une membrane *semi-perméable* (1).

Si l'organisme est placé dans de l'eau de mer additionnée d'une quantité exagérée d'eau douce, son milieu intérieur, dilué outre mesure par absorption d'eau, devient impropre à la vie : l'animal est malade ou meurt. La limite nuisible varie un peu d'un animal à l'autre ou d'un organe à l'autre. La dilution de l'eau de mer par un égal volume d'eau douce est déjà fatale à beaucoup de *Crustacés*, de *Mollusques* et d'*Échinodermes*. Les *Méduses*, les *Moules* supportent des degrés de dilution poussés beaucoup plus loin.

Comme pour les expériences sur les globules rouges du sang des *Mammifères*, c'est bien une question physique de *concentration moléculaire* qui joue ici le principal rôle. On peut, en effet, compenser, jusqu'à un certain point, les effets de la dilution, en remplaçant les sels manquants par de la saccharose, de la dextrose ou de l'urée en proportion isosmotique ou *équimoléculaire* 10 °/₀ saccharose, 5 °/₀ dextrose, 2 °/₀ urée pour la dilution de l'eau de mer de Naples par un égal volume d'eau douce).

Les organes isolés se comportent de la même façon. Un cœur d'Aplysie (*Aplysia limacina*), de Poulpe (*Octopus macropus*), de Langouste (*Palinurus vulgaris*), extrait du corps et fixé sur un

(1) Quinton a fait des expériences analogues. (*Le milieu organique marin*. Paris, 1908.)

appareil à perfusion, continuera à battre et à inscrire ses pulsations sur le cylindre enregistreur pendant des heures, si on le soumet à un courant d'eau de mer, qui peut donc remplir le même office que le sang de l'animal. Les pulsations cessent presque instantanément si l'on irrigue le cœur avec de l'eau de mer diluée de moitié. Elles reprennent si l'on rend au cœur l'eau de mer naturelle ou l'eau de mer diluée de moitié, mais additionnée de 10 °/₀ de saccharose, ou de 5 °/₀ de dextrose, ou de 2 °/₀ d'urée (*proportion équimoléculaire*), de manière à rétablir la concentration moléculaire primitive.

Des expériences analogues ont été faites avec les mêmes résultats sur un assez grand nombre d'animaux marins ou de parties d'animaux : mouvements des appendices dorsaux des *Gastéropodes nudibranches*, des piquants et des pédicellaires des *oursins*, des cils vibratiles des *Mollusques lamellibranches*, etc.

En somme, au point de vue osmotique, — sauf quelques exceptions, — l'Invertébré marin est en communication avec le milieu extérieur au point de vue du transport de l'eau. Sa surface extérieure fonctionne comme une *membrane semi-perméable* et réalise en un temps fort court l'*isotonie* entre le milieu intérieur et le milieu extérieur, quand on a modifié la concentration moléculaire de ce dernier.

II. — A côté de cette action générale, purement physique, obéissant uniquement à la loi de l'*isotonie* et s'exerçant à bref délai par la surface du corps, le milieu extérieur peut encore produire sur l'*Invertébré* marin une action spécifique, dépendant de l'individualité chimique des substances dissoutes et correspondant à leur absorption, qui s'exerce lentement et sans doute, dans beaucoup de cas, par d'autres voies (tube digestif) que celle de la surface extérieure.

En d'autres termes, la *semi-perméabilité* de l'*Invertébré* marin n'est pas absolue. A la longue, il y a pénétration, en petites quantités, de substances dissoutes dans l'eau de mer, comme le montrent les expériences faites au moyen de substances étran-

gères faciles à reconnaître : *ferro-cyanure* ou *nitrate de sodium* dans mes expériences anciennes, *phosphate de sodium* dans celles de QUINTON.

Ceci nous explique comment l'urée, la saccharose, la dextrose, qui, dans des expériences de courte durée, où l'*osmose* intervient seule, peuvent servir efficacement à combattre les effets nuisibles de la dilution, comment ces mêmes substances finissent par être absorbées et par empoisonner l'animal, lorsqu'on prolonge l'expérience.

Placez une *Moule* ouverte dans de l'eau de mer diluée avec trois volumes d'eau douce : les cils vibratiles des branchies arrêteront leurs mouvements en quelques minutes. Placez la *Moule* dans de l'eau de mer modérément diluée par addition d'un volume et demi d'eau douce : les cils vibratiles pourront y vivre pendant vingt-quatre heures.

Dans le premier cas, l'addition d'urée (2 °/₀) agira favorablement et prolongera la survie des cils vibratiles pendant plusieurs heures, et cela en relevant le facteur physique de la pression osmotique.

Dans le second cas, l'addition d'urée sera nuisible. La substance finira par pénétrer par absorption et tuera les cils vibratiles au bout de peu d'heures, alors que les témoins placés dans l'eau diluée, sans urée, ne sont pas encore morts.

On peut faire des expériences analogues sur les *Méduses*, etc.

En résumé, l'eau de mer modifiée dans sa concentration ou dans sa composition exerce sur les Invertébrés deux actions différentes :

1° Une action physique consistant en un transport d'eau, suivant les lois de l'osmose, à travers la paroi semi-perméable de l'animal. Cette action met rapidement l'intérieur de l'organisme en équilibre osmotique avec le milieu extérieur.

2° Une action spécifique dépendant de la nature chimique des substances dissoutes et s'exerçant lentement, après absorption.

PHYSIOLOGIE. — **Action du plasma d'oiseau sur l'anse intestinale isolée,**

par P. NOLF.

Depuis W.-H. Schultz (1910), plusieurs auteurs ont étudié la propriété que possède le sérum sanguin de provoquer une contraction des organes à fibres musculaires lisses. Mais l'accord est loin d'être fait sur la nature du principe actif. La plupart des auteurs sont d'avis que ce principe est inexistant dans le plasma, qu'il fait son apparition pendant l'acte de coagulation. Plusieurs en ont conclu que la substance excitante est contenue dans les éléments figurés du sang (hématies, leucocytes, plaquettes) et n'est libérée que grâce à la destruction ou à la souffrance de ces éléments pendant la coagulation.

J'ai repris l'examen de cette question, en employant, comme matériel d'études, l'intestin vivant isolé du coq et le plasma de cet animal ou divers liquides dérivés de ce plasma.

Les expériences ont consisté à transporter l'anse isolée d'intestin du liquide de Ringer oxygéné dans le liquide humoral, à l'état de pureté, dont on veut étudier l'influence, ou à ajouter le liquide humoral en petite quantité au liquide de Ringer qui baigne l'intestin.

Si l'on ajoute au liquide de Ringer, dans lequel est suspendue l'anse intestinale, une solution de citrate de soude à 3 % à raison de 10 centimètres cubes pour 100 centimètres cubes de liquide de Ringer, on provoque une contraction modérée de la paroi musculaire, qui se maintient pendant un certain temps, tout en diminuant progressivement. L'addition consécutive de chlorure calcique, en quantité équivalente à celle du citrate sodique, produit un relâchement immédiat.

Une anse est-elle transportée du liquide de Ringer dans du plasma citraté à 3 °/₀, elle se contracte énergiquement, ce qui est dû en partie à l'action du citrate de soude; puis elle se détend plus ou moins vite. Ajoute-t-on alors la quantité de chlorure calcique équivalente au citrate de soude; on observe, comme premier résultat, une détente subite (neutralisation du citrate par le calcium). Mais après quelques secondes, l'anse se contracte de façon très énergique, en même temps qu'on voit le plasma se solidifier à son contact.

Cette première expérience démontre que la coagulation d'un plasma, tout à fait privé de cellules, au contact d'une paroi musculaire à fibres lisses, en provoque instantanément la contraction.

Si l'on ajoute du plasma normal au liquide de Ringer qui baigne une anse intestinale, à raison de $^1/_{100}$ du volume, on provoque également une contraction de la paroi intestinale, qui suit de quelques secondes l'adjonction du plasma. A ce moment, le liquide est encore complètement fluide, la fibrine n'apparaît, sous forme d'un voile léger, que beaucoup plus tard. Mais par analogie avec le résultat de l'expérience précédente, on peut admettre que la contraction musculaire est ici aussi le résultat de la coagulation du plasma au contact de l'anse. Seulement, en raison de la grande dilution du plasma, cette coagulation de contact n'est pas suivie immédiatement d'une solidification massive du milieu liquide.

Au lieu de plasma normal d'oiseau, on peut employer le sérum issu de la coagulation spontanée de ce plasma à 37° C, le sérum chloroformique ou le plasma phosphaté. Tous ces liquides agissent sensiblement de la même manière et suivant le même mécanisme sur l'anse intestinale.

Pour obtenir le résultat précédent, il faut que l'anse soit dans un état de tonus moyen. Certaines anses très relâchées pour des causes diverses, dont l'examen sera fait dans un prochain mémoire, ne subissent pas l'action excito-motrice du plasma ou des autres liquides humoraux.

Si, par contre, l'anse intestinale se trouve dans un état de tonus exagéré, trouvant son origine dans une hyperexcitabilité spontanée ou provoquée (par l'acétylcholine, l'ésérine, la pilocarpine) du plexus d'Auerbach, le plasma produit une action inverse de la précédente. Ajouté à raison de $^1/_{100}$ au liquide de Ringer qui baigne l'anse en état de contracture, il en provoque le relâchement progressif. D'habitude, le début du relâchement coïncide ou précède de peu l'apparition de voiles fibrineux dans le liquide.

Cet effet, antagoniste de celui qu'exerce le même liquide sur une anse en état de tonus moyen, est également en relation avec la coagulation du liquide. Mais, à l'inverse de l'effet excito-moteur, il apparaît, non pas dès le premier contact du plasma dilué et de l'anse, mais seulement au moment où la coagulation envahit toute la masse du liquide, tandis qu'une membrane fibrineuse visible à l'œil nu se dépose à la surface de l'intestin.

Si l'anse est mise en état d'hypertonicité par un excitant direct de la fibre musculaire lisse, comme le chlorure de baryum, il ne se détend pas sous l'influence du plasma.

Les liquides, comme le sérum de plasma, le sérum chloroformique, ou le plasma phosphaté, qui sont incapables de former une membrane visible de fibrine sur l'anse intestinale, ne donnent pas l'effet de détente, au moins à la concentration de $^1/_{100}$ ou aux concentrations faiblement supérieures. Par contre, le mélange de plasma phosphaté et de sérum chloroformique ou l'addition consécutive de l'un et de l'autre liquide produisent l'effet hypotenseur au moment où apparaît un voile fibrineux dans le liquide.

La conclusion de ces recherches est que l'anse intestinale de l'oiseau mise au contact des liquides humoraux de l'oiseau réagit à la coagulation des protéines de ces liquides à sa surface par une contraction ou un relâchement, suivant qu'elle se trouve en état de tonus moyen ou exagéré.

GÉOMÉTRIE. — **Note sur les fonctions absolument continues,**

par GRÉGOIRE FICHTENHOLZ (*).
(Petrograd.)

1° Soit F (x) une fonction de la variable x dans un intervalle (a, b); on l'appelle (suivant M. Vitali) *absolument continue* dans cet intervalle, si, à tout nombre positif ε correspond un nombre δ, tel qu'on ait

$$\left| \sum_{i=0}^{i=n} [F(b_i) - F(a_i)] \right| < \varepsilon$$

pour tout ensemble d'intervalles (a_i, b_i) N'EMPIÉTANT pas et contenus dans (a, b), sous la seule condition

$$\sum_{i=0}^{i=n} (b_i - a_i) < \delta.$$

On peut d'ailleurs remplacer dans cette définition-ci, sans l'altérer essentiellement, l'expression

$$\left| \sum_{i=0}^{i=n} [F(b_i) - F(a_i)] \right| \quad \text{par la somme} \quad \sum_{i=0}^{i=n} | F(b_i) - F(a_i) |.$$

Les fonctions absolument continues jouent un rôle important en analyse moderne, parce qu'elles se confondent avec les intégrales indéfinies de M. Lebesgue :

$$\int_{a}^{x} f(x)dx + \text{const.},$$

la fonction $f(x)$ supposée sommable dans l'intervalle (b, a).

(*) Présenté par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

Si l'on veut faire dans l'intégrale

$$F(x) = \int_{\alpha}^{x} f(x)\, dx$$

la substitution $x = \varphi(t)$ (où φ est aussi une fonction absolument continue), on est conduit à étudier la question de savoir si la fonction $\Phi(t) = F[\varphi(t)]$, composée de fonctions absolument continues, l'est aussi elle-même; on sait les cas où il n'en est pas ainsi (*).

Cette question fait l'objet de la Note présente.

2° Soient $F(x)$ une fonction absolument continue de x dans (a, b) et $\varphi(t)$ une fonction absolument continue de t dans (α, β), qui varie entre a et b quand t varie entre α et β. Prenons un système d'intervalles (α_i, β_i) N'EMPIÉTANT PAS et tous contenus dans (α, β), et posons

$$a_i = \varphi(\alpha_i), \quad b_i = \varphi(\beta_i). \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Pour la fonction composée $\Phi(t) = F[\varphi(t)]$ nous aurons

$$(1) \qquad \sum_{i=1}^{i=n} |\Phi(\beta_i) - \Phi(\alpha_i)| = \sum_{i=1}^{i=n} |F(b_i) - F(a_i)|.$$

La somme

$$\sum_{i=1}^{i=n} |b_i - a_i| = \sum_{i=1}^{i=n} |\varphi(\beta_i) - \varphi(\alpha_i)|$$

est aussi petite que l'on veut, avec la somme

$$\sum_{i=1}^{i=n} |\beta_i - a_i|.$$

Quelles conditions suffit-il d'imposer à F ou à φ pour que la somme (1) le soit en même temps?

(*) Voir CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, *Sur l'Intégrale de Lebesgue* (TRANSACTIONS OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY, vol. XVI, 1915, pp. 435-501); p. 462, note; C. CARATHÉODORY, *Vorlesungen uber reelle Funktionen*, p. 554.

Il en est ainsi, par exemple, si la fonction $\varphi(t)$ est monotone, en sorte que les intervalles (a_i, b_i) sont aussi NON EMPIÉTANTS (*). Nous allons étudier, dans le n° 3, la famille de toutes les fonctions $\varphi(t)$ jouissant de la même propriété : quelle que soit la fonction absolument continue $F(x)$, elle ne cesse pas de l'être lorsqu'on y fait la substitution $x = \varphi(t)$.

D'autre part, la fonction φ étant quelconque, la continuité absolue de $\Phi(t)$ subsiste évidemment, si la fonction $F(x)$ non seulement est absolument continue au sens défini plus haut, mais l'est aussi AU SENS ÉTROIT, qui correspond à la suppression, dans la définition ancienne, de la restriction que les intervalles (a_i, b_i) N'EMPIÈTENT PAS. Tel est, par exemple, le cas où la fonction $F(x)$ a ses nombres dérivés bornés ou, ce qui revient au même, satisfait à la condition de Lipschitz :

$$(2)\quad |F(x+h) - F(x)| \leq M \cdot |h| \quad (M \text{ étant constante};\ a \leq x,\ x+h \leq b),$$

comme cela résulte immédiatement de l'inégalité

$$\sum_{i=1}^{i=n} |F(b_i) - F(a_i)| \leq M \cdot \sum_{i=1}^{i=n} |b_i - a_i| \text{ (**)}.$$

Nous allons montrer d'ailleurs (n° 4) que la propriété exprimée par la relation (2) et la continuité absolue au sens étroit (comme on vient de la définir) sont complètement équivalentes.

Puis, dans le n° 5, nous verrons que les fonctions satisfaisant à la condition de Lipschitz sont les seules qui possèdent la propriété, que toute substitution $x = \varphi(t)$ (φ étant absolument continue) les laisse absolument continues.

Le dernier numéro est consacré à quelques remarques sur l'intégration par substitution.

(*) CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, *Mém. cit.* (*), p. 462, 5°.

(**) ID., *Ibid.* (*), p. 462, 4°.

3° Le théorème de M. de la Vallée Poussin, cité (*), est susceptible d'une généralisation presque immédiate que voici :

Les fonctions $F(x)$ *et* $\varphi(t)$ *étant absolument continues, supposons en outre que*

(A) *la fonction* $\varphi(t)$ *prend une valeur quelconque* x_0 *en des points discrets ou dans des intervalles de stationnement, dont le nombre total reste inférieur à une limite fixe* k, *quel que soit* x_0 (**).

Dans ces conditions, la fonction $\Phi(t) = F(\varphi(t))$ *sera absolument continue.*

En effet, lorsque les intervalles (a_i, b_i) (pour les notations v. n° 2) empiètent les uns sur les autres, on peut toujours (en subdivisant au besoin les intervalles (α_i, β_i)) supposer que deux intervalles empiétants se confondent entièrement. Désignons par (a_j, b_j) $(j = 1, 2, \ldots, m)$ les intervalles distincts, par conséquent non empiétants, de ce système (en laissant de côté ceux qui se réduisent à un point) et admettons qu'on les rencontre dans le système primitif k_j $(j = 1, 2, \ldots, m)$ fois, respectivement. Il est clair qu'on a toujours $k_j \leq k$; d'où

$$\sum_i |\Phi(\beta_i) - \Phi(\alpha_i)| = \sum_i |F(b_i) - F(a_i)|$$

$$= \sum_j k_j |F(b'_j) - F(a'_j)| \leq k \sum_j |F(b'_j) - F(a'_j)|,$$

et la démonstration s'achève immédiatement.

Inversement

si la fonction continue $\varphi(t)$ *ne vérifie pas la condition* (A), *on peut construire une fonction* $F(x)$, *absolument continue et telle que la fonction* $\Phi(t) = F(\varphi(t))$ *ne l'est pas.*

Il existe nécessairement dans (α, β) un point au moins (soit, par exemple, β) auquel cette propriété-ci de φ, pour ainsi dire,

(*) Ch.-J. de la Vallée Poussin, *Mém. cit.* (*), p. 462, 5°.

(**) Il est bon de remarquer que la condition (A) est plus générale que l'hypothèse que l'intervalle (α, β) se partage en plusieurs autres où φ est monotone.

se condense, de façon que dans l'intervalle $(\beta - \delta, \beta)$, quel que soit $\delta > 0$, la fonction φ ne satisfait pas à la condition (A). Car, s'il en était autrement, on pourrait conclure, à l'aide du théorème connu de M. Borel sur les systèmes d'intervalles, que la dite propriété n'a pas lieu dans l'intervalle entier (α, β) et la condition (A) est complètement vérifiée, contrairement à l'hypothèse.

Donc, quels que soient les nombres positifs δ et k, on peut toujours assigner, entre $\beta - \delta$ et β, $n > k$ valeurs de t qui fournissent à φ la même valeur, et d'ailleurs n'appartiennent pas deux à deux à un même intervalle de stationnement. Nous supposons en outre que si une quelconque de ces valeurs est contenue dans un tel intervalle elle se confond avec l'un de ces points extrêmes.

Il suit de ce qui précède qu'on peut former une suite croissante de valeurs de t (ayant β pour limite) :

$$\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \ldots, \alpha_{n_1}^{(1)}; \quad \alpha_1^{(2)}, \alpha_2^{(2)}, \ldots, \alpha_{n_2}^{(2)}; \quad \ldots; \quad \alpha_1^{(\nu)}, \alpha_2^{(\nu)}, \ldots, \alpha_{n_\nu}^{(\nu)}; \quad \ldots$$

partagée en groupes, toutes les valeurs du ν -ième groupe fournissant à la fonction $\varphi(t)$ une même valeur a_ν :

$$\varphi(\alpha_1^{(\nu)}) = \varphi(\alpha_2^{(\nu)}) = \cdots = \varphi(\alpha_{n_\nu}^{(\nu)}) = a_\nu,$$

et le nombre n_ν d'éléments du ν -ième groupe croissant indéfiniment avec ν. D'après la continuité de la fonction φ, on peut faire cela de manière que tous les nombres a_ν, qui évidemment tendent vers $c = \varphi(\beta)$, soient distincts. Puis, en supprimant au besoin certains des α précédemment choisis, on peut en outre prendre dans le voisinage de chaque $\alpha_i^{(\nu)}$ un $\beta_i^{(\nu)}$ tel qu'on ait, quel que soit ν,

$$\varphi(\beta_1^{(\nu)}) = \varphi(\beta_2^{(\nu)}) = \cdots \varphi(\beta_{n_\nu}^{(\nu)}) = b_\nu,$$

les intervalles $(\alpha_i^{(\nu)}, \beta_i^{(\nu)})$, ni les (a_ν, b_ν) n'empiétant respectivement. Pour fixer les idées, supposons que les a_ν vont en

croissant et qu'on a toujours $a_\nu < b_\nu$; enfin, on peut encore admettre que la série $\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{n_\nu}$ est convergente.

Cela posé, si $\varphi(t)$ varie entre a et b lorsque t varie entre α et β, il suffit de définir pour les valeurs de x dans (a, b) une fonction absolument continue $F(x)$, dont la différence absolue $|F(b_\nu) - F(a_\nu)|$ soit $\geq \frac{1}{n_\nu}$, quel que soit ν. En effet, pour une telle fonction, on aura

$$\sum_{i=1}^{i=n_\nu} |\Phi(\beta_i^{(\nu)}) - \Phi(\alpha_i^{(\nu)})| = n_\nu . |F(b_\nu) - F(a_\nu)| \geq 1,$$

tandis que

$$\lim_{\nu \to \infty} \sum_{i=1}^{i=n_\nu} |\beta_i^{(\nu)} - \alpha_i^{(\nu)}| = 0,$$

en sorte que $\Phi(t)$ ne pourra pas être absolument continue.

La construction même de la fonction F est très facile. Posons que 1) $F(a_\nu) = 0$, $F(b_\nu) = \frac{1}{n_\nu}$ (pour $\nu = 1, 2, \ldots$); 2) dans l'intervalle entre deux valeurs consécutives a_ν, b_ν ou b_ν, $a_{\nu+1}$, F varie linéairement; 3) $F(x) = 0$ partout ailleurs. La variation de $F(x)$ dans (a, b) étant bornée (car sa valeur ne surpasse pas la somme de la série convergente $2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{n_\nu}$), il est possible, pour δ suffisamment petit, de rendre la variation totale de $F(x)$ dans $(c - \delta, c)$ aussi petite qu'on veut. Comme la fonction $F(x)$, évidemment, est absolument continue dans les parties restantes, elle l'est aussi dans l'intervalle entier (*).

On peut réunir les deux propositions précédentes comme il suit :

> *Pour que la fonction composée* $\Phi(t) = F(\varphi(t))$ *soit absolument continue avec* F, *quelle que soit* F, *il faut et il suffit que la fonction* φ *soit elle-même absolument continue et vérifie la condition* (A).

(*) C'est là une propriété générale d'une fonction continue à variation bornée; l'ensemble des points aux environs desquels elle cesse d'être absolument continue ne peut avoir de points *isolés*.

4° Arrêtons-nous, en passant, à la notion de la continuité absolue AU SENS ÉTROIT, à laquelle nous avons été conduit dans le n° 2.

La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction F (x) *soit absolument continue au sens étroit est qu'elle satisfasse à la condition de Lipschitz.*

Nous savons déjà que cette condition est suffisante. Montrons qu'elle est aussi nécessaire.

Lorsque la condition de Lipschitz n'est pas remplie, on peut définir deux suites $x_1, x_2, \ldots, x_\nu, \ldots$ et $x_1+h_1, x_2+h_2, \ldots$ $x_\nu+h_\nu, \ldots$ de valeurs de x telles qu'ont ait

$$\lim_{\nu\to\infty} h_\nu = 0, \tag{3}$$

et

$$\lim_{\nu\to\infty} k_\nu = \infty, \tag{4}$$

en désignant par k_ν l'expression

$$k_\nu = \left| \frac{\mathrm{F}(x_\nu+h_\nu) - \mathrm{F}(x_\nu)}{h_\nu} \right| \qquad (\nu = 1, 2, 3, \ldots).$$

Soit n_ν le plus petit entier positif vérifiant la relation $k_\nu |h_\nu| \geq \frac{1}{n_\nu}$; alors on a

$$n_\nu . |\mathrm{F}(x_\nu + h_\nu) - \mathrm{F}(x_\nu)| \geq 1. \tag{5}$$

D'autre part,

$$(n_\nu - 1) k_\nu . |h_\nu| < 1, \qquad (n_\nu - 1)|h_\nu| < \frac{1}{k_\nu};$$

de sorte que (voir (4)) $\lim_{\nu\to\infty} (n_\nu - 1) h_\nu = 0$; d'où, à cause de (3), il vient aussi

$$\lim_{\nu\to\infty} n_\nu h_\nu = 0. \tag{6}$$

Donc, si l'on prend n_ν intervalles $(a_i^{(\nu)}, b_i^{(\nu)})$ $(i = 1, 2, \ldots, n_\nu)$, de manière qu'ils coïncident tous avec l'intervalle $(x_\nu, x_\nu + h_\nu)$, on aura (voir (5)), quel que soit ν,

$$\lim_{\nu\to\infty} \sum_{i=1}^{i=n_\nu} |\mathrm{F}(b_i^{(\nu)}) - \mathrm{F}(a_i^{(\nu)})| = \lim_{\nu\to\infty} n_\nu |\mathrm{F}(x_{\nu+h_\nu})\mathrm{F} - (x_\nu)| \geq 1,$$

tandis que (voir (4))

$$\lim_{\nu\to\infty} \sum_{i=1}^{i=n_\nu} | b_i^{(\nu)} - a_i^{(\nu)} | = \lim_{\nu\to\infty} n_\nu | h_\nu | = 0,$$

ce qui montre que la fonction en question n'est pas absolument continue *au sens étroit*.

5° *Si la fonction* F (x), *définie dans un intervalle* (a, b), *n'y vérifie pas la condition de Lipschitz, on peut toujours construire une fonction* φ (t) *absolument continue, telle que la fonction composée* $\Phi(t) = F(\varphi(t))$ *cesse d'être absolument continue.*

En conservant les notations et reprenant les résultats du raisonnement précédent (n° 4), nous avons donc

$$n_\nu . | F(x_\nu + h_\nu) - F(x_\nu) | \geq 1, \tag{5}$$

en même temps que

$$\lim_{\nu\to\infty} n_\nu h_\nu = 0. \tag{6}$$

Évidemment, il suffit de construire dans un intervalle quelconque (α, β) une fonction absolument continue $\varphi(t)$, variant entre a et b, de façon qu'elle reprenne les mêmes valeurs x_ν, $x_\nu + h_\nu$ aux extrémités de n_ν intervalles n'empiétant pas :

$$(\alpha_1^{(\nu)}, \beta_1^{(\nu)}), \quad (\alpha_2^{(\nu)}, \beta_2^{(\nu)}), \quad \ldots, \quad (\alpha_{n_\nu}^{(\nu)}, \beta_{n_\nu}^{(\nu)}), \tag{7}$$

dont la somme de longueurs $\sum_i |\beta_i^{(\nu)} - \alpha_i^{(\nu)}|$ tend vers zéro avec $\frac{1}{\nu}$.

En effet, pour une telle fonction φ, on aura (voir (5))

$$\sum_{i=1}^{i=n_\nu} | \Phi(\beta_i^{(\nu)}) - \Phi(\alpha_i^{(\nu)}) | = n_\nu . | F(x_\nu + h_\nu) - F(x_\nu) | \geq 1;$$

d'où il résulte que la fonction Φ n'est pas absolument continue.

Sans nuire essentiellement à la généralité, nous pouvons admettre que 1° les valeurs x_ν vont en croissant et tendent vers b;

2° les h_ν sont positifs et la série $\sum_{\nu=1}^{\infty} n_\nu h_\nu$ est convergente; 3° enfin tous les nombres n_ν sont impairs. Cela posé, passons maintenant à la définition de la fonction cherchée (*).

Dans le plan (t, x), à partir du point $o|x_1$, nous traçons une ligne brisée à n_1 côtés égaux, en sorte qu'ils fassent avec l'axe des t des angles alternativement égaux à $+\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$; quant aux sommets, ils se trouvent respectivement sur les droites $x = x_1$, $x = x_1 + h_1$. Les projections de ces côtés sur l'axe des t nous fournissent le premier système d'intervalles (contigus) $(\alpha_1^{(1)}, \beta_1^{(1)})$, $(\alpha^{(1)}, \beta_2^{(1)}), \ldots, (\alpha_{n_1}^{(1)}, \beta_{n_1}^{(1)})$, dont la somme de longueurs est $n_1 h_1$.

Par l'extrémité $n_1 h_1 | x_1$ de cette ligne brisée menons la droite, faisant avec l'axe de t l'angle $\frac{\pi}{4}$, jusqu'à ce qu'elle rencontre la droite $x = x_2$ au point $n_1 h_1 + x_2 - x_1 | x_2$, sur lequel on opérera comme sur le point $o|x_1$, en remplaçant n_1, x_1, h_1 par n_2, x_2, h_2.

Généralement, à partir d'un point de coordonnées

$$t = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=\nu-1} n_\lambda h_\lambda + (x_\nu - x_1), \quad x = x_\nu,$$

nous construisons la ν-ième ligne brisée à n_ν côtés égaux, qui ont les coefficients angulaires (alternativement) $+1$, -1 et dont les extrémités se trouvent sur les droites $x = x_\nu$ et $x = x_\nu + h_\nu$. Les projections des côtés de cette ligne sur l'axe des t nous donnent le ν-ième système d'intervalles (7), dont la somme de longueurs est $n_\nu h_\nu$.

Par l'autre extrémité de la ligne construite, nous menons, comme plus haut, une droite avec l'angle d'inclinaison $\frac{\pi}{4}$, jusqu'à ce qu'elle coupe la droite $x = x_{\nu+1}$, et ainsi de suite.

Posons

$$\alpha = 0, \qquad \beta = \sum_{\nu=1}^{\infty} n_\nu h_\nu + b - x_1.$$

(*) Pour plus de clarté, nous engageons le lecteur à faire la figure.

L'ordonnée de la ligne polygonale définitive, dont nous venons de donner la construction, définit une fonction continue $x = \varphi(t)$ pour toutes les valeurs de t qui sont $\geq \alpha$ mais $< \beta$; nous complétons cette définition, sans nuire à la continuité, par la condition $\varphi(\beta) = b$. Alors la fonction $\varphi(t)$ prendra les valeurs $x_\nu, x_\nu + h_\nu$ aux extrémités des intervalles (7), dont la somme de longueurs, en vertu de la relation (6), tend vers zéro avec $\frac{1}{\nu}$.

Il est aisé de vérifier en outre qu'on a toujours

$$| \varphi(t'') - \varphi(t') | \leq | t'' - t' |;$$

cela est évident, si t' et t'' tous deux sont $< \beta$; par un passage à la limite on établira que la relation est vraie lorsque t' ou $t'' = \beta$.

Donc la fonction $\varphi(t)$ est absolument continue, en sorte qu'elle satisfait bien aux conditions imposées.

En rapprochant cet énoncé de celui de M. de la Vallée Poussin (*) on a le résultat que voici :

> *Pour que la fonction composée* $\Phi(t) = F(\varphi(t))$ *soit absolument continue en même temps que* $\varphi(t)$, *quelle que soit* $\varphi(t)$, *il faut et il suffit que la fonction* $F(x)$ *satisfasse à la condition de Lipschitz.*

6° Revenons à la formule d'intégration par substitution :

$$\int_a^{\varphi(t)} f(x)\,dx = \int_\alpha^t f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt, \tag{8}$$

où $a = \varphi(x)$, et posons (une fois pour toutes)

$$F(x) = \int_\alpha^x f(x)\,dx, \qquad \Phi(t) = F(\varphi(t)).$$

Comme l'intégrale du second membre de (8) (si elle existe) est une fonction absolument continue de t, il faut que $\Phi(t)$ le soit aussi.

(*) Ch.-J. de la Vallée Poussin, *Mém. cit.* (*), p. 462, 4°.

Lorsque la fonction $f(x)$ à intégrer n'est pas bornée (même quand on néglige les ensembles de mesure nulle), en sorte que la fonction $F(x)$ ne vérifie pas la condition de Lipschitz, il est toujours possible, d'après le numéro précédent, de choisir la substitution $x = \varphi(t)$ de manière que l'équation (8) certainement n'ait pas lieu.

M. de la Vallée Poussin, le premier qui ait posé la question de l'intégration par substitution dans toute sa généralité (*), a énoncé dans son Mémoire important, beaucoup cité, les conditions les plus générales possibles pour la validité de la formule (8), à savoir :

1° Que la fonction $\Phi(t)$ soit absolument continue, ou

2° Que le produit $f[\varphi(t)]\,\varphi'(t)$ soit sommable.

En particulier, l'hypothèse 1° se trouve toujours réalisée lorsque la fonction $\varphi(t)$, étant absolument continue, remplit de plus la condition (A) du n° 3, et c'est là l'hypothèse la plus générale possible relative à φ, qui entraîne la formule (8), quelle que soit la fonction sommable $f(x)$.

Il est à remarquer que les raisonnements de l'illustre auteur dans son Mémoire, en ce qui concerne la formule de la substitution, ne paraissent pas complètement suffisants. En effet, ils s'appuient sur l'affirmation qu'une fonction $\Theta(t) = \theta[\varphi(t)]$ est absolument continue (**); or, cette fonction est composée à l'aide de deux fonctions $\theta(x)$ et $\varphi(t)$, dont la première, d'après sa définition, *certainement* n'a pas ses nombres dérivés bornés (***), en sorte qu'on peut (v. numéro précédent) choisir la fonction $\varphi(t)$ absolument continue de telle manière que $\Theta(t)$ ne le soit pas (IV).

(*) *Cours d'analyse infinitésimale*, t. I. Louvain-Paris, 1914, pp. 280-284.

(**) *Loc. cit.*, p. 466.

(***) *Loc. cit.*, p. 463.

(IV) En 1917, mon ami M. J. Tamarkine, professeur à l'Université de Petrograd, a remarqué que la continuité absolue de $\Theta(t)$ n'est pas démontrée. D'après le numéro 5, il est clair qu'elle *ne peut pas* l'être.

Néanmoins les résultats de M. de la Vallée Poussin reproduits plus haut sont parfaitement vrais ; ils se trouvent démontrés au fond par les raisonnements de l'éminent géomètre dans son *Cours* (*), avec de légères modifications.

On peut encore tirer de ces raisonnements un résultat de plus : En effet, M. de la Vallée Poussin a démontré que, presque partout, a lieu l'inégalité $|\Phi(t)| \geq |f(\varphi)\varphi'(t)|$, sous la seule condition que la dérivée $\Phi'(t)$ soit unique presque partout, en sorte que si, en outre, elle est sommable, la fonction $f(\varphi)\varphi'(t)$ l'est *a fortiori* et la formule (8) subsiste. Ces conditions seront réalisées toutes deux si la fonction $\Phi(t)$ est à variation bornée (d'après les théorèmes connus de M. Lebesgue) ; cela donc suffit pour que la formule (8) soit valable. Puis, toute fonction absolument continue $F(x)$ pouvant se présenter sous la forme d'une intégrale indéfinie de Lebesgue, on peut énoncer le résultat suivant :

> *Pour que la fonction* $\Phi(t) = F(\varphi(t))$, F *et* φ *étant absolument continues, le soit elle-même (il faut et) il suffit qu'elle soit à variation bornée.*

Finissons notre note par la remarque suivante :

Tous les auteurs qui jusqu'ici se sont occupés de la formule d'intégration par substitution supposaient toujours la fonction $\varphi(t)$ absolument continue. Peut-être n'est-il pas sans intérêt d'essayer de s'affranchir de cette restriction. Ceci, par exemple, est très facile dans le cas où la fonction continue $\varphi(t)$ est *monotone ;* pour fixer les idées supposons qu'elle ne décroisse pas.

En effet, la démonstration du lemme fondamental de M. de la Vallée Poussin (**) est presque immédiate dans cette hypothèse ; on peut le déduire de l'inégalité connue (***)

$$\int_{\alpha}^{\beta} \varphi'(t)\,dt \leq \varphi(\beta) - \varphi(\alpha).$$

(*) *Cours d'analyse infinitésimale*, t. I, Louvain-Paris, 1914, pp. 280-284.
(**) *Cours d'analyse*, t. I, p. 281, n° 268.
(***) *Ibid.*, p. 274, n° 259.

Lorsque la fonction $f(x)$ est bornée, il ne nous reste qu'à admettre *a priori* la continuité absolue de $\Phi(t)$ pour qu'il soit possible de raisonner tout à fait comme antérieurement.

Enfin, si $f(x)$ n'est pas bornée, on peut imiter le procédé de M. de la Vallée Poussin, en introduisant la fonction auxiliaire f_n, égale à f, si $-n \leq f \leq n$, à $-n$, si $f < -n$ et à n, si $f > n$. Admettons maintenant aussi que la fonction $\Phi(t)$ est absolument continue. Pour qu'on puisse, suivant l'illustre auteur, déduire la formule (8) par un passage à la limite de l'équation semblable

$$\int_a^{\varphi(t)} f_n(x)\,dx = \int_\alpha^t f_n(\varphi(t))\,\varphi'(t)\,dt,$$

relative à la fonction *bornée* f_n, il faut montrer que la continuité absolue de Φ, supposée *a priori*, entraîne celle de la fonction

$$\Phi_n(t) = \int_a^{\varphi(t)} f_n(x)\,dx,$$

et par là justifier la formule précédente.

A cet effet, remarquons que la fonction

$$F^*(x) = \int_a^x |f(x)|\,dx$$

représente la variation totale de $F(x)$ [dans (a, x)] et, φ étant monotone, $\Phi^*(t) = F^*[\varphi(t)]$ fournit celle de Φ [dans (α, t)], en sorte que $\Phi^*(t)$ est en même temps que Φ absolument continue (*) ; or Φ_n l'est *a fortiori*, en vertu de l'inégalité évidente

$$|\Phi_n(t'') - \Phi_n(t')| \leq \Phi^*(t'') - \Phi^*(t'), \qquad (t' < t'').$$

(*) *Cours d'analyse*, p. 76, théor. II.

Nous avons donc l'énoncé suivant :

Si la fonction f(x) *est sommable, la formule* (8) *subsiste, quelle que soit la fonction continue et monotone* φ(t), *pourvu que la fonction* Φ(t) *soit absolument continue.*

GÉOMÉTRIE. — **Sur les surfaces du quatrième ordre possédant six points doubles biplanaires ordinaires** (*),

par LUCIEN GODEAUX, professeur à l'École militaire.

Nous avons, dans des recherches antérieures (**), déterminé les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une surface de genres 1 soit l'image d'une involution appartenant à une surface de genres 1. Pour compléter ces recherches, il est nécessaire de prouver également l'existence de ces surfaces, par exemple en construisant des modèles particuliers. Dans le cas où l'involution est d'ordre 2, la chose est simple. Si en effet une surface du quatrième ordre représente une involution d'ordre 2, appartenant à une surface de genres 1, elle est l'enveloppe des quadriques d'un système d'indice 2 formé dans un réseau de quadriques (***). Les huit points-base de ce réseau sont les points doubles de la surface du quatrième ordre. Il importe de remarquer qu'il existe des surfaces du quatrième ordre, contenant huit points doubles coniques, qui ne rentrent pas dans le type indiqué ci-dessus. Il ne suffit donc pas qu'une surface du quatrième ordre possède huit points doubles coniques pour qu'elle soit l'image d'une involution d'ordre 2, appartenant à une surface de genres 1.

(*) Présenté par M. Stuyvaert.

(**) *Sur les involutions de genres 1 existant sur une surface de genres 1.* (BULL. DE L'ACAD. ROY. DES SCIENCES DE BELGIQUE, 1913, pp. 310-328.) — *Mémoire sur les involutions appartenant à une surface de genres 1.* (ANNALES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE, 1914, pp. 357-430; 1919, pp. 51-70.) [Voir 2e partie, nos 55 et 56.]

(***) *Mémoire sur les surfaces algébriques doubles ayant un nombre fini de points de diramation.* (ANNALES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE, 1914; pp. 289-312.) [Voir no 11.]

Dans ce travail, nous nous proposons de construire une surface du quatrième ordre, image d'une involution d'ordre 3, appartenant à une surface de genres 1. Nous y arrivons en utilisant la transformation simplement rationnelle de l'espace obtenue en rapportant projectivement les quadriques passant par six points, aux plans de l'espace. Cette transformation avait été considérée antérieurement par M. V. Snyder.

Nous commençons par démontrer que, étant donnés six points de l'espace, il existe ∞^4 surfaces du quatrième ordre ayant un point double biplanaire ordinaire en chacun de ces points et représentant chacune une involution d'ordre 3 appartenant à une surface de genres 1.

Nous établissons ensuite qu'il n'y a que ∞^4 surfaces du quatrième ordre possédant des points doubles biplanaires en six points assignés; par suite,

Toute surface du quatrième ordre, assujettie à la seule condition de posséder des points doubles biplanaires ordinaires en six points donnés, est l'image d'une involution d'ordre 3 appartenant à une surface de genres 1.

Si l'on rapproche ce théorème de celui que nous avions établi antérieurement (*loc. cit.*),

Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une surface normale de genres 1 soit l'image d'une involution d'ordre 3 appartenant à une surface de genres 1 sont que

1° Elle possède six points doubles biplanaires ordinaires;

2° Parmi les hypersurfaces cubiques passant par ces six points, il y en ait qui osculent la surface en tout point d'intersection.

On voit que nous avons réduit, dans le cas particulier des surfaces du quatrième ordre, les conditions nécessaires et suffisantes de deux à une. C'est ce qui n'a pas lieu dans le cas des involutions d'ordre 2, comme nous l'avons fait remarquer plus haut.

1. — Soit F une surface du quatrième ordre possédant six points doubles biplanaires ordinaires P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6. Désignons par $|C|$ le système des sections planes de F (système de degré 4 et de genre 3). Au point de vue de la géométrie sur une surface algébrique, un point double biplanaire équivaut à deux courbes rationnelles de degré — 2 et d'ordre 0, ayant un point commun. Désignons par C_{i1}, C_{i2} les deux courbes rationnelles auxquelles équivaut le point P_i ($i = 1, 2, \ldots, 6$). Deux courbes telles que C_{i1}, C_{k1}, ayant les premiers indices différents, ne se rencontrent pas.

Supposons que la surface F ne possède pas d'autre singularité que celles mentionnées ci-dessus ; dans ces conditions, la surface F est de genres 1 ($p_a = P_4 = 1$).

Nous avons démontré antérieurement (*) que la condition nécessaire et suffisante pour que F soit l'image d'une involution d'ordre 3 appartenant à une surface de genres 1 est l'existence d'un faisceau de biquadratiques gauches $|C_1|$ tel que l'on ait l'identité fonctionnelle

$$3C_1 + 2(C_{11} + C_{21} + \cdots + C_{61}) + (C_{12} + C_{22} + \cdots + C_{62}) \equiv 3C.$$

Dans ces conditions, il existe un second faisceau de biquadratiques gauches $|C_2|$ tel que (**)

$$3C_2 + (C_{11} + C_{21} + \cdots + C_{61}) + 2(C_{12} + C_{22} + \cdots + C_{62}) \equiv 3C.$$

Les courbes C_1 rencontrent donc en un point chacune des courbes $C_{11}, \ldots, C_{61}$, mais ne rencontrent pas les courbes $C_{12}, \ldots, C_{62}$. Les courbes C_2 ne rencontrent pas les courbes $C_{11}, \ldots, C_{61}$, mais rencontrent en un point chacune des courbes $C_{12}, \ldots, C_{62}$.

(*) *Mémoire sur les involutions appartenant à une surface de genres 1.* (ANNALES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE, 1919, (3), XXXVI, pp. 51-70.)

(**) *Idem*, 1914.

Une courbe C_1 et une courbe C_2 se rencontrent en deux points simples de la surface F. Chacune de ces courbes appartenant à un faisceau, on a F_1 ∞^2 couples de points formant une involution I_2, d'ordre 2.

2. — Envisageons, d'une part, le système, de degré 4, genre 3, dimension 3 :

$$|C_0| = |C_1 + C_2|,$$

et, d'autre part, le système $|C_0'|$ découpé, les ∞^3 quadriques passant par les six points $P_1, P_2, \ldots, P_6$. On a donc

$$|C_0'| = |2C - (C_{11} + C_{21} + \cdots + C_{61}) - (C_{12} + C_{22} + \cdots + C)|.$$

Mais on a également

$$|3C_0| = |3(C_1 + C_2)| = |6C - 3(C_{11} + C_{21} + \cdots + C_{61}) - 3(C_{12} + C_{22} + \cdots + C_{62})|,$$

et, par suite,

$$|3C_0| = |3C_0'|.$$

La division sur les surfaces de genres 1 étant univoque (*), les systèmes $|C_0|$, $|C_0'|$ coïncident et les courbes $|C_1 + C_2|$ sont découpées sur F_1 par les quadriques passant par $P_1, \ldots, P_6$.

Il en résulte en particulier que toute courbe C_1 est située sur une quadrique passant par une courbe C_2, et inversement.

Soient Q_1, Q_2 deux points simples de F_1 ne faisant pas partie d'un groupe de I_2; C_1', C_1'' les courbes de $|C_1|$ passant respectivement par Q_1, Q_2; C_2', C_2'' les courbes de $|C_2|$ passant respectivement par les mêmes points. Par Q_1, Q_2 passent ∞^1 courbes de $|C_0|$ formant un faisceau. Parmi ces courbes se trouvent $C_1' + C_2''$, $C_1'' + C_2'$; donc ces ∞^1 courbes C_0 passent encore par les points

(*) F. Severi, *La base minima pour la totalité des courbes tracées sur une surface algébrique.* (Annales de l'École normale supérieure, 1908, (3), XXV, p. 21.)

communs à C_1', C_2' et à C_1'', C_2''. En d'autres termes, les quatre points communs à deux courbes C_0 forment deux groupes de I_2, ou encore, $|C_0|$ est composé au moyen de l'involution I_2.

3. — Désignons par Σ l'espace contenant F et rapportons projectivement les courbes de $|C_0|$ aux plans d'un second espace linéaire à trois dimensions Σ^*. Aux groupes de points de I_2 correspondent les points d'une quadrique F^* en correspondance (1, 2) avec F. Aux courbes C_0 correspondent les sections planes C_0^* de cette quadrique et aux courbes C_1, C_2 respectivement les génératrices rectilignes C_1^*, C_2^*.

On peut considérer la surface F comme transformée birationnellement en une *quadrique double* F^* douée d'une courbe de diramation du huitième ordre (car si entre la courbe rationnelle C_0^* et la courbe de genre 3, C_0, il y a une correspondance d'indices 1, 2, il y a huit points de diramation sur C_0^*).

Recherchons ce qui correspond, sur F^*, aux courbes rationnelles C_{i1}, C_{i2}. Soit Q_1 un point de C_{11}, par exemple. Par Q_1 passe une courbe C_1. La courbe C_2 passant par Q_1 contient nécessairement C_{11}, car cette courbe est fondamentale pour $|C_2|$. Le point Q_2, qui, avec Q_1, forme un groupe de I_2, se trouve donc sur la courbe C_1 dont il vient d'être question, et sur la courbe $C_2 - C_{11}$, qui est unique et bien déterminée. Lorsque Q_1 décrit C_{11}, la courbe C_1 passant par Q_1 varie et décrit le faisceau $|C_1|$; le point Q_2 décrit la courbe $C_2 - C_{11}$. Cette courbe apparaît donc comme conjuguée de C_{11} dans l'involution I_2. A l'ensemble les courbes C_{11}, $C_2 - C_{11}$ correspond, sur F^*, une génératrice du même mode que C_2^*. Remarquons que les courbes C_{11}, $C_2 - C_{11}$ ayant deux points communs, la génératrice de F^* qui lui correspond doit être bitangente à la courbe de diramation.

Désignons respectivement par Γ_{11}, Γ_{22}, ..., Γ_{61} les génératrices (du même mode que C_2^*) de F^* correspondant aux couples de courbes C_{11} et $C_2 - C_{11}$, C_{22} et $C_2 - C_{21}$, ..., C_{61}, et

$C_2 - C_{61}$; par Γ_{12}, $\Gamma_{22}, \ldots, \Gamma_{62}$ les génératrices (du même mode que C_1^*) qui correspondent respectivement aux couples de courbes C_{12} et $C_1 - C_{12}$, C_{22} et $C_1 - C_{22}, \ldots, C_{62}$ et $C_1 - C_{62}$.

Enfin, soit D^* la courbe de diramation, du huitième ordre, de F^*. Nous voyons que, si elle existe, *la surface* F *est birationnelle équivalente à une quadrique double* F^*, *possédant une courbe de diramation d'ordre 8,* D^*, *bitangente à six couples de génératrices rectilignes.*

On peut imaginer aisément une quadrique double telle que F^* ; il suffit de supposer que la courbe D^* est découpée sur F^* par une surface de Kummer dont six plans tangents suivant une conique et passant par un même point de l'espace sont précisément les plans des génératrices Γ_{11} et Γ_{12}, Γ_{21} et $\Gamma_{22}, \ldots, \Gamma_{61}$ et Γ_{62}. Nous allons montrer que l'on peut, de la quadrique F^*, remonter à la surface F, et prouver ainsi l'existence de cette dernière surface.

4. — La correspondance (1, 2) entre la quadrique F^* et la surface F peut être étendue aux espaces Σ^*, Σ. Considérons, en effet, les ∞^3 quadriques Φ passant par les six points P_1, $P_2, \ldots, P_6$. Trois de ces quadriques, n'appartenant pas à un même faisceau, ont encore en commun deux points Q_1, Q_2. Si nous rapportons projectivement les quadriques Φ aux plans de Σ^*, nous avons une correspondance (1, 2) entre Σ^*, Σ. Cette correspondance a été étudiée par M. V. Snyder (*) ; nous utiliserons certains résultats de ce géomètre.

Aux quadriques Φ d'un réseau correspondent les plans d'une

(*) *An application of a* (1, 2) *quaternary correspondence to the Weddle and Kummer surfaces.* (TRANS. OF THE AMER. MATH. SOCIETY, 1911, vol. XII, p. 354.) La transformation involutive faisant correspondre le point Q_2 au point Q_1 a été étudiée par Geiser (*Journal de Crelle,* 1867, t. LXVII, p. 78); Ebenhart (Dissertation, Breslau, 1885) et Sturm (*Geometrische Verwandschaften,* t. IV. Teubner, 1909, p. 414).

gerbe. En particulier, aux quadriques circonscrites à la cubique gauche γ_3 déterminée par les points $P_1, P_2, \ldots, P_6$ correspondent les plans passant par un point P^*, principal pour la correspondance. Ce point P^* correspond, en effet, à tout couple de points de γ_3.

Deux points Q_1, Q_2 communs à ∞^2 quadriques Φ, formant un réseau, sont situés sur une bisécante de γ_3. En effet, dans ces ∞^2 quadriques, il y en a nécessairement ∞^1 circonscrites à γ_3. Aux bisécantes de γ_3 correspondent les droites passant par P^*.

Désignons par $\pi_1^*, \pi_2^*, \ldots, \pi_6^*$ les plans, passant par P^*, qui correspondent respectivement aux cônes projetant γ_3 des points $P_1, P_2, \ldots, P_6$. Ces six plans sont tangents à un cône du second ordre de sommet P^*. En effet, si l'on considère un point Q^* de Σ^* et ses correspondants, Q_1, Q_2 dans Σ, la droite $Q_1 Q_2$ est une bisécante de γ_3 et appartient donc à deux cônes circonscrits à cette courbe. Par suite, le lieu des plans de Σ^*, correspondant aux cônes circonscrits à γ_3, est un cône de classe 2, de sommet P^*, nécessairement tangent aux plans $\pi_1^*, \pi_2^*, \ldots, \pi_6^*$.

Considérons un point de la droite $P_i P_k$. Par ce point passent ∞^1 quadriques Φ contenant toutes cette droite. Il correspond donc à cette droite, dans Σ^*, un point fondamental P_{ik}^*.

Dans le Mémoire cité plus haut, M. Snyder a démontré que le lieu des points de Σ^* auxquels correspondent dans Σ deux points coïncidents est une surface de Kummer possédant les seize points doubles P^*, $P_{12}^*, P_{13}^*, \ldots, P_{56}^*$. Nous désignerons cette surface par Ψ^*. Les plans $\pi_1^*, \ldots, \pi_6^*$ sont tangents à Ψ^* le long de coniques que nous désignerons respectivement par $E_1^*, \ldots, E_6^*$. Le lieu des points de Σ qui correspondent aux points de Ψ^* est une surface de Weddle Ψ, lieu des sommets des cônes au second ordre passant par les six points $P_1, P_2, \ldots, P_6$.

Rappelons encore que

1° Le lieu des points de Σ^* auxquels correspondent des couples de points de Σ, dont l'un se trouve dans un plan quel-

conque, est une surface de Steiner (d'ordre 4) ayant P^* comme point triple et comme droites doubles, les droites passant par P^* qui correspondent aux trois bisécantes de γ_3 situées dans le plan considéré;

2° Le lieu des points de Σ^* auxquels correspondent des couples de points de Σ, dont l'un se trouve sur une droite quelconque, est une conique.

5. — Considérons une droite d passant par P_1. Il y a ∞^2 quadriques Φ touchant d en P_1. Parmi ces ∞^2 quadriques se trouve nécessairement le cône projetant γ_3 de P_1. Par suite, au point infiniment voisin de P_1 sur d correspond un point du plan π_1^*, ou encore, aux points du domaine du premier ordre de P_1 correspondent les points du plan π_1^*.

Par la droite d passent ∞^1 quadriques Φ, formant faisceau, et une de ces quadriques contient γ_3. Par suite, à la droite d correspond, dans Σ^*, une conique dégénérée en deux droites : l'une, d', ne passant pas par P^* et rencontrant π_1^* au point correspondant au point de d infiniment voisin de P_1; l'autre joignant ce point et P^* (et située, par suite, dans π_1^*).

Considérons un plan passant par P_1. A ce plan correspond une surface de Steiner de Σ^* ayant un point triple en P^* et deux droites doubles dans π_1^* (et une troisième droite double en dehors de π_1^*). Cette surface de Steiner dégénère en le plan π_1^* (correspondant à P_1) et une surface cubique ayant une droite double passant par P^*, mais située en dehors de π_1^*. Cette surface cubique, réglée, rencontre π_1^* suivant deux droites passant par P^* (correspondant aux deux génératrices, situées dans le plan considéré, du cône projetant γ_3 de P_1) et suivant une troisième droite ne passant pas par P^*. Cette droite est le lieu des points de Σ^* correspondant aux points du domaine du premier ordre de P_1, situés dans le plan considéré.

La surface de Weddle Ψ possède un point double en P_1, le cône tangent étant le cône projetant γ_3 de P_1. Par suite, aux

points du domaine du premier ordre de P_1, situés sur ce cône, correspondent les points de la conique E_1^* de π_1^*, suivant laquelle la surface de Kummer touche ce plan.

On arrive à des conclusions analogues pour les domaines du premier ordre des points P_2, P_3, ..., P_6.

6. — Considérons une quadrique F^* de Σ^*, tangente aux six plans π_1^*, ..., π_6^*. Une telle quadrique existe certainement, puisque ces six plans sont tangents à un cône du second ordre. A cette quadrique F^* correspond dans Σ une surface du quatrième ordre F possédant des points doubles biplanaires en P_1, P_2, ..., P_6. En effet, F^* rencontre π_1^*, par exemple, suivant deux droites; par conséquent, F touche deux plans en P_1.

Aux génératrices de chaque mode de F^* correspondent sur F des biquadratiques gauches passant par les six points P_1, P_2, ..., P_6, en y touchant chacune un des plans tangents à F. La surface F obtenue répond donc aux conditions imposées à une surface du quatrième ordre pour qu'elle soit l'image d'une involution d'ordre 3 appartenant à une surface de genres 1.

Remarquons qu'il y a ∞^4 quadriques possédant un cône tangent assigné; par suite,

Étant donnés six points arbitraires, il existe ∞^4 surfaces du quatrième ordre possédant des points doubles biplanaires ordinaires en ces six points et représentant chacune une involution d'ordre 3 appartenant à une surface de genres 1.

On voit d'ailleurs que, si la surface F^* est considérée comme surface double, la courbe de diramation est découpée sur F^* par la surface de Kummer Ψ^*, dans les conditions indiquées plus haut.

7. — Les surfaces du quatrième ordre sont ∞^{34}. Posséder un point double conique en un point déterminé, pour une surface, équivaut à quatre conditions. Par conséquent, il y a au

moins ∞^{10} surfaces du quatrième ordre ayant un point double conique en chacun des points P_1, P_2, ..., P_6. Nous allons démontrer qu'il y en a exactement ∞^{10}, c'est-à-dire que ces surfaces satisfont à $6 \times 4 = 24$ conditions indépendantes.

Observons qu'à une quadrique quelconque de Σ^* correspond dans Σ une surface du quatrième ordre ayant en P_1, P_2, ..., P_6 des points doubles. Si donc nous désignons par Π_2 l'involution déterminée dans Σ par les couples de points qui, avec P_1, P_2, ..., P_6, forment l'intersection de trois quadriques Φ linéairement indépendantes, nous voyons qu'il y a ∞^9 surfaces du quatrième ordre, ayant six points doubles P_1, P_2, ..., P_6, formées de couples de points Π_2. Il est donc possible de trouver une surface du quatrième ordre présentant les mêmes singularités, mais non composées de ∞^2 couples de Π_2, puisque ces surfaces sont au moins en nombre ∞^{10}.

Soit F_1 une pareille surface. Le lieu des points qui, avec ceux de F_1, forment des couples de Π_2 est une surface F_1' que nous allons démontrer être du quatrième ordre. Soit r^* une droite quelconque de Σ^*; il lui correspond, dans Σ, une biquadratique passant par P_1, P_2, P_3, ..., P_6 et rencontrant donc F_1 en $4 \times 4 - 6 \times 2 = 4$ points en dehors des points doubles. Par suite, à F_1 correspond, dans Σ^*, une surface F_1^* d'ordre 4. A F_1^* correspond dans Σ une surface du huitième ordre nécessairement décomposée en F_1 et F_1'. F_1' est donc bien du quatrième ordre.

La surface F_1' possède, en P_1, la même singularité que F_1, c'est-à-dire un point double conique. Aux cônes tangents à F_1, F_1' en P_1 correspondent dans π_1^* deux coniques appartenant à F_1^*. On voit que ces deux coniques font nécessairement partie d'un faisceau contenant la conique E_1^*. On arrive aux mêmes conclusions pour les autres points doubles et, par suite, F_1^* rencontre les plans π_1^*, ..., π_6^* en des couples de coniques dont les points d'intersection sont sur la surface de Kümmer Ψ^*.

Les surfaces F_1, F_1' déterminent un faisceau qui contient la

surface de Weddle Ψ, car la courbe commune à F_1 et à Ψ appartient nécessairement à F_1'. L'involution Π_2 détermine, dans ce faisceau, une involution d'ordre 2; un couple de cette involution est, par exemple, formé par F_1, F_1'. Il y a deux éléments unis pour cette involution, c'est-à-dire deux surfaces du faisceau formées de ∞^2 couples de Π_2. L'une est la surface de Weddle Ψ, l'autre est une surface F_2 à laquelle correspond, dans Σ^*, une quadrique F_2^*. Les surfaces F_1^*, Ψ^* et la quadrique F_2^*, comptée deux fois, appartiennent, par suite, à un même faisceau. De plus, F_1^* et Ψ^* se touchent le long de leur courbe $[F_1^*, \Psi^*]$ d'intersection. Celle-ci est la courbe découpée sur Ψ^* par la quadrique F_2^*.

Inversement, à une surface du quatrième ordre tangente à Ψ^* le long d'une courbe appartenant à une quadrique correspond dans Σ une surface du huitième ordre décomposée en deux surfaces du quatrième ordre. En effet, puisque la surface du quatrième ordre envisagée dans Σ^* touche la surface de diramation Ψ^*, elle se transforme dans Σ en une surface du huitième ordre dégénérée. L'intersection complète de ces deux surfaces doit se trouver sur Ψ; d'où la propriété énoncée. On voit immédiatement que les deux surfaces du quatrième ordre obtenues dans Σ ont chacune un point double aux points $P_1, P_2, \ldots, P_6$. En effet, une surface du quatrième ordre touchant Ψ^* le long d'une courbe appartenant à une quadrique rencontre le plan Π_1^*, par exemple, en une courbe du quatrième ordre possédant quatre points doubles à l'intersection de E_1^* et de la quadrique envisagée. Cette courbe du quatrième ordre dégénère donc en deux coniques se rencontrant sur E_1^*; d'où la propriété énoncée.

On sait que le long d'une courbe découpée sur une surface de Kümmer par une quadrique il y a ∞^1 surfaces du quatrième ordre tangentes à cette surface de Kümmer. C'est un cas particulier d'un résultat classique de Humbert. Par suite, il y a dans Σ^* ∞^{10} surfaces du quatrième ordre qui se transforment, dans Σ, en des couples de surfaces du quatrième ordre ayant des

points doubles (en général) coniques en $P_1, P_2, \ldots, P_6$. Par conséquent,

Les surfaces du quatrième ordre possédant six points doubles coniques assignés sont en nombre ∞^{10}.

8. — Soit, s'il en existe une, F_3 une surface du quatrième ordre possédant en $P_1, P_2, \ldots, P_6$ des points doubles biplanaires ordinaires, et qui ne soit pas formée par ∞^2 couples de Π_2. D'après ce qui vient d'être dit, il correspond à F_3, dans Σ^*, une surface du quatrième ordre F_3^* touchant Ψ^* le long d'une courbe située sur une quadrique. A F_3^* correspondent, dans Σ, deux surfaces du quatrième ordre F_3, F_3' appartenant, avec Ψ, à un même faisceau.

Observons qu'en P_1, par exemple, F_3' a nécessairement, comme F_3, un point double biplanaire. Soient ω_1, ω_2 les plans tangents à F_3 en P_1 ; ω_1', ω_2' les plans tangents à F_3' au même point. Supposons, pour fixer les idées, que les points de ω_1 et ω_1', infiniment voisins de P_1, forment des couples de Π_2. Le plan ω_1 contient deux bisécantes de la cubique gauche γ_3. Ces bisécantes sont des lieux de ∞^1 couples de Π_2; par suite, ω_1' contient les mêmes bisécantes et coïncide donc avec ω_1. De même ω_2' et ω_2 coïncident. Il en résulte que la surface F_3^* doit toucher le plan Π_1^* suivant deux droites. Le point commun à ces deux droites est d'ailleurs distinct de P^*, car aux droites de Π_1^* passant par ce point correspondent les droites du cône projetant γ_3 de P_1.

Désignons par r_{i1}^*, r_{i2}^* les droites suivant lesquelles F_3^* touche le plan π_i^* ($i = 1_1\, 2_1 \ldots, 6$). Le point commun à r_{11}^* et à π_2^* se trouve nécessairement sur l'une des droites r_{21}^*, r_{22}^*, par exemple sur r_{21}^*. Alors, les droites r_{12}^*, r_{22}^* se rencontrent en un point commun à π_1^*, π_2^* et la droite $P^*\, P_{12}^*$, commune à ces deux plans, ne pouvant rencontrer F_3^* en dehors des deux points communs aux droites r^*, est bitangente à F_3^*. Par le point commun à r_{11}^*, r_{21}^* passent donc trois tangentes à la surface F_1^* (r_{11}^*, r_{21}^*, $P^*\, P_{12}^*$) et ces tangentes ne sont pas situées dans un même plan.

Donc F_3^* possède un point au moins double en ce point. En répétant le même raisonnement pour les autres points communs aux droites r^*, on voit que F_3^* possède $2\binom{6}{2} = 30$ points au moins doubles. Il en résulte que cette surface dégénère.

Considérons un plan arbitraire passant par r_{11}^*, par exemple. Il rencontre F_3^* en cette droite et en une cubique plane qui doit avoir cinq points au moins communs avec r_{11}^*; donc cette cubique dégénère et r_{11}^* est double pour F_3^*. De même, la surface F_3^* passe doublement par les autres droites r^*.

Un plan quelconque ne peut rencontrer F_3^* en plus de deux droites r^*; d'autre part, une droite r^* en rencontre six autres : celle qui est située dans le même plan π^* et une de chacun des cinq autres plans π_i^*. Il en résulte que les droites r^* sont nécessairement situées sur une quadrique; six de ces droites faisant partie des génératrices d'un mode, les six autres des génératrices de l'autre mode. Et cette quadrique est tangente aux six plans π_i^*.

De ce qui précède, il résulte que la surface F_3 doit nécessairement être formée par ∞^2 couples de l'involution Π_2. Si l'on rapproche ce résultat de celui qui a été obtenu plus haut (n° 6), on voit que

Toute surface du quatrième ordre possédant six points doubles biplanaires en six points assignés (et pas d'autre singularité) représente une involution d'ordre 3, appartenant à une surface de genres 1.

Observons que posséder un point double biplanaire ordinaire en un point assigné équivaut, pour une surface, à cinq conditions. On voit donc que les conditions imposées à une surface du quatrième ordre, de posséder six points doubles biplanaires assignés, sont toutes indépendantes.

9. — Remarquons que les six points de contact de la quadrique F^* avec les plans $\pi_1^*, \ldots, \pi_6^*$ sont situés dans un même plan φ^*, le plan polaire de F^* par rapport au point P^*. A ce plan

correspond, dans Σ, une quadrique Φ, ne contenant pas la cubique gauche γ_3. Le plan tangent à Φ en P_1, par exemple, correspond à la droite intersection de φ^* et de π_1^*. Cette droite appartient au faisceau déterminé par les deux génératrices de F^* situées dans π_1^*. Par conséquent, si F est la surface du quatrième ordre qui, dans Σ, correspond à F^*, les plans tangents à F en P_1 et le plan tangent à Φ en P_1 appartiennent à un même faisceau. En d'autres termes, la quadrique Φ est tangente en P_1 à la droite commune aux plans tangents à F en ce point. Par suite,

Si une surface du quatrième ordre possède six points doubles biplanaires ordinaires, les droites communes aux deux plans tangents à la surface en chacun de ces points sont tangentes, en ces points, à une même quadrique ne contenant pas la cubique gauche déterminée par les six points doubles.

Bruxelles, 16 mai 1922.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Bonaparte (*Prince*). Ptéridophytes de l'herbier du Muséum récoltées à Madagascar par MM. Waterlot et Decary. Paris, 1920; extr. in-8° (16 p.). [28.749]

Gilkinet (*Alf.*). Plantes fossiles de l'argile plastique d'Andenne. Liége, 1922 ; extr. gr. in-8° (18 p., pl.). [28.849]

— Flore fossile des Psammites du Condroz (Dévonien supérieur). Liége, 1922 ; extr. gr. in-4° (21 p. pl.). [28.850]

Jameson (*J. Franklin*). The Association Washington, 1920 ; extr. in-8° (312 p.). [28.747]

Lockyer (*Major William J.-S.*). The use of a Graduated wedge in Stellar classification and prerallax work. Londres, s/d ; extr. in-8° (226-232 p. pl.). [28.748]

Ocagne (*Maurice d'*). Vue d'ensemble sur les machines à calculer. Paris, 1922 ; in-16 (68 p. pl.). [29.110]

Schwoerer (*Émile*). Détermination de l'équation séculaire de la Terre dans la théorie d'Arrhenius. Paris, 1920 ; extr. in-4° (16 p.). [28.848]

*X****. Système dynamo-statique, apte à produire de l'énergie mécanique s/v. s/d. ; gr. in-8° (10 p. fig.). [28.847]

Séance du samedi 5 août 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur ;* J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, A. Gravis, Fr. Swarts, A. Demoulin, A. Rutot, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, P. Nolf, Edm. van Aubel, *membres ;* M. Stuyvaert, Th. De Donder, O. Van der Stricht, V. Grégoire, O. Dony-Hénault, *correspondants*, et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Lohest, de Hemptinne, Willem, Lecointe, Crismer, membres ; Brachet, Fourmarier, Dehalu, correspondants.

CORRESPONDANCE.

— M. le Ministre des Sciences et des Arts fait parvenir une copie des arrêtés royaux par lesquels sont acceptées les donations faites à l'Académie par M. J. Schepkens et par M^me^ veuve O. van Ertborn.

Le même Ministre fait connaître la composition du jury du Prix décennal des sciences zoologiques (3^e^ période : 1912-1921).

Le Comité national de Radiotélégraphie scientifique prie l'Académie de vouloir bien augmenter le nombre des membres de ce Comité.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

La investigation biologica en el cancer, par Ed. Semprun.
Algèbre (premier degré), par M. Stuyvaert;
Surfaces cerclées et surfaces de révolution, par le même.
Une surface réglée du huitième ordre, par le même.

Os primeiros tempos da idea evolucionista : Lamarck, Geoffroy Saint-Hilaire e Cuvier, par Paul Pelseneer.

— Remerciements.

RAPPORTS.

De MM. Lameere et Willem sur un mémoire de M. Koulaguine : *Matériaux sur l'histoire naturelle des Aurochs dans la forêt de Bélovèze, Gouvernement de Grodno.* — Conformément aux conclusions des rapporteurs, ce travail sera déposé aux archives.

De M. De Donder sur un *Supplément à la démonstration du principe dynamo-statique*, par M. Siri. — Conformément aux conclusions du rapporteur, ce travail sera déposé aux archives.

CONCOURS ANNUEL.

La Classe a reçu :

1° En réponse à la quatrième question des sciences mathématiques et physiques, un ensemble de trois mémoires : 1. *La chloruration du bibromure d'acétylène asymétrique par le pentachlorure d'antimoine;* 2. *Deux bichlorobibromoéthanes symétriques : l'actif indédoublable et le racémique;* 3. *Sur l'B. brom-B. chloréthylène*, portant pour devise (LABOR OMNIA VINCIT IMPROBUS. — Commissaires : MM. Swarts et Crismer.

2° En réponse à la première question des sciences naturelles, un mémoire portant pour devise OMNIA AB OVO et pour titre : *Recherches sur le déterminisme et l'hérédité du sexe chez les Basidiomycètes.* — Commissaires : MM. Marchal et Gravis.

3° En réponse à la troisième question des sciences naturelles, un mémoire intitulé : *Le Salmien métamorphique du sud du massif de Stavelot* et portant pour devise PATIENTER. — Commissaires : MM. Lohest et Fourmarier.

PRIX AUGUSTE SACRÉ.

(2e période : 1er août 1912 au 31 juillet 1922).

Le jury chargé d'attribuer ce Prix est composé de MM. de la Vallée Poussin, Demoulin et Stroobant.

PRIX O. VAN ERTBORN.

(Géologie).

La Classe adopte le règlement proposé pour ce Prix.

Institution.

Madame veuve O. van Ertborn, décédée à Saint-Gilles (Bruxelles) le 13 mars 1922, pour se conformer au désir de son mari, a, par testament authentique, légué à l'Académie royale de Belgique un capital de 10,000 francs, « dont les revenus serviront, tous les deux ans, à récompenser le meilleur ouvrage sur la géologie qui aura été publié par un auteur belge ».

Ce legs a été accepté, au nom de l'Académie, par arrêté royal du 30 juin 1922.

Règlement.

ARTICLE PREMIER. — Il est institué, sous le nom de « Prix Octave van Ertborn », un prix biennal de 1,000 francs (sauf variation des revenus de la Fondation) destiné au meilleur travail de géologie publié par un auteur belge n'appartenant pas à l'Académie royale de Belgique.

ART. 2. — La Classe des sciences de l'Académie décernera ce Prix sur la proposition d'un jury de trois membres nommés par elle. La séance où ce jury prendra sa décision sera considérée, au point de vue des jetons de présence et des frais de déplacement et de séjour, comme une séance de l'Académie : les frais qui en résulteront seront à la charge de la Fondation.

ART. 3. — Si le Prix n'est pas décerné, son montant sera ajouté au capital de la Fondation.

ART. 4. — Le Prix sera proclamé en séance publique de la Classe.

RÉFORME DES DOCTORATS.

La Commission n'ayant pas terminé ses travaux et devant se réunir au mois d'octobre, la Classe décide de reprendre ultérieurement l'examen de la question dans son ensemble, sur convocation spéciale.

COMITÉS NATIONAUX DE RECHERCHES.

1. Comité national de Radiotélégraphie scientifique : le nombre des membres en est porté à sept. M. Goldschmidt est élu membre de ce Comité.

2. Comité national de Géographie : le nombre des membres en est porté à quatorze. MM. A. de Gerlache et H.-D. Seligmann sont nommés membres de ce Comité.

CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES ET UNIONS INTERNATIONALES.

MM. Swarts, de Hemptinne, De Donder, Lameere et Rutot rendent compte respectivement des travaux des Unions internationales de la chimie pure et appliquée, de la physique pure et appliquée, de radiotélégraphie scientifique, des sciences biologiques et de géologie.

TRAVAUX SOUMIS A L'EXAMEN.

Sur les masses élémentaires constituant l'Univers et *Sur l'énergie cosmique*, par M. van den Bossche. — Renvoi à M. De Donder.

Sur le mouvement d'une particule matérielle dans un champ de gravitation à symétrie sphérique, par C. De Jans. — Renvoi à MM. Demoulin et De Donder.

PHYSIQUE ET CHIMIE MATHÉMATIQUES. — **Sur le théorème de Nernst.**

(*Deuxième communication*),

par TH. DE DONDER.

Dans une première communication (*), nous avons démontré le théorème de Nernst en utilisant le théorème (**) de l'affinité spécifique. Dans cette note, nous trouvons, *en évitant toute approximation*, diverses expressions de la chaleur de réaction à pression constante. Nous indiquons la signification chimique de l'affinité $\mathcal{A}$, qui ne peut être confondue avec l'affinité spécifique $\frac{dQ^n}{d\mu}$.

1. *Chaleur de réaction à pression constante.* — La chaleur de réaction à pression constante d'un mélange de gaz parfait *en équilibre* vaut :

$$r \equiv \mathrm{T}\sum_{\gamma}\nu_\gamma \mathrm{M}_\gamma \mathrm{S}_\gamma, \qquad (17)$$

$$\gamma = 1, \ldots, c;$$

la température de ce mélange est T et sa pression p.

Ce mélange est susceptible d'effectuer la réaction chimique :

$$\frac{dm_\gamma}{\nu_\gamma \mathrm{M}_\gamma} = d\mu. \qquad (18)$$

$$\gamma = 1, \ldots, c$$

(*) *Bull. de la Classe des sciences. Ac. roy. de Belgique*, mai 1922.

Nous signalons ici une correction à apporter au § 1 de cette note (quatrième ligne à partir de la fin de ce § 1); *il faut y supprimer* : r (o). La même remarque s'applique à la fin du § 3 de cette note.

(**) TH. DE DONDER, *Bull. Cl. des sc. Ac. roy. de Belgique*, mai 1922. Voir équation (10).

Il en résulte la condition d'équilibre :

$$\sum_{\gamma} \nu_{\gamma} M_{\gamma} H_{\gamma} = 0 \tag{19}$$

ou, plus explicitement,

$$\sum_{\gamma} \nu_{\gamma} M_{\gamma} (\mathcal{U}_{\gamma} - TS_{\gamma} + \mathcal{R}_{\gamma} T) = 0. \tag{19'}$$

Nous pourrons donc écrire r de la manière suivante :

$$r \equiv \sum_{\gamma} \nu_{\gamma} M_{\gamma} \mathcal{U}_{\gamma} + \nu R_M T \tag{20}$$

ou encore :

$$r \equiv \left(\sum_{\gamma'} \nu_{\gamma'} M_{\gamma'} \mathcal{U}_{\gamma'} + \nu' R_M T \right) - \left(\sum_{\gamma''} | \nu_{\gamma''} | M_{\gamma''} \mathcal{U}_{\gamma''} + | \nu'' | R_M T \right). \tag{20'}$$

L'expression (20) montre que r *ne dépend que de* T.

Imaginons un mélange gazeux A′ ne comprenant que les constituants γ', c'est-à-dire les constituants qui figurent dans le membre à droite de l'équation chimique

$$\sum_{\gamma'} \nu_{\gamma'} M_{\gamma'} = \sum_{\gamma''} | \nu_{\gamma''} | M_{\gamma''} . \tag{21}$$

Supposons que ce mélange gazeux A′ soit *aussi* à la température T et à la pression p ; alors on pourra calculer *le volume* V′ de ce mélange A′ au moyen de l'équation caractéristique des gaz parfaits :

$$pV' = \nu' R_M T. \tag{22}$$

L'énergie interne U′ de ce mélange A′ vaudra :

$$U' \equiv \sum_{\gamma'} \nu_{\gamma'} M_{\gamma'} \mathcal{U}_{\gamma'} . \tag{23}$$

Imaginons un autre mélange gazeux A″ ne comprenant que les constituants γ'' ; supposons que ce mélange A″ soit *aussi* à la température T et à la pression p ; on aura :

$$pV'' = | \nu'' | R_M T. \tag{24}$$

L'énergie interne U″ de ce mélange A″ vaudra :

$$U'' \equiv \sum_{\gamma''} | \nu_{\gamma''} | M_{\gamma''} \mathcal{U}_{\gamma''} . \tag{25}$$

Les relations (22) à (25) subsistent évidemment quand les mélanges A′ et A″ *ne* sont *pas* des états d'équilibre.

La chaleur de réaction à pression constante (20′) devient, grâce à (22 à 25) :

$$\boxed{r \equiv U' - U'' + p(V' - V'')}. \tag{26}$$

On pourrait aussi exprimer r au moyen des enthalpies des mélanges A′ et A″.

2. *Le potentiel thermodynamique.* — Par définition, le potentiel thermodynamique s'écrit :

$$\boxed{H \equiv U - TS + pV}. \tag{27}$$

En vertu de nos hypothèses (ou extensions) fondamentales :

$$\left.\begin{aligned} S &\equiv \frac{\partial H}{\partial T} \\ p &\equiv \frac{\partial H}{\partial V} \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

on trouve immédiatement :

$$U + pV \equiv H - T\frac{\partial H}{\partial T}. \tag{29}$$

Retournons à nos mélanges A′ et A″, ainsi qu'à la relation (26) ; nous pourrons mettre la chaleur de réaction r sous la forme suivante :

$$\boxed{r = (H' - H'') - T\frac{\partial (H' - H'')}{\partial T}}. \tag{30}$$

Dans cette expression remarquable de r, le symbole H′ représente le potentiel thermodynamique du mélange A′ ; on aura donc :

$$H' \equiv U' - TS' + pV'; \tag{31}$$

on aura, de même, pour le mélange A'' :

$$H'' \equiv U'' - TS'' + pV''. \tag{31'}$$

Rappelons que V' et V'' sont fournis par les relations (22) et (24).

3. *Affinité chimique.* — Les deux mélanges A' et A'' sont à la température T et à la pression p du mélange *en équilibre* considéré au paragraphe 1 de cette communication.

Imaginons une transformation *purement chimique* (18) amenant le *mélange* A' au *mélange* A''; nous disons *purement* chimique, parce que la température T et la pression p demeurent *constantes*. Dans cette transformation (irréversible) *isothermique et isobarique*, l'affinité chimique dépensée par le système (A' → A'') vaudra :

$$\boxed{Q^n_{A'A''} = H' - H''}. \tag{32}$$

Elle est donc égale à la diminution du potentiel thermodynamique quand le mélange A' se transforme en mélange A'' par voie purement chimique.

Dans (32), on a posé :

$$Q^n_{A'A''} \equiv \int_0^{-1} \frac{dQ^n}{d\mu}\, d\mu. \tag{33}$$

Le symbole μ représente le degré d'avancement de la réaction chimique (18).

La relation (32) montre que $Q^n_{A'A''}$ est, en général, une fonction de T et de p; la transformation purement chimique que nous venons d'effectuer (c'est-à-dire A' → A'') est une *hessienne*.

Retournons encore à la chaleur de réaction r; en vertu de (30) et de (32), on aura maintenant :

$$r = Q^n_{A'A''} - T\frac{\partial Q^n_{A'A''}}{\partial T}. \tag{34}$$

Afin de simplifier l'écriture, posons :

$$\mathcal{A} \equiv Q^n_{A'A''}. \tag{35}$$

Le symbole $\mathcal{A}$ représente donc *l'affinité chimique dépensée pendant la transformation purement chimique* $A' \rightarrow A''$, *à température* T *et à pression* p *constantes.*

Enfin, la chaleur de réaction à pression constante s'écrit :

$$\boxed{r = \mathcal{A} - T\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial T}}. \tag{36}$$

Rappelons que (20) la chaleur de réaction r ne dépend que de T.

5. *Corollaire du théorème de Nernst.* — Dans la formule (36), faisons tendre T vers *zéro*; d'où

$$r(o) = \mathcal{A}(o). \tag{37}$$

Le symbole $\mathcal{A}(o)$ représente l'affinité chimique dépensée pendant la transformation purement chimique $A' \rightarrow A''$, la température étant *zéro*.

Il en résulte que *l'affinité spécifique du mélange* (non en équilibre) *de vapeurs saturées sèches,* imaginé au § 2 de notre première communication, peut s'écrire, en vertu des formules (13'), (15) et (16) de cette première communication :

$$\left.\begin{aligned}\frac{dQ^n}{d\mu} &= -\left[\mathcal{A}(o) - \sum_\gamma \nu_\gamma M_\gamma \lambda_{\gamma}(o)\right] \\ &+ \left(a_2 - \sum_\gamma \nu_\gamma b_{2\gamma}\right)T^2 + \frac{1}{2}\left(a_3 - \sum_\gamma \nu_\gamma b_{3\gamma}\right)T^3 + \cdots\end{aligned}\right\}. \tag{38}$$

Dans un prochain travail, nous comptons développer d'autres conséquences du théorème de Nernst.

PHYSIOLOGIE. — **Action du chloroforme sur les propriétés hémolytiques du plasma de chien,**

par P. NOLF,
Membre de l'Académie.

Dans une série de notes parues dans ces *Bulletins*, j'ai soutenu l'opinion que l'hémolyse par les plasmas ou les sérums est le résultat d'une coagulation de ces liquides sur la membrane enveloppante des hématies. Cette coagulation altère la membrane et supprime son imperméabilité à l'hémoglobine dissoute dans le suc cellulaire. Elle ne diffère, ni par son mécanisme, ni par les substances actives qui interviennent, de la coagulation banale du plasma, dont les produits sont la fibrine et la thrombine.

On aurait pu faire à cette opinion l'objection suivante : si réellement l'hémolyse est le résultat d'une coagulation, identique dans son essence à la formation de la fibrine et de la thrombine, comment se fait-il que le sérum normal, qui est un liquide qui a déjà subi une coagulation, possède habituellement les mêmes propriétés hémolytiques que le plasma non coagulé? En réalité, les propriétés hémolytiques d'un tel sérum, bien que voisines de celles du plasma, en diffèrent par plusieurs points : quand il est tout à fait récent, le sérum hémolyse d'habitude plus rapidement que le plasma aux mêmes concentrations. Conservé à la température ordinaire, il perd plus tôt sa propriété hémolytique que le plasma non coagulé.

Mais ces différences sont minimes; elles ne tranchent pas la question précédente. Celle-ci trouve sa vraie réponse dans le fait que le sérum plasmatique, issu de la gélification spontanée d'un plasma, est un liquide dont la coagulation n'est pas achevée. On sait, en effet, depuis A. Schmidt, qu'il est capable

de donner de nouvelles quantités de thrombine, c'est-à-dire d'achever sa coagulation, si on lui ajoute des agents thromboplastiques tels qu'un extrait aqueux ou alcoolique de tissu. Or, après ce traitement, il a perdu tout ou partie de son pouvoir hémolytique, comme on le sait depuis longtemps.

De l'observation précédente, il résulte donc qu'un sérum plus complètement coagulé que le sérum normal est moins hémolytique que ce dernier ou que le plasma. Mais l'expérience est susceptible de diverses interprétations. On peut accuser la substance thromboplastique introduite d'exercer une influence inhibitrice sur l'hémolyse; on a dit effectivement qu'elle était douée d'un pouvoir anticomplémentaire. La difficulté résultant de la présence de l'agent thromboplastique dans le sérum pouvait être écartée par l'emploi d'un agent thromboplastique volatil : le chloroforme, qui offre de plus l'avantage d'être plus actif que la plupart des substances précédemment employées pour coaguler un plasma.

Dès le début de mes recherches sur l'action coagulante du chloroforme, j'ai institué quelques expériences destinées à établir l'influence de cette substance sur le pouvoir hémolytique. Les premiers résultats encore très incomplets de cette recherche sont l'objet de cette note préliminaire.

Le plasma oxalaté recalcifié de chien est, de tous les plasmas examinés jusqu'ici par moi, celui qui se coagule le plus rapidement par le chloroforme et parcourt le plus vite la série des transformations consécutives. Quand le chloroforme agit à 37°, la coagulation est achevée après une heure, c'est-à-dire qu'après ce laps de temps, le sérum contient un maximum de thrombine. A la température ordinaire, ce maximum n'est atteint que plus tardivement.

Les sérums dont il sera question dans cette note ont été coagulés à la température ordinaire. Plusieurs échantillons d'un plasma oxalaté bien limpide de chien étaient recalcifiés, puis agités avec un excès de chloroforme dans des tubes bien

bouchés. Après des intervalles de temps variables, on prélevait un des tubes, décantait le sérum et le mettait à évaporer à 0° en verre de montre jusqu'à disparition de toute odeur de chloroforme (parfois jusqu'à siccité, sans que les résultats des essais d'hémolyse s'en ressentissent). Le volume initial du sérum était rétabli par une addition suffisante d'eau distillée.

Si l'on examine l'action hémolytique que peuvent exercer ces sérums sur des hématies lavées de cheval ou de coq, on constate que déjà après dix minutes d'action du chloroforme, c'est-à-dire à un moment où le sérum n'a pas encore atteint sa teneur maxima en thrombine, le pouvoir hémolytique est complètement supprimé.

Tableau I.

Sérum issu de la coagulation d'un plasma oxalaté de chien après recalcification.	Sérum issu de la coagulation du même plasma recalcifié en présence de chloroforme après 10 minutes; chloroforme évaporé.	Solution isotonique de chlorure sodique.	Hématies de coq lavées.	*Résultats.*
0cc2	—	0cc8	0cc05	Hémolyse complète.
0.1	—	0.9	0.05	Couleur rouge foncé; hémolyse incomplète.
0.05	—	0.95	0.05	Couleur rose.
0.025	—	0.97	0.05	Jaune.
0.0125	—	0.99	0.05	Incolore.
—	1cc0	—	0.05	Incolore.
—	0.5	0.5	0.05	Incolore.
—	0.25	0.75	0.05	Incolore.
—	0.1	0.9	0.05	Incolore.

Dans toutes les expériences, les mélanges de sérum et d'hématies furent laissés pendant deux heures à 37° C.

Ce résultat est dû, en ordre principal, à la consommation des protéines hémolysantes pendant la coagulation chloroformique. Mais à ce premier facteur d'inactivation de la propriété hémolytique s'en ajoute un second : il existe dans le sérum chloroformique des substances qui empêchent la fixation sur les hématies de ce qui pourrait persister dans le sérum de protéines hémolysantes dans les premiers temps de l'autolyse chloroformique. On constate, en effet, que le mélange de sérum chloroformique au sérum normal prive ce dernier d'une partie de son activité hémolytique propre.

Le tableau II donne les résultats d'une expérience de se genre, dans laquelle des mélanges d'hématies et d'une dilution à $^1/_{10}$ de sérum normal en eau salée isotonique furent additionnés, immédiatement après avoir été faits, de quantités variables de divers sérums chloroformiques. Le sérum normal était celui employé dans les essais du tableau I.

L'action empêchante est plus marquée, si l'on mélange le sérum normal au sérum chloroformique préalablement à l'addition des hématies. Le tableau III donne les résultats d'une expérience faite avec les mêmes réactifs que ceux utilisés dans les essais du tableau II. Les mélanges de sérum normal et de sérum chloroformique furent laissés une heure à 37° C. avant l'adjonction des hématies.

Ces expériences permettent de conclure que la coagulation par le chloroforme fait disparaître les protéines hémolysantes du plasma en même temps qu'elle accumule dans le sérum une ou des substances qui s'opposent à la fixation sur les hématies de ce qui peut rester de protéines hémolysantes dans le sérum, aussi longtemps que la coagulation n'est pas achevée. Or l'étude de la coagulation chloroformique nous a montré que la seule substance nouvelle qui soit décelable dans le sérum est la thrombine et que les substances qui disparaissent du plasma sous l'influence du chloroforme sont les substances mères de la thrombine.

Tableau II.

Dilution à $^1/_{10}$ d'un sérum issu de la coagulation d'un plasma oxalaté de chien après recalcification.	Sérum du même plasma recalcifié, coagulé par un excès de chloroforme, après 10 minutes. I.	Sérum du même plasma recalcifié, coagulé par un excès de chloroforme, après 1 heure 20 min. II.	Sérum du même plasma recalcifié, coagulé par un excès de chloroforme, après 7 heures. III.	Sérum du même plasma recalcifié, coagulé par un excès de chloroforme, après 24 heures. IV.	Sérum du même plasma recalcifié, coagulé par un excès de chloroforme, après 3 jours. V.	Hématies lavées de coq.	*Résultats.*
0cc5	0cc25	—	—	—	—	0cc025	Incolore.
0.5	0.10	—	—	—	—	0.025	Rouge clair.
0.5	0.03	—	—	—	—	0.025	Rouge foncé ; hémolyse incomplète.
0.5	0.01	—	—	—	—	0.025	Rouge foncé ; hémolyse incomplète.
0.5	—	0cc25	—	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	0.10	—	—	—	0.025	Rose très pâle.
0.5	—	0.03	—	—	—	0.025	Rouge clair.
0.5	—	0.01	—	—	—	0.025	Rouge foncé ; hémolyse incomplète.
0.5	—	—	0cc1	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	—	0 03	—	—	0.025	Rouge clair.
0.5	—	—	0.01	—	—	0.025	Rouge foncé ; hémolyse incomplète.
0.5	—	—	—	0cc1	—	0.025	Incolore.
0.5	—	—	—	0.03	—	0.025	Rouge clair.
0.5	—	—	—	0.01	—	0.025	Rouge foncé ; hémolyse incomplète.
0.5	—	—	—	—	0cc1	0.025	Incolore.
0.5	—	—	—	—	0.03	0 025	Rose.
0.5	—	—	—	—	0.01	0.025	Rouge clair.
0.5	—	—	—	—	—	0.025	Rouge foncé ; hémolyse incomplète.

Tableau III.

Dilution à $^1/_{10}$ d'un sérum issu de la coagulation d'un plasma oxalaté de chien après recalcification.	Sérum chloroformique. I.	Sérum chloroformique. II.	Sérum chloroformique. III.	Sérum chloroformique. IV.	Sérum chloroformique V.	Hématies lavées de coq.	*Résultats.*
0cc5	0cc1	—	—	—	—	0cc025	Incolore.
0.5	0.03	—	—	—	—	0.025	Rouge clair.
0.5	0.01	—	—	—	—	0.025	Rouge foncé; hémolyse incomplète.
0.5	—	0cc1	—	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	0.03	—	—	—	0.025	Jaune rosé.
0.5	—	0.01	—	—	—	0.025	Rouge foncé, hémolyse incomplète.
0.5	—	—	0cc1	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	—	0.03	—	—	0 025	Jaune rosé.
0.5	—	—	0.01	—	—	0.025	Rouge foncé; hémolyse incomplète.
0.5	—	—	—	0cc1	—	0 025	Incolore.
0.5	—	—	—	0.03	—	0.025	Jaune.
0.5	—	—	—	0.01	—	0.025	Rouge clair.
0.5	—	—	—	—	0cc1	0.025	Incolore.
0.5	—	—	—	—	0 03	0.025	Incolore.
0.5	—	—	—	—	0.01	0.025	Rouge clair.
0.5	—	—	—	—	—	0.025	Rouge foncé; hémolyse incomplète.

Ces substances mères ont une double origine : l'une, la thrombozyme, provient des leucocytes ; les autres sont d'origine hépatique. Le propre de la coagulation chloroformique est d'opérer une consommation extrêmement rapide de ces dernières. Le sérum normal, issu de la coagulation spontanée d'un plasma, contient un large excédent de ces protéines hépatiques, dont il ne reste plus trace dans le sérum chloroformique après un temps d'action très court du chloroforme [1]. Avec elles disparaît le pouvoir hémolytique. Pour être hémolytique, un sérum doit donc contenir un excédent de protéines hépatiques, susceptibles de se coaguler en compagnie de thrombozyme dans l'épaisseur de la membrane des hématies.

De plus, le sérum chloroformique est riche en thrombine, et la thrombine est douée d'un pouvoir thromboplastique très considérable.

Quand la thrombine est en concentration suffisante dans un milieu qui contient des hématies et du sérum normal, elle peut disputer les protéines hémolysantes aux hématies, en provoquant leur coagulation préalable dans le milieu liquide, avant leur fixation sur les hématies. Elle agit alors à la façon d'un extrait aqueux ou alcoolique de tissu ou de tout agent thromboplastique fort, non hémolytique par lui-même. Elle retient les protéines hémolytiques par un processus identique à celui qui est connu en bactériologie sous le nom de déviation du complément.

L'analyse de la propriété coagulante du sérum chloroformique de chien a montré que dans le sérum, maintenu saturé de chloroforme à la température ordinaire, la thrombine subit une autolyse qui a pour effet de réduire progressivement la masse de ses particules. Il en résulte que le sérum chloroformique est capable de coaguler une solution de fibrinogène dans les premières heures qui suivent la prise du plasma en caillot, mais

(1) P. Nolf, *L'action coagulante du chloroforme sur le plasma d'oiseau.* (Arch. intern. de Physiol., 1921, t. XVI, pp. 374-447.)

qu'il perd cette propriété s'il est maintenu au contact du chloroforme pendant deux à trois jours à la température ordinaire. Quand il a subi cette autolyse, le sérum protéolyse la solution de fibrinogène sans coagulation préalable, mais il coagule énergiquement un plasma, parce que dans le plasma, la thrombine autolysée trouve les colloïdes hépatiques qui lui sont nécessaires pour donner avec le fibrinogène de la fibrine insoluble (1).

Il était intéressant de rechercher si cette thrombine autolysée ne serait pas capable d'exercer une action hémolytique en association avec les colloïdes hépatiques du plasma. Pour faire cette expérience avec des chances de réussite, il convenait d'utiliser, comme source de protéines hépatiques, non pas le sérum normal (avec le sérum, l'expérience aboutit à une déviation du complément, tableaux II et III), mais un sérum débarrassé autant que possible de sa thrombozyme, de façon à augmenter sa stabilité, à diminuer sa tendance à se coaguler rapidement par les agents thromboplastiques.

Ce liquide a été employé par les bactériologistes de l'école d'Ehrlich sous le nom d'*Endstück*. On le prépare en diluant le sérum plasmatique, hémolytique, dans 8 à 9 volumes d'eau distillée et en traitant cette dilution par un courant d'anhydride carbonique. Il apparaît un précipité de globuline dont on se débarrasse par centrifugation et décantation. Le liquide décanté est additionné d'une quantité de chlorure sodique à 10 % suffisante pour lui rendre l'isotonicité et il est privé de l'excès d'anhydride carbonique par le vide. Il représente une dilution à $^1/_{10}$ de sérum normal en solution saline isotonique, privée de son euglobuline. Par lui-même, il est dénué de toute propriété hémolytique pour les hématies de coq, quand il est préparé au moyen de sérum plasmatique de chien.

On a fait agir sur les hématies lavées de coq des mélanges

(1) P. Nolf, *La thrombine du sérum chloroformique de chien et les venins de serpents.* (Arch. intern. de Physiologie, 1922, XIX, 227-248.)

Tableau IV.

Endstück de sérum plasmatique de chien à 1/10	Sérum chloroformique du même chien après 10 minutes d'autolyse chloroformique. I.	Même sérum après 75 minutes d'autolyse chloroformique. II.	Même sérum après 7 heures d'autolyse chloroformique. III.	Même sérum après 27 heures d'autolyse chloroformique. IV.	Même sérum après 3 jours d'autolyse chloroformique V.	Hématies lavées de coq.	*Résultats.*
0cc5	0cc1	—	—	—	—	0cc025	Rose foncé.
0.5	0.05	—	—	—	—	0 025	Rouge cerise.
0.5	0.025	—	—	—	—	0.025	Jaune.
0.5	0.01	—	—	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	0cc1	—	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	0 05	—	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	0 025	—	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	0.01	—	—	—	0.025	Incolore.
0.5	—	—	0cc1	—	—	0.025	Jaune
0.5	—	—	0.05	—	—	0.025	Jaune rosé.
0.5	—	—	0.025	—	—	0.025	Rose pâle
0.5	—	—	0.01	—	—	0.025	Jaune rosé.
0.5	—	—	—	0cc1	—	0.025	Rose.
0.5	—	—	—	0.05	—	0.025	Rouge foncé; hémolyse incomplète.
0.5	—	—	—	0 025	—	0.025	Rouge clair.
0.5	—	—	—	0.01	—	0.025	Rose.
0.5	—	—	—	—	0cc1	0.025	Jaune rosé.
0.5	—	—	—	—	0.05	0.025	Rose pâle.
0.5	—	—	—	—	0.025	0.025	Rose.
0.5	—	—	—	—	0.01	0.025	Jaune.
0.5	—	—	—	—	—	0.025	Incolore.

Tableau V.

Solution oxalatée diluée de fibrinogène.	Sérum chloroformique. I.	Sérum chloroformique. II.	Sérum chloroformique. III.	Sérum chloroformique. IV.	Sérum chloroformique. V.	*Résultats.*
0cc1	0cc1	—	—	—	—	Coagulé après 1 h. 10 m.; redissous après 3 jours.
0.1	0.01	—	—	—	—	Coagulé après 27 minutes.
0.1	0.003	—	—	—	—	Coagulé après 5 h. 20 m.
0.1	0.001	—	—	—	—	Voilé après 3 jours.
0.1	0.0003	—	—	—	—	Fluide après 3 jours.
0.1	0.0001	—	—	—	—	Id.
0,1	—	0cc1	—	—	—	Caillot mou après 1 heure; redissous après 3 jours.
0.1	—	0.01	—	—	—	Caillot après 26 minutes.
0.1	—	0.003	—	—	—	Caillot après 5 heures.
0.1	—	0.001	—	—	—	Caillot le lendemain.
0.1	—	0.0003	—	—	—	Voilé après 3 jours.
0.1	—	0.0001	—	—	—	Fluide après 3 jours.
0.1	—	—	0cc1	—	—	Fluide après 3 jours.
0.1	—	—	0.01	—	—	Id.
0.1	—	—	0.003	—	—	Id.
0.1	—	—	0,001	—	—	Voilé après 24 heures; redissous après 3 jours.
0.1	—	—	0.0003	—	—	Voilé après 3 jours.
0.1	—	—	0.0001	—	—	Id.
0.1	—	—	—	0cc1	—	Fluide après 3 jours.
0.1	—	—	—	0.01	—	Id.
0.1	—	—	—	0.003	—	Id.
0.1	—	—	—	0.001	—	Id.
0.1	—	—	—	0.0003	—	Flocons fibrineux après 3 jours.
0.1	—	—	—	0.0001	—	Fluide après 3 jours.
0.1	—	—	—	—	0cc1	Fluide après 3 jours.
0.1	—	—	—	—	0.01	Id.
0.1	—	—	—	—	0.003	Id.
0.1	—	—	—	—	0.001	Id.
0.1	—	—	—	—	0.0003	Id.
0.1	—	—	—	—	0.0001	Id.

Les milieux ont été conservés pendant 6 heures à la température du laboratoire; ensuite à 0°.

d'une solution d'*Endstück* et d'un sérum chloroformique autolysé pendant plus ou moins longtemps.

Le résultat de l'expérience est très intéressant. Le sérum chloroformique qui a subi une autolyse de vingt-sept heures à la température ordinaire est très hémolytique en association avec l'*Endstück*. Ce pouvoir décroît ultérieurement, probablement par suite d'une véritable destruction de la thrombine. D'autre part, il n'apparaît pas dans le sérum chloroformique immédiatement : il est nul après soixante-quinze minutes d'autolyse, à peine marqué après sept heures.

Pour donner à ces constatations leur signification, il convient de définir l'activité coagulante de ces liquides. Les résultats de cette détermination figurent au tableau V.

On peut voir qu'après dix minutes, la coagulation du plasma par le chloroforme est peu avancée. La teneur maxima du sérum chloroformique en thrombine appartient au sérum III, qui a subi une autolyse chloroformique de sept heures. La coagulation a donc atteint son terme entre soixante-quinze minutes et sept heures. L'autolyse qui la suit est déjà très marquée après sept heures, ainsi qu'il résulte de l'absence de coagulation dans les mélanges de fibrinogène et du sérum III, qui contiennent plus de 1 °/₀₀ de sérum. Après vingt-sept heures, le sérum chloroformique a perdu le pouvoir de coaguler la solution de fibrinogène, ce qui a été attribué à l'autolyse de la thrombine.

De très petites quantités de sérum plasmatique ou de plasma de chien confèrent à la solution d'*Endstück* le pouvoir d'hémolyser les hématies de coq ; dans les conditions des essais du tableau IV, il eût suffi d'ajouter 0ᶜᶜ025 de sérum plasmatique au mélange de 0ᶜᶜ5 d'*Endstück* et de 0ᶜᶜ025 d'hématies pour obtenir une hémolyse complète.

Ce pouvoir naturel d'activer l'hémolyse par l'*Endstück* disparaît avec les progrès de la coagulation par le chloroforme. Encore très appréciable après dix minutes de coagulation par le

chloroforme, à un moment où elle est peu avancée, il est tout à fait évanoui après soixante-quinze minutes, c'est-à-dire qu'il est nul quand la thrombine atteint sa concentration maxima. Plus tard il reparaît et sa réapparition coïncide avec la perte du pouvoir coagulant du sérum chloroformique pour la solution de fibrinogène, c'est-à-dire avec l'autolyse de la thrombine.

On peut donc conclure que la thrombine de chien, telle qu'elle existe dans un sérum chloroformique dans les premiers moments qui suivent la prise en caillot, est incapable, seule ou en association avec les protéines hépatiques contenues dans une solution d'*Endstück*, de lyser les hématies de coq.

Elle peut même empêcher dans une certaine mesure l'hémolyse, quand on l'introduit en quantité suffisante dans un mélange de sérum plasmatique de chien et d'hématies de coq, grâce à son pouvoir thromboplastique intense.

Il n'est donc plus permis de dire que les propriétés hémolytiques d'un sérum sont indépendantes de la coagulation qu'il peut avoir subie. Quand cette coagulation est suffisamment complète, elle détruit le pouvoir hémolytique.

Cependant, cette destruction n'intéresse pas tous les facteurs de l'hémolyse de façon égale : étant une coagulation, l'hémolyse exige la présence dans le sérum des facteurs essentiels d'une coagulation, la thrombozyme, d'une part, et les protéines hépatiques, d'autre part. Ces dernières sont consommées par la coagulation chloroformique; la thrombozyme aussi, mais pas de la même façon : après avoir été fixés par la thrombozyme, les colloïdes hépatiques sont protéolysés par elle; leur destruction est irrémédiable.

Au contraire, la thrombozyme persiste dans le complexe thrombine avec ses caractéristiques essentielles; elle est seulement prisonnière du complexe qu'elle a constitué en s'unissant aux colloïdes hépatiques. Quand il est volumineux au début de la coagulation chloroformique, ce complexe est probablement empêché par ses dimensions mêmes de se fixer dans l'épaisseur

de la paroi des hématies. Grâce aux progrès de la protéolyse, il se réduit progressivement, de sorte que le sérum chloroformique tend à se rapprocher progressivement par ses propriétés d'une solution de thrombozyme. Cette évolution est nettement caractérisée par la transformation des propriétés coagulantes du sérum au cours de l'autolyse chloroformique. Elle atteint son point culminant au moment où le sérum a perdu la propriété de coaguler, à n'importe quelle concentration, la solution diluée de fibrinogène, tout en étant encore énergiquement coagulant pour un plasma stable. Or, à ce moment précis, le sérum chloroformique retrouve la propriété d'hémolyser des globules rouges, non plus seul, mais en association avec les protéines hépatiques qui lui font défaut et qu'on lui restitue sous la forme d'une solution d'*Endstück*.

Les modifications des propriétés hémolytiques du plasma de chien sous l'influence du chloroforme s'expliquent donc aisément en faisant appel à l'interprétation qui a été donnée des propriétés coagulantes du sérum au cours de l'autolyse chloroformique.

De quelques observations faites sur l'action du chloroforme sur le plasma d'oiseau, il résulte que le pouvoir hémolytique de ce dernier disparaît beaucoup plus lentement que celui du sérum de chien, ce qui est en plein accord avec ce que l'on sait de sa coagulation et de son autolyse plus lentes sous l'influence du chloroforme.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — **Sur les surfaces cerclées,**

par A. DEMOULIN, membre de l'Académie.

Dans une note insérée aux *Comptes rendus*, le 8 août 1921, nous avons fait connaître différentes propriétés anallagmatiques des surfaces cerclées. Nous en possédions d'autres, que nous avons omises faute de place. D'autre part, nous avons obtenu de nouvelles propriétés des surfaces cerclées postérieurement à la publication de cette note. Quelques-uns de ces résultats ont été signalés par M. Vessiot dans deux notes récentes (*Comptes rendus*, séances des 10 et 24 avril 1922). Nous allons exposer une partie de nos recherches et présenter diverses remarques au sujet de la première des notes de M. Vessiot.

I.

1. Soient, en coordonnées pentasphériques $x_1, x_2, \ldots, x_5$,

$$\sum_{i}^{1\ldots5} m_i x_i = 0$$

ou, en abrégé,

$$\Sigma\, mx = 0$$

l'équation d'une sphère et $a_1, a_2, \ldots, a_5$; $b_1, b_2, \ldots, b_5$ les coordonnées pentasphériques des foyers d'un cercle. L'angle V de la sphère et du cercle est donné par la formule

$$\cos^2 V = \frac{\Sigma\, am\, \Sigma\, bm}{\Sigma\, ab\, \Sigma\, m^2}. \tag{1}$$

2. Soient Γ, Γ' deux cercles réels; a, b les foyers de Γ; a', b' les foyers de Γ'. Désignons respectivement par $a_1, a_2, \ldots, a_5$

et $b_1, b_2, \ldots, b_5$ les coordonnées des points a et b, et par les mêmes lettres accentuées les coordonnées des points a' et b'.

Si l'on prend

$$x, y, z, \frac{Sx^2 - 1}{2}, i\frac{Sx^2 + 1}{2} \ (*)$$

pour coordonnées pentasphériques d'un point de coordonnées cartésiennes x, y, z, la distance de deux points p, q de coordonnées pentasphériques $p_1, p_2, \ldots, p_5$; $q_1, q_2, \ldots, q_5$ est donnée par la formule

$$\Sigma pq = -\frac{\overline{pq}^2}{2}.$$

Les cercles Γ, Γ' étant réels, les points b et b' sont respectivement imaginaires conjugués des points a et a'. Donc, en vertu de la formule précédente, $\Sigma aa'$ et $\Sigma a'b$ sont respectivement imaginaires conjuguées de $\Sigma bb'$ et $\Sigma ab'$. Par suite, $\Sigma aa'$ et $\Sigma bb'$ sont simultanément nulles ou $\neq 0$ et il en est de même de $\Sigma a'b$ et $\Sigma ab'$.

Faisons passer par Γ' une sphère Ω définie par l'équation

$$\Sigma (a' + \lambda b')\, x = 0.$$

La formule (1) donne l'angle V de Ω et de Γ :

$$(2)\quad \Sigma ab\, \Sigma a'b' \cos^2 V = \frac{\Sigma aa' \Sigma a'b}{\lambda} + \Sigma aa' \Sigma bb' + \Sigma a'b \Sigma ab' + \Sigma bb' \Sigma ab'.\lambda.$$

3. Pour que V soit indépendant de λ, il faut et il suffit que l'on ait

$$\Sigma\, aa'\, \Sigma\, a'b = 0,$$
$$\Sigma\, bb'\, \Sigma\, ab' = 0.$$

On déduit de là, soit $\Sigma aa' = 0$, $\Sigma bb' = 0$, soit $\Sigma a'b = 0$, $\Sigma ab' = 0$. Donc, ou bien les droites aa', bb' ou bien les droites $a'b$, ab' sont isotropes.

(*) On a posé $Sx^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Dans le cas présent, la formule (2) se réduit à

$$\cos^2 V = \frac{\Sigma aa' \Sigma bb' + \Sigma a'b \Sigma ab'}{\Sigma ab \Sigma a'b'}.$$

Le second membre de cette égalité ne change pas lorsqu'on échange a et a', b et b'. Donc toute sphère passant par Γ coupe Γ' sous l'angle V.

4. Supposons que V varie avec λ, c'est-à-dire qu'on ait

$$\Sigma aa' \Sigma bb' \Sigma a'b \Sigma ab' \Sigma \neq 0.$$

Si Ω est tangente à Γ, $V = 0$ et la formule (2) donne

$$(3) \qquad \Sigma bb' \Sigma ab' . \lambda^2 + (\Sigma aa' \Sigma bb' + \Sigma ab' \Sigma a'b - \Sigma ab \Sigma a'b')\lambda + \Sigma aa' \Sigma a'b = 0.$$

Cette équation étant du second degré en λ, il y a deux sphères Ω tangentes à Γ; nous les désignerons par Ω_1 et Ω_2; leur angle ψ est donné par l'égalité

$$(4) \qquad \cos\psi = \frac{1}{2} \frac{\Sigma aa' \Sigma bb' + \Sigma ab' \Sigma a'b - \Sigma ab \Sigma a'b'}{\sqrt{\Sigma aa' \Sigma bb' \Sigma ab' \Sigma a'b}}.$$

Le second membre de cette égalité ne change pas lorsqu'on échange a et a', b et b'. Donc les sphères passant par Γ et tangentes à Γ' font entre elles un angle égal à ψ.

5. Soit C un cercle qui coupe en deux points chacun des cercles Γ, Γ'. Les équations de ce cercle sont de la forme

$$\Sigma (a + \mu b) x = 0,$$
$$\Sigma (a' + \mu' b') x = 0.$$

La première de ces équations représente la sphère (Γ, C) (c'est-à-dire la sphère qui contient les cercles Γ et C) et la seconde, la sphère (Γ', C).

Si l'on exprime que C coupe orthogonalement Γ et Γ′, on trouve

$$\Sigma aa' = \Sigma bb' \,.\, \mu\mu'$$
$$\Sigma ab' \,.\, \mu' = \Sigma a'b \,.\, \mu.$$

Si les sphères qui passent par l'un des cercles Γ, Γ′ coupent l'autre sous le même angle, une de ces équations est identiquement vérifiée (n° 3) et il y a ∞^1 cercles répondant à la question. Dans le cas contraire, ces équations donnent

$$(5) \qquad \mu = \pm \frac{\sqrt{\Sigma aa'}\sqrt{\Sigma ab'}}{\sqrt{\Sigma bb'}\sqrt{\Sigma a'b}}, \quad \mu' = \pm \frac{\sqrt{\Sigma aa'}\sqrt{\Sigma a'b}}{\sqrt{\Sigma bb'}\sqrt{\Sigma ab'}}.$$

Il y a donc deux cercles qui coupent orthogonalement en deux points chacun des cercles Γ, Γ′. Désignons-les par C_1 et C_2, C_1 correspondant aux signes + et C_2 aux signes —. Les sphères (Γ, C_1), (Γ, C_2) ont pour équations

$$(6) \qquad \begin{cases} \Sigma (a + \mu_1 b)x = 0, \\ \Sigma (a + \mu_2 b)x = 0, \end{cases}$$

μ_1 et μ_2 étant définis par les égalités

$$(7) \qquad \mu_1 = -\mu_2 = \frac{\sqrt{\Sigma aa'}\sqrt{\Sigma ab'}}{\sqrt{\Sigma bb'}\sqrt{\Sigma a'b}},$$

que fournit la première des formules (5).

6. Désignons par V_1 l'angle des sphères (Γ, C_1), (Γ′, C_1) et par V_2 l'angle des sphères (Γ, C_2), (Γ′, C_2). On a

$$(8) \qquad \cos V_1, \cos V_2 = \frac{\sqrt{\Sigma ab'}\sqrt{\Sigma a'b} \pm \sqrt{\Sigma aa'}\sqrt{\Sigma bb'}}{\sqrt{\Sigma ab}\sqrt{\Sigma a'b'}}.$$

La valeur de $\cos V_1$ correspond au signe + et celle de $\cos V_2$, au signe —.

II.

7. Soit Γ un cercle réel variable dépendant d'un paramètre u. Désignons par Γ' la position de Γ qui correspond à la valeur $u + \Delta u$ du paramètre u et appliquons aux cercles Γ, Γ' les formules précédentes. Il y a trois cas à considérer :

Premier cas. $\Sigma(da)^2$ et $\Sigma(db)^2$ sont $\neq 0$ (*).

Deuxième cas. On a $\Sigma(da)^2 = 0$, $\Sigma(db)^2 = 0$; $\Sigma(d^2a)^2$ et $\Sigma(d^2b)^2$ sont $\neq 0$.

Troisième cas. On a

$$(9) \qquad \begin{cases} \Sigma(da)^2 = 0, & \Sigma(db)^2 = 0; \\ \Sigma(d^2a)^2 = 0, & \Sigma(d^2b)^2 = 0. \end{cases}$$

Dans le troisième cas, les points a, b décrivent des droites isotropes (**); par suite, il y a ∞^1 cercles coupant orthogonalement en deux points chacun des cercles Γ, Γ' (n^{os} 3 et 5).

Cherchons, dans les deux premiers cas, les limites vers lesquelles tendent les sphères (Γ, C_1), (Γ, C_2) lorsque Δu tend vers 0. Si l'on désigne par $\bar{\mu}_1$, $\bar{\mu}_2$ les limites de μ_1, μ_2, ces sphères sont définies par les équations

$$(10) \qquad \begin{cases} \Sigma(a + \bar{\mu}_1 b)x = 0, \\ \Sigma(a + \bar{\mu}_2 b)x = 0, \end{cases}$$

(*) Soient x, y, z les coordonnées cartésiennes rectangulaires du point a et x', y', z' celles du point b. Si l'on prend pour coordonnées pentasphériques de ces points

$$x, y, z, \frac{Sx^2 - 1}{2}, i\frac{Sx^2 + 1}{2} \quad \text{et} \quad x', y', z', \frac{Sx'^2 - 1}{2}, i\frac{Sx'^2 + 1}{2},$$

on a

$$\Sigma(da)^2 = S(dx)^2, \quad \Sigma(db)^2 = S(dx')^2, \quad \Sigma(d^2a)^2 = S(d^2x)^2, \quad \Sigma(d^2b)^2 = S(d^2x')^2.$$

x', y', z' étant respectivement imaginaires conjuguées de x, y, z, $\Sigma(da)^2$ et $\Sigma(db)^2$ sont imaginaires conjuguées ainsi que $\Sigma(d^2a)^2$ et $\Sigma(d^2b)^2$. Par suite, $\Sigma(da)^2$ et $\Sigma(db)^2$ sont simultanément nulles ou $\neq 0$ et il en est de même de $\Sigma(d^2a)^2$ et $\Sigma(d^2b)^2$.

(**) On peut établir ce résultat en se servant des formules indiquées dans la note précédente. Nous le démontrerons plus bas (note du n° 14) au moyen de la méthode du pentasphère mobile.

déduites des équations (6), et l'on a, en vertu des formules (7),

$$\bar{\mu}_1 = -\bar{\mu}_2 = \frac{\sqrt{\Sigma (da)^2}}{\sqrt{\Sigma (db)^2}}, \tag{11}$$

dans le premier cas, et

$$\bar{\mu}_1 = -\bar{\mu}_2 = \frac{\sqrt{\Sigma (a^2 a)^2}}{\sqrt{\Sigma (d^2 b)^2}}, \tag{12}$$

dans le second cas.

8. Les égalités (8) donnent, par addition et soustraction,

$$(\cos V_1 + \cos V_2)\sqrt{\Sigma ab}\sqrt{\Sigma a'b'} = 2\sqrt{\Sigma ab'}\sqrt{\Sigma a'b},$$
$$(\cos V_1 - \cos V_2)\sqrt{\Sigma ab}\sqrt{\Sigma a'b'} = 2\sqrt{\Sigma aa'}\sqrt{\Sigma bb'}.$$

Si Δu tend vers 0, V_1, V_2 tendent vers 0 ; leurs parties principales $d\omega_1$, $d\omega_2$ satisfont aux égalités suivantes, déduites des précédentes,

$$\begin{cases} d\omega_2^2 + d\omega_1^2 = 2\,\dfrac{\Sigma ab\,\Sigma dadb - \Sigma adb\,\Sigma bda}{(\Sigma ab)^2}, \\ d\omega_2^2 - d\omega_1^2 = 2\,\dfrac{\sqrt{\Sigma (da)^2}\sqrt{(\Sigma db)^2}}{\Sigma ab}. \end{cases} \tag{13}$$

9. Les limites $\bar{\Omega}_1$, $\bar{\Omega}_2$ des sphères Ω_1, Ω_2 ont pour équations

$$\Sigma (a + \bar{\lambda}_1 b)x = 0, \qquad \Sigma (a + \bar{\lambda}_2 b)x = 0, \tag{14}$$

$\bar{\lambda}_1$ et $\bar{\lambda}_2$ étant les racines de l'équation

$$\Sigma ab\,\Sigma (db)^2 \lambda^2 - 2(\Sigma adb\,\Sigma bda - \Sigma ab\,\Sigma dadb)\lambda + \Sigma ab\,\Sigma (da)^2 = 0 \tag{15}$$

déduite de (3) par passage à la limite.

La limite ψ de l'angle ψ, défini par la formule (4), est donnée par l'égalité

$$\cos\psi = \frac{\Sigma\, adb\, \Sigma\, bda - \Sigma\, ab\, \Sigma\, dadb}{\Sigma\, ab\, \sqrt{\Sigma\,(da)^2}\,\sqrt{\Sigma\,(db)^2}}. \tag{16}$$

III.

10. Soit Σ une surface réelle engendrée par un cercle Γ dépendant d'un paramètre u. Nous plaçant dans le cas général, nous supposons qu'il n'y a pas de courbe à laquelle le cercle Γ soit constamment tangent.

Attachons au cercle Γ un pentasphère (*) P composé de sphères S_1, S_2, ..., S_5. Prenons pour sphères S_1, S_2 deux sphères se coupant orthogonalement suivant Γ et pour sphère S_5 la limite vers laquelle tend la sphère orthogonale à Γ et à la position Γ' de Γ qui correspond à la valeur $u + \Delta u$ du paramètre u, lorsque Δu tend vers 0. Désignons respectivement par M_1, N_1 et M_2, N_2 les points de contact des sphères S_1 et S_2 avec Σ, par U_1, U_2 les sphères qui coupent orthogonalement Γ suivant M_1, N_1 et M_2, N_2, et par A, B les intersections de S_5 et de Γ. Soient, conformément aux notations du mémoire M, ξ, η, ζ, p, q, r, λ, μ, ν, ρ les rotations du pentasphère P. Écrivons les formules qui donnent les composantes du déplacement

(*) Nous avons fait connaître la méthode du pentasphère mobile dans une Note intitulée : *Principes de Géométrie anallagmatique et de Géométrie réglée intrinsèques.* (*Comptes rendus,* séance du 5 juin 1905.) Le lecteur trouvera un exposé détaillé de cette méthode dans la Note III des *Leçons sur les systèmes orthogonaux* (2e édition) de M. Darboux et dans le mémoire intitulé *Recherches sur les systèmes triples orthogonaux* (Mémoires de la Société royale des Sciences de Liège, t. XI, 1921). Ce dernier travail avait déjà paru, en tirage à part, à la fin de 1913. Nous le désignerons dans le texte par la lettre M.

élémentaire d'un point de coordonnées relatives $x_1, x_2, \ldots, x_5$:

$$(17)\quad \begin{cases} \dot{x}_1 = \lambda x_5 + \xi x_4 + q x_3 - r x_2 + \dfrac{dx_1}{du}, \\ \dot{x}_2 = \mu x_5 + \eta x_4 + r x_1 - p x_3 + \dfrac{dx_2}{du}, \\ \dot{x}_3 = \nu x_5 + \zeta x_4 + p x_2 - q x_1 + \dfrac{dx_3}{du}, \\ \dot{x}_4 = \rho x_5 - \xi x_1 - \eta x_2 - \zeta x_3 + \dfrac{dx_4}{du}, \\ \dot{x}_5 = -\rho x_4 - \lambda x_1 - \mu x_2 - \nu x_3 + \dfrac{dx_5}{du} \end{cases}$$

Pour la concision de l'écriture, nous avons remplacé

$$\frac{\delta x_1}{du}, \ldots, \frac{\delta x_5}{du} \qquad \text{par} \qquad \dot{x}_1, \ldots, \dot{x}_5.$$

De même, nous remplacerons plus bas

$$\frac{\delta^2 x_1}{du^2}, \ldots, \frac{\delta^2 x_5}{du^2} \qquad \text{par} \qquad \ddot{x}_1, \ldots, \ddot{x}_5.$$

En vertu du choix de S_5, on a $\lambda = \mu = 0$.

Exprimons que la surface Σ n'est pas un périsphère. Toute sphère passant par Γ a une équation de la forme

$$x_4 + \varphi x_2 = 0.$$

La caractéristique de cette sphère appartient à la sphère

$$\xi x_4 + q x_3 - r x_2 + \varphi(\eta x_4 + r x_1 - p x_3) = \frac{d\varphi}{du} x_2.$$

Pour que Σ soit un périsphère, il faut et il suffit que, pour une détermination de φ convenablement choisie, cette dernière sphère passe par Γ, c'est-à-dire que l'on ait

$$\xi + \varphi\eta = 0, \quad q - \varphi p = 0$$

d'où

$$p\xi + q\eta = 0.$$

Donc, Σ n'étant pas un périsphère, on a

$$p\xi + q\eta \neq 0. \tag{18}$$

Désignons par S_A et S_B les sphères passant par Γ qui touchent Σ respectivement aux points A et B. Soient 0, 0, 1, i, 0 les coordonnées du point A et 0, 0, 1, $-i$, 0 celles du point B. Les équations des sphères S_A, S_B sont respectivement

$$x_1 + \rho_A x_2 = 0, \qquad x_1 + \rho_B x_2 = 0,$$

étant posé

$$\rho_A = \frac{q + i\xi}{p - i\eta}, \quad \rho_B = \frac{q - i\xi}{p + i\eta}. \tag{19}$$

11. Trois cas peuvent se présenter : ou bien les sphères S_A, S_B sont réelles, ou bien elles sont imaginaires conjuguées et de rayons non nuls, ou bien ce sont des cônes isotropes.

Plaçons-nous dans le premier ou dans le second cas et prenons pour sphères S_1, S_2 celles qui bissectent l'angle des sphères S_A, S_B. On a, par suite, $\rho_A + \rho_B = 0$, d'où, en vertu de (19),

$$pq - \xi\eta = 0. \tag{20}$$

Les points M_1, N_1 appartiennent à la sphère

$$\xi x_4 + q x_3 - r x_2 = 0,$$

car, pour chacun d'eux, $x_1 = 0$.

Toute sphère passant par ces points a une équation de la forme

$$\xi x_4 + q x_3 - r x_2 + \alpha x_1 + \beta x_2 = 0.$$

Pour qu'elle soit orthogonale à Γ, il faut et il suffit que l'on ait $\alpha = 0$, $\beta = r$. Donc la sphère U_1 a pour équation

$$\xi x_4 + q x_3 = 0.$$

Le même raisonnement conduira à l'équation de la sphère U_2 :

$$\tau_1 x_4 - p x_3 = 0.$$

Les sphères U_1, U_2 ont des rayons non nuls. En effet, si U_1 se réduisait à un point, on aurait $\xi^2 + q^2 = 0$ et, en vertu de (19), S_A ou S_B coïnciderait avec S_1, ce qui est impossible. On démontrera de même que U_2 ne se réduit pas à un point.

En vertu de la relation (20), les sphères U_1, U_2 sont orthogonales. Prenons-les pour sphères S_4, S_3, il viendra

$$q = 0, \qquad \tau_1 = 0.$$

Le pentasphère P est à présent complètement déterminé et l'on a

$$\lambda = \mu = q = \tau_1 = 0.$$

Dans le troisième cas, que nous allons examiner, les sphères S_1, S_2 seront simplement assujetties à la condition de se couper orthogonalement suivant Γ.

Les sphères S_A, S_B étant des cônes isotropes, on a, en vertu des égalités (19),

$$(q \pm i\xi)^2 + (p \mp i\tau_1)^2 = 0,$$

d'où

$$q^2 - \xi^2 + p^2 - \tau_1^2 = 0,$$
$$q\xi = p\tau_1.$$

On peut remplacer ces égalités par les suivantes

$$p = h\xi, \qquad q = h\tau_1, \tag{21}$$

$$(h^2 - 1)(\xi^2 + \tau_1^2) = 0, \tag{22}$$

h désignant une quantité auxiliaire.

$\xi^2 + \tau_1^2$ n'est pas nulle, car on a, en vertu des égalités (**21**),

$$p\xi + q\tau_1 = h(\xi^2 + \tau_1^2)$$

et, à cause de (**18**), le premier membre de cette égalité est $\neq 0$. L'égalité (**22**) donne donc $h^2 = 1$ et, par suite, les égalités (**21**) peuvent s'écrire

$$p = \pm\xi, \quad q = \pm\tau_1.$$

Ces dernières égalités entraînent l'égalité (**20**). Dès lors, les sphères U_1, U_2 sont orthogonales et si on les prend respectivement pour sphères S_4, S_3, on trouvera, comme plus haut, $q = 0$, $\tau_1 = 0$. On a donc, dans le cas présent, comme dans les deux premiers cas, $\lambda = \mu = q = \tau_1 = 0$ et, en outre, $p = \pm\xi$. On reconnaîtra aisément qu'il est possible de choisir S_1 de manière à avoir soit $\rho = 0$, soit $\nu = 0$.

12. Récrivons les formules (**17**) en y annulant λ, μ, q, τ_1 :

$$(23)\qquad \left\{\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \xi x_4 - r x_2 + \frac{dx_1}{du},\\
\dot{x}_2 &= r x_1 - p x_3 + \frac{dx_2}{du},\\
\dot{x}_3 &= \nu x_5 + \zeta x_4 + p x_2 + \frac{dx_3}{du},\\
\dot{x}_4 &= \rho x_5 - \xi x_1 - \zeta x_3 + \frac{dx_4}{du},\\
\dot{x}_5 &= -\rho x_4 - \nu x_3 + \frac{dx_5}{du}.
\end{aligned}\right.$$

Pour obtenir $\ddot{x}_1$, ..., $\ddot{x}_5$, il suffit de remplacer, dans les

seconds membres des égalités précédentes, $x_1, \ldots, x_5$ par $\dot{x}_1, \ldots, \dot{x}_5$ (Mémoire M, p. 85, n° 15). On a donc

$$(24)\qquad \left\{\begin{aligned}
\ddot{x}_1 &= \xi\dot{x}_4 - r\dot{x}_2 + \frac{d\dot{x}_1}{du},\\
\ddot{x}_2 &= r\dot{x}_1 - p\dot{x}_3 + \frac{d\dot{x}_2}{du},\\
\ddot{x}_3 &= \nu\dot{x}_5 + \zeta\dot{x}_4 + p\dot{x}_2 + \frac{d\dot{x}_3}{du},\\
\ddot{x}_4 &= \rho\dot{x}_5 - \xi\dot{x}_1 - \zeta\dot{x}_3 + \frac{d\dot{x}_4}{du},\\
\ddot{x}_5 &= -\rho\dot{x}_4 - \nu\dot{x}_3 + \frac{d\dot{x}_5}{du}.
\end{aligned}\right.$$

IV.

13. Soient $a_1, a_2, \ldots, a_5$; $b_1, b_2, \ldots, b_5$ les coordonnées relatives des foyers a, b de Γ. On peut poser

$$a_1 = 1, \quad a_2 = i, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 0, \quad a_5 = 0.$$

Les formules (23) et (24) donnent

$$\begin{aligned}
\dot{a}_1 &= -ri, & \ddot{a}_1 &= -\xi^2 - r^2 - i\frac{dr}{du},\\
\dot{a}_2 &= r, & \ddot{a}_2 &= -r^2 i - p^2 i + \frac{dr}{du},\\
\dot{a}_3 &= pi, & \ddot{a}_3 &= -\zeta\xi + pr + i\frac{pd}{du},\\
\dot{a}_4 &= -\xi, & \ddot{a}_4 &= \xi ri - \zeta pi - \frac{d\xi}{du},\\
\dot{a}_5 &= 0; & \ddot{a}_5 &= \rho\xi - \nu pi.
\end{aligned}$$

En remplaçant, dans les formules précédentes, i par $-i$, on obtiendra les valeurs des b_k, des $\dot{b}_k$ et des $\ddot{b}_k$ ($k = 1, 2, \ldots, 5$).

De toutes ces formules, on déduit

$$(25)\quad \sum ab = 2,\ \sum a\dot{b} = 2r^2 + p^2 + \xi^2,\ \sum \dot{a}\dot{b} = -2ri,\ \sum a\ddot{b} = 2ri,$$

$$(26)\quad \sum \dot{a}^2 = \sum \dot{b}^2 = \xi^2 - p^2,$$

et, si $p^2 = \xi^2$,

$$(27)\quad \sum \ddot{a}^2 = (\rho \pm \nu i)^2 \xi^2, \qquad \sum \ddot{b}^2 = (\rho \mp \nu i)^2 \xi^2.$$

Les formules (26) montrent que, si $p = \pm \xi$, les foyers du cercle Γ décrivent des lignes minima.

Si p^2 est $\neq \xi^2$, les formules (26) donnent

$$(28)\quad \sqrt{\Sigma \dot{a}^2} = \pm \sqrt{\xi^2 - p^2}, \qquad \sqrt{\Sigma \dot{b}^2} = \pm \sqrt{\xi^2 - p^2}.$$

Aux seconds membres, les signes + et — ne se correspondent pas nécessairement; mais, pour un motif qui sera indiqué dans la deuxième note du n° 14, nous les ferons se correspondre.

14. M. Vessiot a attaché au cercle Γ un pentasphère Π défini comme il suit. Les sphères qui le composent étant désignées par $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_5$ et les notations des n^{os} 5 et 7 étant conservées, Σ_1, Σ_2 sont les limites des sphères (Γ, C_1), (Γ, C_2), Δu tendant vers 0; Σ_4, Σ_3 coupent orthogonalement Γ aux points où les sphères Σ_1, Σ_2 touchent la surface Σ; enfin, Σ_5 est la limite de la sphère orthogonale aux cercles Γ, Γ'.

Dans le troisième cas (n° 7), la définition du pentasphère Π est dépourvue de sens. Alors, en effet, il ne peut être question des sphères (Γ, C_1), (Γ, C_2), attendu qu'il y a une infinité de

cercles coupant orthogonalement chacun en deux points les cercles Γ, Γ' (*).

Dans les deux premiers cas (n° 7), le pentasphère II est déterminé. En se reportant aux équations (10), on reconnaît que les équations de Σ_1 et de Σ_2 sont respectivement

$$(29)\qquad \begin{cases} (1+\bar{\mu}_1)x_1 + i(1-\bar{\mu}_1)x_2 = 0 \\ (1+\bar{\mu}_2)x_1 + i(1-\bar{\mu}_2)x_2 = 0. \end{cases}$$

Dans le premier cas, les formules (11) donnent, en tenant compte des égalités (28), $\overline{\mu_1} = 1$, $\overline{\mu_2} = -1$ et, par suite, les équations (29) se réduisent aux suivantes : $x_1 = 0$, $x_2 = 0$. Les sphères Σ_1, Σ_2 coïncident donc respectivement avec les sphères S_1, S_2 (**). On déduit de là que le pentasphère II est identique au pentasphère P.

Dans le second cas, on a, en vertu de (26), $\xi^2 = p^2$ et, par suite, le pentasphère P est indéterminé; mais on peut le choisir de manière qu'il coïncide avec II, ce qui aura lieu si S_1 coïncide avec Σ_1 ou avec Σ_2. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que la valeur (12) de $\bar{\mu}_1$ soit égale à ± 1, condition qui entraîne, en vertu de (27), soit $\nu = 0$, soit $\rho = 0$.

15. Si l'on tient compte des formules du n° 13, les égalités (13) donnent

$$(30)\qquad d\omega_1 = p\,du, \qquad d\omega_2 = \xi\,du;$$

(*) Démontrons, au moyen des formules (26) et (27), que, si les égalités (9) ont lieu, les foyers du cercle Γ décrivent des droites isotropes. Si l'on tient compte de (26), les deux premières égalités (9) entraînent $p^2 = \xi^2$. Par suite, les égalités (27) ont lieu et l'on en déduit, en se servant des deux dernières égalités (9), $\rho = 0$, $\nu = 0$. Ces égalités, jointes aux suivantes : $\lambda = 0$, $\mu = 0$, montrent que la sphère S_5 est fixe. Les foyers du cercle Γ décrivent dès lors des droites isotropes, car leurs lieux sont des lignes minima tracées sur cette sphère.

(**) C'est pour que S_1 coïncide avec Σ_1, et non avec Σ_2, que nous avons pris, aux seconds membres des égalités (28), les radicaux avec le même signe.

les équations (14) des sphères $\bar{\Omega}_1$, $\bar{\Omega}_2$ s'écrivent

$$(1+\bar{\lambda}_1)x_1 + i(1-\bar{\lambda}_1)x_2 = 0,$$
$$(1+\bar{\lambda}_2)x_1 + i(1-\bar{\lambda}_2)x_2 = 0,$$

et l'équation (15) devient

$$\lambda^2 - 2\frac{p^2+\xi^2}{p^2-\xi^2}\lambda + 1 = 0.$$

On déduit de la dernière équation

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{p-\xi}{p+\xi}, \qquad \bar{\lambda}_2 = \frac{p+\xi}{p-\xi}.$$

Par suite, les équations définitives des sphères $\bar{\Omega}_1$, $\bar{\Omega}_2$ sont

$$x_1 + i\frac{\xi}{p}x_2 = 0, \qquad x_1 - i\frac{\xi}{p}x_2 = 0.$$

Ces sphères coïncident avec les sphères S_A, S_B. En effet, les formules (19), où l'on fera $q = r_1 = 0$, donnent

$$\rho_A = i\frac{\xi}{p}, \qquad \rho_B = -i\frac{\xi}{p}$$

et, par suite, les équations des sphères S_A, S_B coïncident avec celles des sphères $\bar{\Omega}_1$, $\bar{\Omega}_2$, C. Q. F. D.

Nous avons désigné par ψ l'angle des sphères $\bar{\Omega}_1$, $\bar{\Omega}_2$ (n° 9) ; donc, en vertu de la définition de la sphère S_1 (n° 11, premier ou deuxième cas), S_A fait avec S_1 un angle égal à $\frac{\psi}{2}$. Eu égard à l'équation de S_A, on a $\operatorname{tg}\frac{\psi}{2} = \rho_A$. Si l'on remplace, dans cette égalité, ρ_A par sa valeur, il vient

$$\operatorname{tg}\frac{\psi}{2} = i\frac{\xi}{p}, \tag{31}$$

résultat d'accord avec celui que fournit l'égalité (16) (*).

(*) Les formules (30) et (31) donnent

$$\operatorname{tg}\frac{\psi}{2} = i\frac{d\omega_2}{d\omega_1}.$$

Cette propriété est une conséquence immédiate des égalités (13) et (16).

V.

16. Les coordonnées x_1, x_2, ..., x_5 de tout point M de Γ peuvent s'exprimer comme il suit :

$$(32) \qquad x_1 = 0, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = i(1 + t^2), \quad x_4 = 1 - t^2, \quad x_5 = 2t.$$

Si 1, 0, ∞ sont respectivement les paramètres des points M, A, B, t a pour valeur (MM_1AB).

Soit

$$\cos\theta \,.\, x_4 - \sin\theta \,.\, x_2 = 0$$

l'équation de la sphère S qui passe par Γ et touche Σ en M. θ est l'angle de S et S_1. Si M décrit une courbe non tangente à Γ, la caractéristique de S appartient à la sphère définie par l'équation

$$\cos\theta\,(\xi x_4 - r x_2) - \sin\theta\,(r x_1 - p x_3) = -(\sin\theta \,.\, x_1 + \cos\theta \,.\, x_2)\,\frac{d\theta}{du}.$$

Cette caractéristique coupe Γ aux points de contact de S avec la surface. Les coordonnées de ces points satisfont à l'équation

$$(33) \qquad \cos\theta \,.\, \xi x_4 + \sin\theta \,.\, p x_3 = 0$$

obtenue en faisant, dans la précédente, $x_1 = x_2 = 0$.

Remplaçons, dans (33), x_3 et x_4 par leurs valeurs (32), il viendra

$$(34) \qquad \operatorname{tg}\theta = i\,\frac{\xi}{p}\cdot\frac{1 - t^2}{1 + t^2}.$$

Cette équation donne θ en fonction du paramètre t du point M. Elle montre que le paramètre du second point de contact N de S et de Σ est égal à $-t$. Par suite, en vertu de la cinquième égalité (32), les points M et N sont inverses par rapport à S_5.

17. L'équation (33) est celle d'une sphère qui coupe orthogonalement Γ aux points M et N. Cette sphère passe visiblement par le cercle dont A, B sont les foyers. L'angle φ qu'elle fait avec S_4 est donné par l'égalité

$$\cos\varphi = \frac{\xi\cos\theta}{\sqrt{\xi^2\cos^2\theta + p^2\sin^2\theta}}$$

de laquelle on déduit

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\xi}{p}\operatorname{tg}\varphi. \tag{35}$$

Nous avons obtenu cette formule en 1917. Elle a été signalée par M. Vessiot qui a fait connaître en outre une interprétation géométrique du coefficient $\frac{\xi}{p}$. Celle-ci résulte des égalités (30) qui donnent

$$\frac{\xi}{p} = \frac{d\omega_2}{d\omega_1}\ (*). \tag{36}$$

La formule (35) peut donc s'écrire

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d\omega_2}{d\omega_1}\operatorname{tg}\varphi. \tag{37}$$

18. Pour approfondir l'étude des surfaces cerclées, il convient de distinguer deux cas.

Premier cas : *Les points* A *et* B *sont imaginaires conjugués.* Alors la sphère S_5 est imaginaire et les points M_1, N_1, M_2, N_2 sont réels. M_1 étant réel, pour tout point M réel, t est imagi-

(*) L'interprétation géométrique des rotations d'un pentasphère (Mémoire M, p. 82, n° 14) fournit une autre interprétation géométrique du coefficient $\frac{\xi}{p}$.

naire et de module égal à 1. Si l'on pose $t = e^{i\frac{\Delta}{R}}$, iR désignant le rayon de S_5, la formule (34) devient

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\xi}{p}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{R}. \tag{38}$$

Soient P_1, P les intersections de la droite AB et des droites M_1N_1, MN. Δ est égal au segment PP_1 évalué dans la métrique non-euclidienne dont S_5 est la sphère fondamentale.

θ et $\frac{\Delta}{R}$ sont réels; par suite, en vertu de (38), $\frac{\xi}{p}$ est réel. Si l'on remplace, dans cette égalité, $\frac{\xi}{p}$ par sa valeur (36), il vient

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d\omega_2}{d\omega_1}\operatorname{tg}\frac{\Delta}{R}. \tag{39}$$

Dans le cas présent, la formule (37) ne contient que des éléments réels.

Si l'on a $\xi = \pm p$, les formules (35) et (38) entrainent les suivantes

$$\theta = \pm\varphi = \pm\frac{\Delta}{R}. \tag{40}$$

Deuxième cas : *Les points* A *et* B *sont réels*. Alors la sphère S_5 est réelle. Soit R son rayon. Un des couples (M_1, N_1), (M_2, N_2) est réel, l'autre est imaginaire. Supposons que le couple (M_1, N_1) soit réel et que M_1 appartienne à la partie de Γ extérieure à S_5. Si M appartient à la même partie de Γ, t est réel et positif. Posons $t = e^{\frac{\Delta}{R}}$, la formule (34) s'écrira

$$\operatorname{tg}\theta = -i\frac{\xi}{p}\operatorname{th}\frac{\Delta}{R}. \tag{41}$$

Δ a la même signification géométrique que dans le premier cas.

θ et $\frac{\Delta}{R}$ sont réels; par suite, en vertu de (41), $\frac{\xi}{p}$ est purement imaginaire et l'angle ψ défini par l'égalité (31) est réel. Si l'on tient compte de cette égalité, la relation (41) s'écrit

$$\text{(42)} \qquad \operatorname{tg}\theta = -\operatorname{tg}\frac{\psi}{2}\operatorname{th}\frac{\Delta}{R}.$$

Si l'on ne veut considérer que des éléments réels, la formule (37) ne peut être employée dans le cas présent. En effet, θ étant réel et $\frac{d\omega_2}{d\omega_1}$ imaginaire [en vertu de (36)], l'angle φ est purement imaginaire, ce qu'on établit d'ailleurs aisément par la géométrie (*).

VI.

19. M. Vessiot a pris, pour définir la position du cercle Γ, la quantité σ qui satisfait à l'égalité

$$d\sigma^2 = d\omega_1^2 + d\omega_2^2.$$

(*) Désignons par D la transformation de M. Darboux qui permet de passer de la géométrie euclidienne à la géométrie non-euclidienne et dont S_5 est la sphère lieu des points doubles. Au moyen de cette transformation, on peut rattacher comme il suit, de deux manières différentes, la variation de la sphère S à la variation du plan tangent à une surface réglée non-euclidienne en un point mobile d'une génératrice rectiligne.

I. Soient A', B' les positions des points A, B qui répondent à la valeur $u + \Delta u$ du paramètre u, et A_1, B_1 les points qui correspondent à A', B' dans la transformation D. Si Δu varie, la droite A_1B_1 engendre une surface R_1 contenant la droite AB. *Le plan tangent à* R_1 *en* P *correspond à la sphère* S *dans la transformation* D.

II. Désignons par A_2, B_2 les intersections de Γ' avec S_5. Si Δu varie, la droite A_2B_2 engendre une surface R_2 contenant la droite AB. *Le plan tangent à* R_2 *en* P *correspond à la sphère* S *dans la transformation* D.

Les deux propriétés précédentes entrainent évidemment la suivante: *les surfaces* R_1, R_2 *se raccordent suivant la génératrice* AB.

Si la sphère S_5 est fixe, les surfaces R_1, R_2 coïncident avec la surface R lieu de AB. Dans ce cas, la surface R correspond à la surface Σ dans la transformation D et les formules (39) et (42) conduisent aux lois de variation du plan tangent en un point mobile d'une génératrice rectiligne d'une surface réglée en géométrie non-euclidienne, elliptique ou hyperbolique.

Ce choix de la variable indépendante n'est pas légitime si le second membre de cette égalite est nul, c'est à dire si l'on a, en vertu de (36) et de (31), $\psi = \pm \frac{\pi}{2}$. Nous appellerons surfaces H les surfaces jouissant de cette propriété. En vertu de (16), ces surfaces sont définies par l'équation

$$\Sigma\, adb\, \Sigma\, bda - \Sigma\, ab\, \Sigma\, dadb = 0. \tag{43}$$

Nous allons montrer qu'on peut les déterminer en effectuant trois quadratures.

20. Soient x, y, z et x', y', z' les coordonnées des points a et b. Posons

$$a_1, a_2, \ldots, c_5 = x, y, z, \quad \frac{Sx^2 - 1}{2}, \quad i\frac{Sx^2 + 1}{2};$$

$$b_1, b_2, \ldots, b_5 = x', y', z', \quad \frac{Sx'^2 - 1}{2}, \quad i\frac{Sx'^2 + 1}{2}.$$

Si l'on porte les valeurs des a et des b dans (43), il vient

$$S(x - x')\,dx' \,.\, S(x' - x)\,dx + \frac{1}{2} S(x - x')^2 \,.\, Sdxdx' = 0. \tag{44}$$

Soit $Oxyz$ un trièdre trirectangle dont le sommet O et l'arête Oz coïncident respectivement avec le centre et l'axe du cercle Γ. Désignons, suivant l'usage, par ξ, η, ζ, p, q, r ses translations et ses rotations.

Soient x, y, z et x', y', z' les coordonnées relatives des points a et b, et R le rayon de Γ. On a, en vertu de la relation (44),

$$S(x - x')\delta x' \,.\, S(x' - x)\delta x + \frac{1}{2} S(x - x')^2 \,.\, S\delta x\delta x' = 0,$$

δx, δy, δz; $\delta x'$, $\delta y'$, $\delta z'$ désignant les composantes des déplacements élémentaires absolus des points a, b suivant les axes du

trièdre $Oxyz$. Or $x = y = x' = y' = 0$. Donc la relation précédente se réduit à

$$\delta x \delta x' + \delta y \delta y' - \delta z \delta z' = 0. \tag{45}$$

On a d'ailleurs

$$\frac{\delta x}{du} = \xi + q\mathrm{R}i, \qquad \frac{\delta x'}{du} = \xi - q\mathrm{R}i,$$

$$\frac{\delta y}{du} = \eta - p\mathrm{R}i, \qquad \frac{\delta y'}{du} = \eta + p\mathrm{R}i,$$

$$\frac{\delta z}{du} = \zeta + i\frac{d\mathrm{R}}{du}; \qquad \frac{\delta z'}{du} = \zeta - i\frac{d\mathrm{R}}{du}.$$

Si l'on tient compte de ces égalités, la relation (45) devient

$$\left(\frac{d\mathrm{R}}{du}\right)^2 = \xi^2 + \eta^2 - \zeta^2 + (p^2 + q^2)\,\mathrm{R}^2, \tag{46}$$

Soient ω l'angle de Oz et de la tangente à la trajectoire du point O, s l'axe de cette trajectoire, σ l'arc de l'indicatrice sphérique de la surface engendrée par Oz. On a

$$\xi^2 + \eta^2 = \left(\frac{ds}{du}\right)^2 \sin^2\omega, \quad \zeta^2 = \left(\frac{ds}{du}\right)^2 \cos^2\omega, \quad \left(\frac{d\sigma}{du}\right)^2 = p^2 + q^2. \tag{47}$$

Par suite, l'égalité (46) peut s'écrire

$$\left(\frac{d\mathrm{R}}{d\sigma}\right)^2 - \mathrm{R}^2 = -\left(\frac{ds}{d\sigma}\right)^2 \cos 2\omega. \tag{48}$$

Si l'on se donne l'orientation du trièdre $Oxyz$ et les quantités ξ, η, R, la somme $p^2 + q^2$ pourra être calculée au moyen de la troisième des égalités (47); l'équation (46) donnera ensuite ζ. Les translations ξ, η, ζ étant connues, il suffira d'effectuer trois quadratures pour obtenir les coordonnées du point O et, par suite, la surface H la plus générale.

Si l'on se donne la surface lieu de l'axe du cercle Γ et la trajectoire du point O, il faudra, pour déterminer R, intégrer l'équation (48).

21. On peut rattacher aux courbes à torsion constante une famille de surfaces H. Posons

$$\eta = \zeta = q = 0 \tag{49}$$

et supposons R constant; l'équation (46) se réduira à la suivante

$$R = i\frac{\xi}{p}.$$

A cause des égalités (49), $Oxyz$ est le trièdre principal de la courbe lieu du point O. Le rayon de torsion τ de cette courbe est donné par la formule

$$\tau = \frac{\xi}{p}.$$

Des deux égalités précédentes, on déduit

$$R = i\tau.$$

R étant constant, τ est constant. Donc, *si, dans le plan osculateur en un point variable* O *d'une courbe à torsion constante* $\frac{1}{\tau}$, *on décrit, du point* O *comme centre, un cercle de rayon égal à* $i\tau$, *la surface engendrée par ce cercle sera* H.

22. Indiquons une relation entre la théorie des surfaces H et la déformation des surfaces réglées avec conservation des génératrices rectilignes. z désignant la cote d'un point de l'axe Oz, l'élément linéaire de la surface lieu de Oz est donné par l'égalité

$$ds^2 = dz^2 + 2\zeta du dz + [\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + 2(\xi q - \eta p)z + (p^2 + q^2)z^2]du^2.$$

Si l'on déforme la surface de manière que les génératrices rectilignes soient conservées, ζ, $\xi^2 + \tau_i^2$, $\xi q - \tau_i p$, $p^2 + q^2$ conserveront leurs valeurs et, par suite, l'équation (46), considérée comme déterminant R, ne changera pas. Dès lors, le cercle Γ, entraîné par le trièdre $Oxyz$ dans cette déformation, ne cessera pas d'engendrer une surface H.

23. L'équation (45) admet deux interprétations géométriques.

1° Elle exprime que les droites menées par O, parallèlement aux tangentes aux trajectoires des points a et b, sont conjuguées par rapport au cône qui, rapporté au trièdre $Oxyz$, a pour équation

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0.$$

2° Désignons par φ et φ' les angles que les tangentes aux trajectoires des points a et b font avec Oz et par θ l'angle de ces trajectoires. Ces angles sont liés par la relation

$$\cos\theta = 2\cos\varphi\cos\varphi'. \tag{50}$$

24. Indiquons encore une propriété des surfaces H. Portons sur Oz deux segments OA, OA' égaux à R. X, Y, Z et X', Y', Z' désignant les coordonnées des points A et A', on a

$$\delta X^2 + \delta Y^2 - \delta Z^2 + \delta X'^2 + \delta Y'^2 - \delta Z'^2 = 0. \tag{51}$$

On a, en effet, $X = Y = 0$, $Z = R$, $X' = Y' = 0$, $Z' = -R$; d'où

$$\frac{\delta X}{du} = \xi + qR, \qquad \frac{\delta X'}{du} = \xi - qR,$$

$$\frac{\delta Y}{du} = \tau_i - pR, \qquad \frac{\delta Y'}{du} = \tau_i + pR,$$

$$\frac{\delta Z}{du} = \zeta + \frac{dR}{du}, \qquad \frac{\delta Z'}{du} = \zeta - \frac{dR}{du}.$$

Si l'on tient compte de ces égalités, la relation (51) se réduit à l'égalité (46), ce qui démontre le théorème. L'égalité (51) peut s'écrire

$$dS^2 \cos 2\alpha + dS'^2 \cos 2\alpha' = 0, \tag{52}$$

α, α' désignant les angles que Oz fait avec les tangentes aux trajectoires des points A, A' et S, S' les arcs de ces trajectoires.

La relation (52) fournit une seconde démonstration du théorème établi au n° 22.

25. Déterminons enfin, parmi les surfaces H, celles qui sont engendrées par un cercle orthogonal à une sphère fixe. Conformément aux notations précédentes, nous désignerons par S_5 la sphère fixe et par A, B les intersections de cette sphère et du cercle générateur Γ.

Les sphères S_A, S_B passant par Γ et respectivement tangentes aux trajectoires des points A et B ont pour traces sur S_5 les cercles C_A, C_B qui passent par les points A et B et touchent respectivement en A et en B les trajectoires (A) et (B) de ces points. Ces sphères étant orthogonales, par hypothèse, il en est de même des cercles C_A, C_B. De là résulte la génération suivante des surfaces cherchées : on tracera sur S_5 une ligne quelconque (B); puis, par un point variable B de (B), on mènera un cercle tracé sur S_5 et orthogonal à (B) en B. Si A est un des points caractéristiques de ce cercle, le cercle coupant orthogonalement S_5 en A et en B engendrera la surface H la plus générale répondant à la question.

26. On pourrait prendre, pour définir la position du cercle Γ, la quantité τ définie par l'égalité

$$d\tau^2 = d\omega_1^2 - d\omega_2^2.$$

Ce choix de la variable indépendante n'est illégitime que pour les surfaces dont nous nous occupons dans le paragraphe suivant.

VII.

27. Nous avons rencontré plus haut (n° 7, 2e cas; n° 11, 3e cas) les surfaces cerclées pour lesquelles les foyers a, b du cercle générateur décrivent des courbes minima. Montrons qu'on peut les définir par des formules ne contenant aucun signe d'intégration.

x, y, z et x', y', z' désignant les coordonnées cartésiennes rectangulaires des points a et b, posons

$$\begin{aligned} x &= x_1 + ix_4, & x' &= x_1 - ix_4, \\ y &= x_2 + ix_5, & y' &= x_2 - ix_5, \\ z &= x_3 + ix_6, & z' &= x_3 - ix_6. \end{aligned}$$

Exprimons que les trajectoires des points a et b sont des lignes de longueur nulle, il viendra

$$\begin{aligned} dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 &= dx_4^2 + dx_5^2 + dx_6^2, \\ dx_1 dx_4 + dx_2 dx_5 + dx_3 dx_6 &= 0. \end{aligned}$$

Tout revient à exprimer x_1, x_2, ..., x_6 par des formules ne contenant aucun signe d'intégration. Ce problème est un cas particulier du suivant :

Exprimer, de la manière la plus générale, par des formules ne contenant aucun signe d'intégration, n fonctions x_1, x_2, ..., x_n d'une variable satisfaisant aux p équations $(p < n - 1)$

$$(53) \qquad \begin{cases} f_1(dx_1, dx_2, ..., dx_n) = 0, \\ f_2(dx_1, dx_2, ..., dx_n) = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_p(dx_1, dx_2, ..., dx_n) = 0, \end{cases}$$

où $f_1, f_2, \ldots, f_p$ désignent des fonctions homogènes des différentielles $dx_1, dx_2, \ldots, dx_n$.

Ce problème a été résolu par M. Darboux (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, année 1887) dans le cas où $p = 1$. Il est facile d'étendre au cas général la méthode de l'illustre géomètre. Pour intégrer le système (53), on prendra arbitrairement $n - 1$ fonctions $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ d'une variable, assujetties à vérifier le système

$$\begin{aligned} &f_1(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, 1) = 0, \\ &f_2(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, 1) = 0, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &f_p(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, 1) = 0; \end{aligned}$$

puis on déterminera, par des formules ne contenant aucun signe d'intégration, $n - 1$ fonctions $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$ satisfaisant aux relations

$$\frac{db_1}{da_1} = \frac{db_2}{da_2} = \cdots = \frac{db_n}{da_n},$$

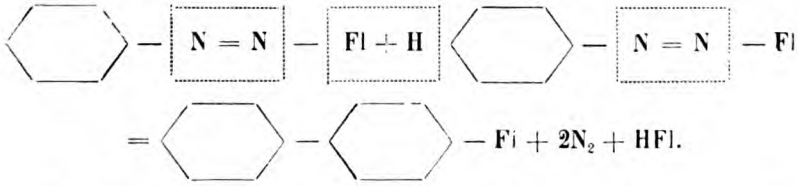
problème résolu par M. Darboux. Cela posé, x_n sera égal à $\frac{db_i}{da_i}$ et $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ seront données par les équations

$$\begin{aligned} &a_1 x_n - x_1 = b_1, \\ &a_2 x_n - x_2 = b_2, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ &a_{n-1} x_n - x_{n-1} = b_{n-1}. \end{aligned}$$

CHIMIE. — **Sur quelques dérivés fluorés du diphényle** (1),

par THÉO VAN HOVE, répétiteur à l'Université de Gand.

Au cours de l'année 1914, ayant été amené à préparer des quantités assez importantes de fluorbenzène par diazotation en milieu fluorhydrique de l'aniline, j'avais, lors de la rectification du fluorbenzène, observé l'existence dans les queues de distillation d'un produit à point d'ébullition voisin de 260°. Celui-ci, obtenu d'ailleurs en petite quantité seulement, fut soumis à analyse et fut trouvé être un fluordiphényle, sa formation pouvant s'expliquer par la condensation de deux molécules de fluorure de diazobenzène :



J'eus alors l'idée de préparer ce fluordiphényle, et éventuellement ses isomères, en quantités plus importantes, afin d'en faire l'étude un peu complète.

Ce travail, commencé au cours de l'été 1914, fut arrêté au début d'août par suite de la mobilisation. Brusquement arraché à mes travaux, je n'eus guère le temps de mettre en sûreté les quelques produits que j'avais déjà pu isoler, et, lorsqu'en 1919 je pus revenir à mon laboratoire, je ne retrouvai plus trace de mes essais antérieurs : produits et même mes notes de laboratoire avaient disparu. Je me vis donc dans l'obligation de recommencer entièrement le travail, ce que je ne pus d'ailleurs

(*) Présenté par M. F. Swarts.

faire qu'au cours de l'année 1920, étant données les difficultés que j'eus à me procurer jusqu'alors les matières premières indispensables.

Préparation du diphényle.

N'ayant pu me procurer dans le commerce le diphényle nécessaire à mes recherches, je l'ai préparé par synthèse pyrogénée aux dépens du benzène. J'ai suivi assez exactement la méthode décrite par Lacoste et Sorger (*), consistant à faire passer la vapeur de benzène à travers un tube en fer chauffé au rouge. L'appareil a été disposé de la façon suivante : un tube de fer de 25 millimètres de diamètre intérieur est muni à l'une de ses extrémités d'une rallonge cylindrique assez large, également en fer, et munie de deux tubulures, l'une axiale, servant au débourrage éventuel du tube pendant l'opération, l'autre perpendiculaire à la génératrice du cylindre, par où s'échappaient les produits de la pyrogénation. Ceux-ci, condensés, font retour au ballon générateur de vapeur de benzène. L'appareil peut ainsi fonctionner de façon continue et presque sans surveillance. En une huitaine de jours, je pus me procurer près de 1 kilogramme de diphényle.

L'extraction du diphényle de sa solution benzénique est des plus facile. Il suffit de distiller jusqu'à ce que le thermomètre arrive à 200°. Par refroidissement on obtient une masse dure, jaune verdâtre, qui est du diphényle presque pur. La purification peut se faire, soit par entraînement à la vapeur d'eau, soit par simple distillation. Les deux procédés conduisent à l'obtention d'un produit incolore, qu'une seule cristallisation de l'alcool bouillant amène à un état de pureté presque parfait. Du premier jet j'obtins ainsi du diphényle fondant exactement à 70°5.

(*) Lacoste et Sorger, *Ann.*, n° 230, p. 5.

Nitration du diphényle.

La nitration du diphényle a été faite en employant la méthode décrite par Hübner (*), mais en opérant toutefois avec une quantité bien moindre d'acide acétique glacial comme dissolvant du diphényle.

J'ai constaté que la nitration se fait très régulièrement en délayant le diphényle dans son poids d'acide acétique et en faisant ensuite arriver lentement de l'acide nitrique de densité 1.5 (environ deux molécules pour une molécule de diphényle) dans la solution refroidie au bain d'eau. Le produit de la réaction est abandonné pendant quelques heures à la température du laboratoire, puis chauffé quelques minutes au bain-marie. Par refroidissement complet se séparent des cristaux en aiguilles, de couleur jaune clair, qui ont pu être très aisément séparés de leurs eaux mères par essorage sur plaque filtrante. Ces cristaux, lavés à l'eau d'abord, puis au carbonate de soude, se purifient par cristallisation de l'alcool, où ils sont assez solubles à chaud, pratiquement insolubles à froid. On obtient ainsi très facilement un produit très pur en petites aiguilles presque incolores et fondant d'une façon absolument nette à 113°, point de fusion du paranitrodiphényle.

La solution acétique et nitrique recueillie à l'essorage du paranitrodiphényle a été précipitée par l'eau et a fourni ainsi une huile se figeant en partie après quelque temps. Par essorage du produit semi-liquide et lavage à l'eau tiède, on peut encore isoler une nouvelle quantité de paradérivé. La partie restée liquide, après avoir été soigneusement lavée à l'eau, puis au carbonate de soude, fut dissoute dans l'éther, afin de séparer le nitrodiphényle soluble dans ce dissolvant d'avec un produit

(*) Hübner, *Über anhydroverbindungen.* (Ann., n° 209, pp. 341-342.)

fortement coloré en rouge qui s'était formé lors de l'addition de carbonate et qui est insoluble dans l'éther. La solution éthérée, après filtration, a été évaporée et le résidu d'évaporation, huile légèrement colorée en jaune, a été soumis à la distillation sous pression réduite. Sous 30 millimètres, le produit commence à bouillir vers 170-175°; il passe à ce moment un peu de diphényle ayant échappé à la nitration. Le thermomètre monte ensuite rapidement pour se fixer à 200-201°, tandis qu'il distille un liquide visqueux jaune pâle. A la fin de la distillation, la température monte à 205°; le résidu, peu important, est essentiellement formé de paranitrodiphényle, fondant à 113° après décoloration par le noir animal et cristallisation de l'alcool. Le produit distillant à 200-201° fut dissous dans l'alcool chaud, où il est relativement très soluble. Le refroidissement de la solution amène la cristallisation en gros prismes tabulaires de l'orthonitrodiphényle décrit par Hübner (*) et par Schultz, Schmidt et Strasser (**), et fondant à 37°.

Le rendement de la nitration est relativement bon. Une première nitration faite sur 310 grammes, soit deux molécules de diphényle, m'a fourni 200 grammes de paranitro- et 97 grammes d'orthonitrodiphényle. Une seconde opération, exécutée sur 500 grammes, a fourni 350 grammes de para- et 195 grammes d'orthodérivé. Dans chacune des deux opérations j'ai retrouvé une portion plus ou moins importante de diphényle inaltéré.

J'ai trouvé que la méthode de séparation de l'orthodérivé par distillation fractionnée sous pression réduite, étant donné que je disposais de quantités assez importantes, était plus avantageuse et surtout plus expéditive que celle décrite par Hübner, consistant en une série de cristallisations fractionnées de l'alcool et triage des cristaux obtenus.

(*) Hübner, *loc. cit.*

(**) Schultz, Schmidt et Strasser, *Uber diphenylbasen.* (Ann., n° 207, pp. 352-353.)

Aminodiphényles.

Les deux nitrodiphényles ont été réduits par l'étain et l'acide chlorhydrique. L'addition d'un peu d'alcool favorise la dissolution du nitrodérivé et, par conséquent, aussi sa réduction. Lors de la transformation du paranitrodiphényle en amine, il se fait un chlorostannate presque totalement insoluble, qui a pu être séparé facilement de la solution mère par essorage. Ce chlorostannate, délayé dans de l'eau, a été traité par de la soude caustique concentrée; il se sépara ainsi une huile jaunâtre dont la majeure partie put être décantée, le reste extrait par l'éther. La solution éthérée de l'amine, après dessiccation par du sulfate de soude anhydre, fut évaporée et le résidu soumis à une distillation sous pression réduite. L'amine distille entièrement entre 210 et 212° sous une pression de 25 millimètres. Son point de fusion a été trouvé égal à 48°7, c'est-à-dire conforme à celui du produit décrit par Hübner (*). Le rendement de la transformation en amine atteint 92-93 %; 300 grammes de paranitrodiphényle m'ont, en effet, donné 235 grammes de paramidodiphényle pur.

La réduction de l'orthonitrodiphényle se fait tout aussi facilement et avec un rendement tout aussi bon que celle du paradérivé. Toutefois le chlorostannate de l'amine est beaucoup plus soluble et celui-ci n'a pas été isolé avant de le traiter par la soude caustique. L'amine, mise en liberté, a été extraite par l'éther, la solution éthérée desséchée et évaporée et le résidu distillé dans le vide. Sous 30 millimètres l'orthoaminodiphényle distille entre 189 et 191°. Son point de fusion est 44°. 200 grammes de nitrodérivé m'ont fourni 150 grammes de produit pur, absolument incolore, alors que l'amine décrite par Hübner est légèrement colorée en jaune orangé.

Ces deux amines m'ont servi de point de départ à la préparation des deux fluordiphényles correspondants.

(*) Hübner, *loc. cit.*

Parafluordiphényle.

Dans un premier essai, une demi-molécule, soit 85 grammes de paraminodiphényle, pulvérisé au préalable, ont été projetés dans 500 grammes d'acide fluorhydrique concentré, contenu dans un ballon en platine d'une capacité de 2 litres. Il s'est formé ainsi une bouillie de fluorhydrate très peu soluble, surtout à froid, ce qui rend l'opération de diazotation assez pénible au début. Il faut, pour empêcher le dégagement de vapeurs nitreuses, faire arriver lentement la solution à 50 % de nitrite de sodium par un tube en caoutchouc dont l'extrémité inférieure plonge dans la bouillie de fluorhydrate. Dans ces conditions la diazotation s'opère régulièrement, si l'on a soin toutefois de maintenir la température au-dessous de 5°. Au début cependant on constate la production d'une coloration bleue très intense qui disparaît peu à peu à mesure que le fluorhydrate se dissout. Finalement, tout le nitrite étant introduit, le liquide est coloré en jaune-brun.

La solution du diazoïque a été décomposée en chauffant directement le ballon qui la contenait, prenant toutefois la précaution de couvrir le col d'une capsule en argent remplie d'eau froide, afin de condenser éventuellement le fluordiphényle entraîné par la vapeur. Le dégagement d'azote produit par la décomposition du diazoïque ne commença à être important que vers 60°; peu à peu il s'accéléra et le liquide entra en ébullition. Celle-ci fut maintenue pendant quelque temps; après quoi j'ai laissé refroidir complètement le contenu du ballon. Après refroidissement il s'était formé dans le ballon, à la surface du liquide, une croûte cristalline colorée en brun par suite de la formation d'un peu de résine. Cette croûte fut cassée en menus fragments et séparée du liquide par filtration sur un linge placé dans un entonnoir en plomb. Le produit solide ainsi séparé fut soigneusement lavé à l'eau d'abord, à la soude caustique ensuite, après quoi il fut introduit dans un ballon en verre et soumis à

un entraînement à la vapeur d'eau. Le fluordiphényle se laisse très facilement entraîner, et en peu de temps je pus isoler 60 grammes de produit. Une seule cristallisation de l'alcool bouillant m'a fourni un produit absolument incolore, cristallisant en paillettes nacrées comme le diphényle lui-même et fondant à 74° après dessiccation.

Le parafluordiphényle est très soluble dans l'éther, l'acide acétique ainsi que dans l'alcool chaud. A froid l'alcool ne le dissout qu'assez peu. Il se laisse facilement sublimer, même au-dessous de 100°, ainsi que distiller. Le produit sublimé fond à 74°2. Soumis à la distillation, à la pression atmosphérique, il passe entièrement à 253°, soit à peu près exactement la température d'ébullition du diphényle lui-même : 254°.

Le rendement de l'opération a atteint 70 %. Il en fut d'ailleurs de même lors d'une seconde opération, où une molécule-gramme d'amine me donna 120 grammes de fluordiphényle.

L'analyse élémentaire m'a fourni les résultats suivants :

C : 83.67 %		C : 83.72 %
H : 5.16 %	Calculé pour $C_{12}H_9Fl$	H : 5.23 %
Fl : 10.69 %		Fl : 11.04 %

Orthofluordiphényle.

L'orthoaminodiphényle a été transformé de la même manière en orthofluordiphényle : 160 grammes d'amine furent dissous dans un kilogramme d'acide fluorhydrique et diazotés à froid, dans un ballon en platine, par la quantité calculée de nitrite de sodium. Le fluorhydrate de l'orthoamine étant beaucoup plus soluble que celui du dérivé para, la diazotation est plus facile et il ne dégage pas du tout de vapeurs nitreuses. La décomposition du diazoïque obtenu a été également faite comme pour le paradérivé et le refroidissement du liquide a donné naissance à la même croûte cristalline de fluordiphényle cristallisant en grandes lames de plusieurs centimètres de côté. Après essorage,

lavage et entraînement par la vapeur, j'obtins 112 grammes, soit 70 % du rendement théorique, d'un produit qui, cristallisé de l'alcool bouillant, se présenta sous forme de cristaux incolores, prismatiques et très friables. L'orthofluordiphényle ainsi obtenu à l'état pur fond à 73°5 et distille à la pression atmosphérique à 248°, soit 5° plus bas que le dérivé para. Il est plus soluble dans l'alcool froid que le parafluordiphényle et se laisse tout aussi facilement sublimer. Le produit obtenu par sublimation a le même point de fusion, soit 73°5, que celui du produit cristallisé de l'alcool.

L'analyse élémentaire a donné les résultats suivants :

Carbone	83.62 %
Hydrogène	5.28 %

Calculé pour $C_{12}H_9Fl$ C : 83.72 H : 5.23.

Nitration du parafluordiphényle.

La nitration du parafluordiphényle a été conduite comme celle du diphényle lui-même. Un premier essai, effectué sur 17 grammes, soit $^1/_{10}$ de molécule, a été fait en opérant comme suit : le fluordiphényle fut dissous dans 50 grammes d'acide acétique anhydre, puis additionné de 20 grammes d'acide nitrique de densité 1.5. La réaction donna lieu à une élévation notable de température qui fut combattue par immersion dans l'eau froide; il ne se dégagea pas ou presque pas de vapeurs rouges. Après addition de l'acide nitrique à froid, le produit fut chauffé quelque temps au bain-marie, puis je l'abandonnai pendant vingt-quatre heures à la température ordinaire. Il se produisit par refroidissement une abondante cristallisation en aiguilles jaunes. Les cristaux furent essorés et lavés à l'eau et au carbonate de soude. Par cristallisation du produit essoré de l'alcool bouillant, j'obtins environ 8 grammes de nitrofluordiphényle cristallisant en aiguilles très fines et très réfringeantes, fondant nettement à 123°.

La solution acétique provenant de l'essorage du produit précédent fut précipitée par l'eau. Il se sépara ainsi une huile épaisse qui fut décantée et qui se figea en partie après quelque temps. Par essorage et lavage à l'eau tiède je pus recueillir encore 1^{gr}5 de produit fondant à 123° et isoler un liquide huileux qui fut dissous dans l'éther après lavage à l'eau et au carbonate de soude.

La solution éthérée fut ensuite desséchée sur du chlorure de calcium et évaporée. Le résidu d'évaporation, soumis à une distillation sous pression réduite (36^{mm}), me fournit d'abord un peu de fluordiphényle ayant échappé à la nitration, puis entre 206° et 208°, 7 grammes d'un liquide sirupeux, jaune pâle, qui se figea lentement à la température du laboratoire. Le produit figé fut dissous dans l'alcool tiède, où il est très soluble, et la solution obtenue placée sous exciccateur. Après un jour il s'était formé des cristaux prismatiques transparents, d'un jaune très pâle, fondant après dessiccation sur plaque poreuse à 43-43°5. Après quelques jours ces cristaux ont perdu leur transparence, tandis que leur point de fusion est monté à 58°. Malheureusement tous les essais que j'ai faits dans la suite pour obtenir à nouveau la forme fondant à 43° ont été infructueux. Il me paraît cependant certain que je me suis trouvé ici en présence d'un cas de dimorphisme assez commun chez les dérivés nitrés aromatiques.

L'analyse élémentaire des deux produits isolés m'a fourni les résultats suivants :

	Produit fondant à 123°-123°5.	Produit fondant à 58°.
Carbone	66.50 °/₀	66.88 °/₀
Hydrogène	3.79 °/₀	3.86 °/₀
Calculé pour $C_{12}H_8FINO_2$	C : 66.34 °/₀	H : 3.55 °/₀

Les deux produits obtenus sont bien deux isomères du fluornitrodiphényle.

Avant de poursuivre plus loin l'étude des composés obtenus, j'ai nitré des quantités plus importantes de parafluordiphényle. C'est ainsi qu'une nitration effectuée sur 50 grammes de fluordiphényle m'a fourni 27 grammes du dérivé fondant à 123° et 25 grammes environ du second isomère, qui, au moment de sa séparation par distillation sous pression réduite, fondait vers 45°. Les essais de purification que j'ai faits sur ce dernier produit m'ont bientôt convaincu que j'avais affaire à un mélange de deux isomères dont l'un en très petite quantité. En effet, chaque cristallisation, soit de l'alcool, soit de l'acide acétique, soit d'un mélange d'éther et de ligroïne, m'a fourni un produit dont le point de fusion s'élevait constamment. A un moment de la purification j'ai observé la formation de deux espèces de cristaux très nettement différents d'aspect, les uns formés d'aiguilles presque incolores, les autres, en très petite quantité, de forme prismatique et colorés en jaune pâle. J'ai, autant que possible, extrait à la pince les cristaux prismatiques des cristaux aciculaires et chacune des portions a été recristallisée de l'alcool ou de l'acide acétique.

Après de multiples cristallisations et triages, j'ai pu isoler deux nouveaux isomères, l'un fondant à 59-60°, cristallisant en aiguilles, et l'autre, se présentant sous forme de prismes, fondant à 53-54°. Les points de fusion ne se modifièrent plus par une nouvelle cristallisation. D'ailleurs j'ai pu vérifier que j'avais bien là deux substances différentes, par le fait que mélangeant très intimement dans un petit mortier deux échantillons de ces produits, le point de fusion du mélange se trouve abaissé vers 45°.

La nitration du parafluordiphényle donne donc naissance à trois isomères dont deux en quantités sensiblement égales, le troisième en minime proportion. Il ne m'a guère été possible d'isoler plus de 2 grammes de produit fondant à 53-54° dans deux opérations de nitration effectuées sur chaque fois 50 grammes de parafluordiphényle.

L'établissement de la constitution des trois isomères s'est faite par oxydation :

2 grammes de parafluornitrodiphényle fondant à 123° ont été chauffés en tube scellé avec 25 centimètres cubes d'acide nitrique de densité 1,2. A 120°, température à laquelle j'ai chauffé d'abord, il ne se produit aucune attaque après vingt-quatre heures. Il a fallu chauffer durant deux jours à 150° pour réaliser une oxydation quelque peu importante. Après ce délai et après refroidissement complet, le tube était tapissé de petits cristaux presque incolores; une pression importante régnait dans le tube lors de l'ouverture de celui-ci. Le contenu a été filtré pour séparer les cristaux formés; ceux-ci ont été traités par une solution étendue de soude afin de séparer l'acide formé, à l'état de sel de sodium. Par filtration du liquide alcalin pour éliminer un peu de fluornitrodiphényle inaltéré et précipitation par l'acide chlorhydrique, j'ai obtenu un acide qui a été purifié par cristallisation de l'eau bouillante. Le point de fusion de l'acide desséché sur plaque poreuse fut trouvé égal à celui de l'acide paranitrobenzoïque, soit 237-238°.

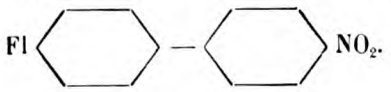
Un dosage acidimétrique m'a d'ailleurs confirmé que c'était bien de l'acide paranitrobenzoïque qui s'était formé dans l'oxydation du parafluornitrodiphényle :

0^{gr}186 de l'acide ont exigé 11 cm^3 de soude 0,098 N.

Poids moléculaire déduit : 170.

Poids moléculaire de l'acide paranitrobenzoïque : 167.

Dans l'oxydation du parafluornitrodiphényle (p. f. 123°), c'est donc l'angle fluoré qui a été détruit et la formation d'acide paranitrobenzoïque démontre que le groupement NO_2 se trouve en paraposition par rapport au second noyau benzénique. Dès lors la formule du produit fusible à 123° est la suivante :

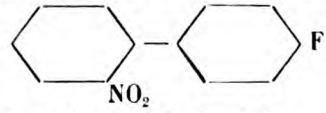


C'est le parafluor-paranitrodiphényle.

L'isomère fondant à 59-60° a été soumis à un traitement identique. L'oxydation de 2 grammes de produit par l'acide nitrique de densité 1,2 est encore très incomplète après quatre jours de chauffe à 150°. Le verre était toutefois assez fortement attaqué, mais aucune cristallisation ne s'était produite au sein du liquide fortement coloré en jaune. L'extraction de l'acide formé s'est faite en distillant le contenu du tube dans le vide; reprenant ensuite le résidu par la soude étendue et extrayant, après filtration et acidification par l'éther, j'ai pu isoler, à côté d'acide picrique qui était cause de la coloration jaune intense du liquide, un peu d'un acide fusible à 144-145°. Par purification au moyen d'une série de cristallisations, le point de fusion est monté à 147°. Sa saveur fortement sucrée et son point de fusion démontra que j'avais affaire à l'acide orthonitrobenzoïque.

J'ai aussi essayé l'oxydation par le permanganate de potassium en solution neutre. Elle se fait encore plus difficilement que par l'acide nitrique. Ayant chauffé 2^{gr}1 de nitrodérivé avec la quantité calculée d'une solution titrée de permanganate, il a fallu chauffer au bain-marie pendant vingt jours pour obtenir la décoloration. Cependant, la moitié environ du nitrodérivé avait échappé à l'oxydation; d'où il résulte que l'oxydation s'était poursuivie jusqu'à destruction complète pour une partie du produit. L'examen du produit d'oxydation m'a toutefois permis d'isoler une très petite quantité d'un acide cristallin, fusible à 182°, qui a été identifié avec l'acide parafluorbenzoïque. Aucun autre produit d'oxydation ne put être isolé. L'obtention d'acide parafluorbenzoïque démontre en tout cas que le groupement NO_2 dans le nitrofluordiphényle soumis à oxydation est fixé sur le noyau benzénique ne portant pas l'atome de fluor.

De ces deux essais d'oxydation il résulte que le parafluornitrodiphényle fondant à 59-60° a la constitution suivante :



C'est le parafluor-orthonitrodiphényle.

Quant au troisième isomère, fondant à 53-54°, l'oxydation par l'acide nitrique ne m'a donné aucun résultat. Au contraire, l'oxydation par l'anhydride chromique en milieu acétique d'un demi-gramme de produit m'a permis d'isoler environ 5 centigrammes d'un acide, légèrement coloré en jaune et fondant à 130°. J'ai pu acidimétriquement établir sa grandeur moléculaire :

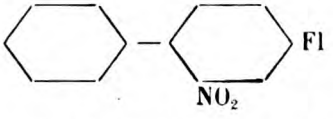
0gr0436 de cet acide dissous dans l'eau ont exigé 27,2 centimètres cubes de solution de soude caustique 0,0098 N.

Poids moléculaire déduit : 182.

Poids moléculaire de l'acide nitrofluorbenzoïque : 185.

J'ai, d'autre part, vérifié que l'acide obtenu est bien un dérivé fluoré. En effet, en chauffant le résidu d'évaporation du sel de sodium, obtenu par l'opération précédente, avec de la chaux pure, j'ai pu isoler un peu de fluorure de calcium qui a été caractérisé par l'attaque produite sur le verre en milieu sulfurique.

L'acide fluornitrobenzoïque obtenu, fondant à 130°, est différent de celui décrit par M. Rouche (*), l'acide parafluormétanitrobenzoïque qui fond à 121°. Dès lors, l'acide obtenu ne peut être que l'acide parafluor-orthonitrobenzoïque et le dérivé dont il provient doit avoir la constitution suivante :



En résumé, il résulte de l'obtention de trois isomères dans la nitration du parafluordiphényle, ainsi que des proportions relatives obtenues, que c'est essentiellement le noyau benzénique portant l'atome de fluor qui oriente le groupement NO_2

(*) H. Rouche, *Sur l'acide parafluor-métanitrobenzoïque.* (Bull. de l'Acad. royale de Belgique. Classe des sciences, 1921, n° 8, pp. 534-547.)

en ortho et para ; subsidiairement, l'autre noyau benzénique oriente NO_2 en ortho, la paraposition étant occupée par le fluor.

Parafluoraminodiphényles.

Les nitrofluordiphényles décrits plus haut ont été facilement transformés en amines correspondantes par réduction en milieu légèrement alcoolique par l'étain et l'acide chlorhydrique.

a) 22 grammes, soit $^1/_{10}$ molécule de parafluor-paranitrodiphényle fondant à 123°, ont été traités de cette façon par 20 grammes d'étain et 25 centimètres cubes d'acide chlorhydrique de densité 1,18. La réduction s'opéra assez lentement à cause de la faible solubilité, même en milieu alcoolique, du nitrodérivé ; il a fallu chauffer au bain-marie pour achever la réduction et maintenir en solution le chlorostannate de l'amine produite.

Lorsque la dissolution fut complète, le liquide fut séparé d'un peu d'étain en excès et soumis à refroidissement. Le chlorostannate cristallisa abondamment et put être séparé à peu près quantitativement par essorage. J'obtins, en effet, 33 grammes de ce sel, soit à 2 grammes près la quantité théorique. Le sel d'étain fut ensuite traité par la soude caustique en excès et l'amine libérée rapidement extraite par l'éther. Par évaporation du dissolvant, j'obtins 17 grammes d'amine solide presque incolore et qu'une seule cristallisation de l'alcool, où elle est assez soluble à chaud et très peu à froid, a suffi à purifier complètement.

Le parafluor-paraaminodiphényle se présente en petites paillettes nacrées fondant à 120°. Il est très soluble dans l'éther, peu dans l'alcool froid.

L'analyse a donné les résultats suivants :

0gr222 ont fourni :
0gr624 de CO_2, soit 0gr1701 de C ou 76.66 %
0gr106 d'H_2O, soit 0gr0118 d'H ou 5.31 %
Calculé pour $C_{12}H_{10}NFl$ C : 77 % H : 5.34 %.

Sels. — Le chlorhydrate de parafluor-paraaminodiphényle se présente en paillettes d'assez grandes dimensions à reflets nacrés. Il est très peu soluble dans l'eau froide : 0.15 °/₀ environ, 1 °/₀ à l'ébullition. Il se sublime sous l'action de la chaleur avant de fondre.

Le sulfate est pratiquement insoluble dans l'eau, même à l'ébullition. Si à la solution de chlorhydrate on ajoute de l'acide sulfurique étendu, il précipite immédiatement du sulfate en très petits cristaux nacrés.

L'oxalate est de même très peu soluble.

Anilide. — Une petite quantité d'amine traitée par l'anhydride acétique m'a fourni une anilide cristallisant de l'alcool et mieux encore du chloroforme en petits cristaux durs fondant à 205-205°5.

b) La réduction du parafluor-orthonitrodiphényle (p. f. 59-60°) a été conduite de la même manière que celle de l'isomère para. Elle se fait toutefois plus rapidement, vu la grande solubilité du nitrodérivé dans l'alcool aqueux; le chlorostannate de l'amine est incomparablement plus soluble et n'a pu être isolé avant décomposition par la soude. L'extraction par l'éther de l'amine libérée m'a fourni, après évaporation du dissolvant, un produit liquide qui a été soumis à la distillation sous pression réduite. Aux dépens de 6 grammes de nitrodérivé, j'ai obtenu ainsi près de 5 grammes d'amine bouillant à 186-187° sous 40 millimètres. Le produit distillé se fige à la température ordinaire et, par cristallisation de l'alcool à 80°, j'ai pu obtenir des cristaux absolument incolores fondant à 42-42°5. L'analyse m'a fourni les résultats suivants :

0gr3002 ont donné :

0gr144 H_2O soit 0gr0160 d'H ou 5.33 °/₀

0gr8434 CO_2 soit 0gr23004 de C ou 76.68 °/₀.

Le parafluor-orthoaminodiphényle se présente en petits cristaux soyeux; il est assez soluble dans l'alcool froid et très

soluble dans l'éther. Ses sels sont incomparablement plus solubles que ceux de l'isomère décrit plus haut. Le chlorhydrate se présente sous forme de petites aiguilles soyeuses assez solubles dans l'eau froide; il sublime après fusion vers 210°. Le sulfate, cristallisant également en petites aiguilles, est environ trente fois plus soluble à froid que celui de l'isomère précédent, dont la solution saturée à la température ordinaire renfermait 0gr02 de sel pour 100 grammes d'eau.

Anilide. — Celle-ci fond à 120°.

L'amine donne par oxydation par l'acide chromique en milieu sulfurique de l'acide parafluorbenzoïque fondant à 182°. La formation de cet acide démontre que le groupement NH_2 est fixé sur le noyau benzénique ne portant pas le fluor et constitue un argument de plus en faveur de la formule de constitution établie plus haut pour le dérivé nitré correspondant.

c) Quant au troisième isomère du parafluornitrodiphényle fondant à 53-54°, que j'ai démontré être le parafluor-orthonitrodiphényle, il m'a été impossible, vu le peu de produit dont je disposais, d'en préparer l'amine correspondante en quantité quelque peu importante. Cependant une réduction opérée sur 1 gramme m'a fourni une amine liquide qui a été transformée en anilide. Celle-ci, après purification par cristallisation, fond vers 98°.

Nitration de l'orthofluordiphényle.

La nitration de l'orthofluordiphényle a été conduite comme celle du paradérivé, en dissolution acétique.

85 grammes, soit une demi-molécule, ont été dissous dans 100 grammes d'acide acétique glacial et traités par 100 grammes d'acide nitrique de densité 1,5. La nitration ne s'opère que lentement et il fallut, pour achever la réaction, chauffer quelque temps au bain d'eau, puis laisser s'achever plusieurs heures la transformation à froid. Après vingt-quatre heures, il s'était

produit une faible cristallisation seulement; aussi le produit de nitration fut-il précipité par l'eau froide, la solution acide décantée et remplacée plusieurs fois par de l'eau fraîche. Le dérivé nitré obtenu, semi-fluide et coloré en jaune, fut lavé enfin au carbonate de soude et dissous dans l'éther pour faciliter la séparation d'avec le liquide alcalin assez fortement coloré en rouge. La solution éthérée fut, après dessiccation, distillée pour éliminer le dissolvant. Le résidu pesait 95 grammes, alors que le poids théorique de nitrofluordiphényle que j'aurais dû obtenir était de 109 grammes.

Ce nitrodérivé brut fut soumis à une distillation sous pression réduite. Sous 25 millimètres celle-ci commence à 155-160°; il passa un produit se figeant facilement et qui n'était autre que du fluordiphényle ayant échappé à la nitration. Après s'être fixé pendant cette distillation, le thermomètre monta lentement d'abord, rapidement ensuite jusque vers 205, pour se fixer de nouveau à 207°.

La presque totalité du produit passa entre 207 et 209° et le thermomètre ne monta que vers la fin de l'opération à 210°.

J'ai obtenu ainsi 65 grammes d'un produit liquide, légèrement jaune, et se figeant lentement à la température ordinaire. Ce produit fut dissous dans l'alcool chaud, où il se montra très soluble, et par refroidissement il se sépara des cristaux d'aspect et de forme nettement différenciables : les uns formés d'aiguilles très allongées et assez fines, les autres se présentant sous forme de prismes aplatis d'assez grandes dimensions. Ces deux espèces cristallines ont été, autant que possible, triées à la pince, et chaque portion soumise à une nouvelle cristallisation de l'alcool.

Le point de fusion du produit primitif était de 46°; celui-ci s'est élevé progressivement pour chacun des produits isolés, et ce n'est qu'à la suite d'une longue série de cristallisations, suivies chaque fois d'un nouveau triage mécanique, que j'ai finalement pu isoler trois produits distincts : l'un en très petite quantité (environ 200 grammes) cristallisant en aiguilles très

fines, d'aspect soyeux, et presque incolores fondant à 81°; un deuxième produit en aiguilles plus volumineuses, d'un jaune clair et fusibles à 74°5; enfin un troisième produit cristallisant de l'alcool ou de l'éther de pétrole en prismes tabulaires, dont quelques-uns avaient approximativement 1 centimètre de côté, et qui fondaient à 71°5.

C'est d'ailleurs ce dernier produit, dont la purification a été la plus aisée, étant donnée la faculté qu'il possède de donner naissance à d'assez gros cristaux facilement séparables des cristaux en aiguille par triage à la pince. Quant au produit fondant à 74°5, il n'a pu être obtenu à l'état pur, c'est-à-dire que son point de fusion ne s'est plus modifié qu'après de très nombreuses cristallisations; c'est d'ailleurs au cours de ces essais de purification que j'ai pu isoler les 2 grammes de produit fondant à 81°.

Ce qui m'a démontré d'ailleurs que j'avais affaire à deux produits différents, c'est le fait qu'un mélange intime des deux fond déjà partiellement à 70°.

L'analyse élémentaire des trois produits m'a fourni les résultats suivants :

1° Produit fusible à 71°5.

0^{gr}314 ont donné :

0^{gr}1064 H_2O, soit 0^{gr}01182 d'H ou 3.76 %
0^{gr}7652 CO_2, soit 0^{gr}20868 de C ou 66.45 %

2° Produit fusible à 74°5.

0^{gr}302 ont donné :

0^{gr}1006 H_2O, soit 0^{gr}1117 d'H ou 3.70 %
0^{gr}7279 CO_2, soit 0^{gr}19852 de C ou 65.73 %

3° Produit fusible à 81°.

0^{gr}3417 ont donné :

0^{gr}1080 H_2O, soit 0^{gr}012 d'H ou 3.51 %
0^{gr}8203 CO_2, soit 0^{gr}22?7 de C ou 65.4 %.

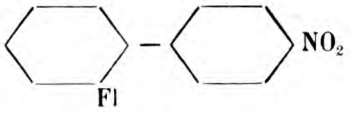
Ces données analytiques démontrent que les produits sont bien trois isomères du fluornitrodiphényle dont les teneurs en carbone et hydrogène sont :

H : 3.55 °/₀ C : 66.34 °/₀.

L'établissement de la constitution de ces différents isomères s'est fait par oxydation au moyen de l'anhydride chromique en milieu acétique.

a) 2^{gr}1, soit $^{1}/_{100}$ molécule du produit fusible à 74°5, ont été oxydés par 10 grammes d'anhydride chromique en solution acétique glaciale. J'ai chauffé au bain-marie jusqu'à disparition de la coloration jaune de l'acide chromique. Le produit additionné d'eau a donné naissance à un précipité cristallin qui a été filtré et lavé jusqu'à décoloration L'acide ainsi isolé, traité par la soude caustique étendue, a été réprécipité de sa solution alcaline après filtration par de l'acide chlorhydrique. Par recristallisation de l'eau du produit ainsi obtenu, j'ai pu isoler un acide légèrement jaunâtre, cristallin, fondant à 236-237° et qui n'est autre que l'acide paranitrobenzoïque. Le groupement NO_2 dans le dérivé nitré soumis à oxydation se trouvait donc en para par rapport au noyau benzénique portant l'atome de fluor. C'est d'ailleurs le seul produit d'oxydation qui ait pu être isolé.

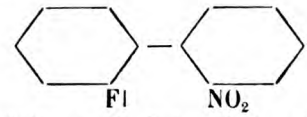
Dès lors la formule de constitution de l'orthofluornitrodiphényle fondant à 74°5 est



b) 2^{gr}1 de nitrodérivé fondant à 71°5 ont été oxydés de la même manière. L'addition d'eau au produit d'oxydation n'a toutefois pas donné lieu à la précipitation de l'acide, que j'ai dû séparer par extraction à l'éther. La solution éthérée fut évaporée et le résidu cristallin purifié par dissolution dans la soude et reprécipitation par l'acide chlorhydrique, suivies d'une

nouvelle extraction à l'éther. Finalement j'ai obtenu comme unique produit d'oxydation un acide cristallisant de l'eau en aiguilles jaune pâle, fondant à 146° et que sa saveur fortement sucrée m'a permis d'identifier avec l'acide orthonitrobenzoïque.

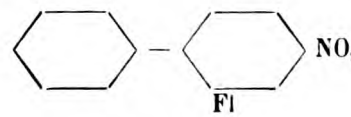
Dès lors la formule de l'orthofluordiphényle fondant à 71°5 est la suivante :



c) Quant au troisième dérivé nitré, n'en ayant que des quantités fort minimes, je n'ai pu qu'établir que le fluor et le groupement NO_2 étaient fixés sur un même noyau benzénique. Pour cela, j'ai réduit environ 1 gramme du nitrodérivé par le chlorure stanneux; la solution de chlorostannate a été décomposée par l'hydrogène sulfuré à chaud, et par filtration du sulfure stannique obtenu et refroidissement de la solu tion découlante, j'ai obtenu un chlorhydrate d'amine, très peu soluble dans l'eau, cristallisant en aiguilles incolores.

Celles-ci ont été dissoutes, traitées par la soude et l'amine libérée extraite par l'éther. L'évaporation de ce dissolvant m'a fourni un résidu sirupeux que j'ai traité par l'anhydride acétique, ce qui m'a fourni l'anilide correspondante à l'amine, cristallisant de l'eau en petits prismes incolores, fusibles à 155°. Une petite portion de cette anilide a été oxydée par l'acide chromique, et finalement j'ai obtenu un acide incolore, non fluoré et fusible à 122°; c'est de l'acide benzoïque.

Il ressort de cette série de transformations que, ainsi que je le disais plus haut, le groupement NH_2 et l'atome de fluor sont bien fixés sur le même noyau benzénique, celui que l'oxydation a fait disparaître à l'état de carboxyle. Dès lors, la formule de constitution du dérivé nitré, fondant à 81°, est probablement la suivante :



attendu qu'il résulte de l'examen des dérivés nitrés du parafluordiphényle que c'est le pouvoir d'orientation du phényle qui l'emporte sur celui du fluor. Il est vrai que la seconde position ortho, par rapport au noyau benzénique, pourrait être occupée par le groupement NO_2. Or, il résulte de l'examen des chlorhydrates et sulfates des amines dont la constitution est établie (voir plus loin) que les sels des dérivés portant NH_2 en ortho sont incomparablement plus solubles que ceux des dérivés portant NH_2 en para. Or, j'ai dit plus haut que la réduction du nitrodérivé fondant à 81° donne une amine dont le chlorhydrate est très peu soluble; il est donc hautement probable que c'est un paradérivé, et la formule donnée plus haut se justifie de ce fait.

Orthofluoraminodiphényles.

Les deux produits principaux, obtenus dans la nitration de l'orthofluordiphényle, ont été transformés facilement en amines correspondantes par réduction en milieu légèrement alcoolique par l'étain et l'acide chlorhydrique.

1. L'orthofluor-orthonitrodiphényle (p. f. 71°5) m'a fourni ainsi une amine solide, cristallisant en beaux cristaux incolores de l'alcool et fondant à 91°. L'analyse élémentaire m'a donné les résultats suivants :

0gr305 ont donné :

0gr151 H_2O, soit 0gr01677 d'H ou 5.53 %
0gr865 CO_2, soit 0gr2359 de C ou 77.3 %

Calculé pour $C_{12}H_{10}NFl$ C : 77.0 % H : 5.34 %.

Sels. — Le chlohydrate cristallise en aiguilles incolores très solubles dans l'eau froide. Il fond vers 205° et se sublime facilement.

Le sulfate est tout aussi soluble que le chlorhydrate, ce qui le différencie nettement des sulfates des amines isomères por-

tant NH_2 en paraposition et qui sont très peu solubles dans l'eau.

Anilide. — Une petite quantité d'amine traitée par l'anhydride acétique m'a donné l'anilide correspondante, cristallisant le mieux de l'éther de pétrole en aiguilles incolores fondant à 102°.

Elle cristallise plus difficilement de l'eau formant avec ce dissolvant une phase liquide.

2) L'orthofluor-paranitrodiphényle (p. f. 74°5) a donné par réduction une amine liquide qui a été purifiée par distillation. Sous 25 millimètres elle bout à 199-201°. Ainsi purifiée elle se fige lentement en une masse cristalline incolore ou légèrement rosée. Le point de fusion des cristaux obtenus essorés sur plaque poreuse est de 36°.

L'analyse m'a donné les résultats suivants :

0gr2524 de produit ont fourni :

0gr123 H_2O, soit 0gr0136 d'H ou 5.41 %
0gr711 CO_2, soit 0gr1939 de C ou 76.82 %

Calculé pour $C_{12}H_{10}FlN$ C : 77 % H : 5.34 %.

Sels. — Le chlorhydrate est assez peu soluble dans l'eau : environ à 1 %; il est toutefois plus soluble que celui du dérivé dipara, dont la solubilité n'atteint que 0.15 %. Il fond au-dessus de 250° en se sublimant. Le sulfate, tout comme celui du dérivé dipara, est très peu soluble à froid et même à chaud.

Anilide. — L'anilide correspondante, cristallisée de l'alcool, fond à 147-148°.

3) N'ayant eu à ma disposition que 2 grammes environ de nitrofluordiphényle fondant à 81°, que j'ai démontré plus haut être très probablement l'orthofluor-paranitrodiphényle, je n'ai pu obtenir par réduction assez d'amine pour en établir quelques constantes physiques. J'ai cependant pu obtenir le chlorhydrate, très peu soluble dans l'eau, et aussi l'anilide qui fond

à 155°, ce qui la différencie nettement de l'orthofluor-para-nitrodiphényle, dont l'anilide fond à 147-148°.

Je donne ci-dessous, résumés en un tableau, les différents produits que j'ai pu isoler au cours de ces recherches sur les dérivés fluorés du diphényle.

ORTHODÉRIVÉS.	P. F.	PARADÉRIVÉS.	P. F.
o. fluordiphényle. . . .	73-73°5	p. fluordiphényle. . . .	74°2
o. fluor-o. nitrodiphényle.	71°5	p. fluor-o. nitrodiphényle.	59-60°
o. fluor-p. nitrodiphényle.	74°5	p. fluor-p. nitrodiphényle.	123°
o. fluor-p. nitrodiphényle.	81°	p. fluor-o. nitrodiphényle.	53-54°
o. fluor-o. aminodiphényle.	91°	p. fluor-o. aminodiphényle.	42-42°5
Anilide correspondante. .	102°	Anilide correspondante. .	120°
o. fluor-p. aminodiphényle.	36°	p. fluor-p. aminodiphényle.	120°
Anilide correspondante. .	147-148°	Anilide correspondante. .	205-205°5
o. fluor-p. aminodiphényle (anilide correspondante).	155°	p. fluor-o. aminodiphényle (anilide correspondante).	98°

EXAMEN DE QUELQUES RÉACTIONS SECONDAIRES.

Lors de la nitration du diphényle comme aussi des dérivés fluorés correspondants, j'ai observé qu'au lavage des produits bruts de nitration par le carbonate de soude il se produisait une coloration rouge intense avec précipitation partielle d'un corps solide rouge et insoluble dans l'éther. Il était probable que la nitration était accompagnée d'un phénomène d'oxydation partielle donnant naissance à un phénol subissant à son tour la nitration plus ou moins profonde, avec formation de nitrophénols, en l'espèce des nitrooxydiphényles.

Comme j'avais nitré des quantités relativement fortes de

diphényle, ce produit secondaire de la nitration a pu être obtenu en quantité suffisante pour me permettre une purification du produit et un examen quelque peu détaillé. Sa séparation d'avec le nitrodiphényle s'est faite le mieux en agitant la solution éthérée du nitrodérivé brut avec du carbonate de soude. Le dérivé sodique qui se forma ainsi put être séparé par essorage du liquide éthéré; le gâteau, retenu sur la plaque filtrante, fut lavé à l'éther pour le débarrasser complètement du nitrodiphényle, puis desséché. J'obtins ainsi quelques grammes d'une substance fortement colorée en rouge, soluble dans l'eau bouillante et reprécipitant à froid d'abord sous forme d'une gelée; puis, après plusieurs jours, en cristaux soyeux. En décomposant ce sel par de l'acide chlorhydrique, j'obtins une bouillie cristalline jaune pâle. Ces cristaux, après essorage et lavage, furent purifiés par cristallisation de l'acide acétique à 80 °/₀, dans lequel ils se montrent très solubles à chaud et très peu à froid. J'obtins ainsi finalement de petites aiguilles d'un jaune clair, fondant à 202°.

L'analyse élémentaire m'a fourni les résultats suivants :

0gr3022 de produit ont fourni :

0gr0638 H_2O, soit 0gr00709 d H ou 2.34 °/₀

0gr527 CO_2, soit 0gr1437 de C ou 47.36 °/₀.

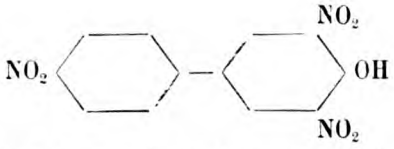
Ces résultats correspondent à la teneur en carbone et hydrogène du trinitrooxydiphényle, qui contient : C : 47.21 °/₀, H : 2.29 °/₀.

J'ai d'ailleurs essayé d'établir la grandeur moléculaire de ce produit par cryoscopie. L'acide acétique glacial n'a pu être utilisé comme dissolvant, la solubilité du produit y étant beaucoup trop faible à basse température. J'ai mieux réussi en utilisant le nitrobenzène. Le tableau du bas de la page suivante nous donne les résultats obtenus.

Le poids moléculaire du trinitrooxydiphényle est de 305.

Deux trinitrooxydiphényles ont été décrits par M. Henry,

B. Hill et William-J. Hale (*) : ce sont le 5. 2'. 4' trinitro 2 oxydiphényle (p. f. 152°) et le 5. 3. 4' trinitro 2 oxydiphényle (p. f. 163°). Le produit que j'ai obtenu fondant à 202 doit nécessairement avoir une autre constitution que je n'ai pu établir, faute de matériel suffisant, mais que je présume être le dérivé



Dans la nitration du parafluordiphényle, j'ai observé de même la formation d'un nitrophénol qui a été purifié de la même manière et soumis à analyse. Celle-ci m'a donné les résultats suivants :

0gr1612 de produit ont fourni :

0gr0402 H_2O, soit 0gr00466 d'H ou 2.72 %
0gr3046 CO_2, soit 0gr0831 de C ou 50.68 %.

Ces résultats correspondent le mieux aux teneurs en carbone et hydrogène du dinitrofluoroxydiphényle : $C_{12}H_7N_2O_5Fl$, qui contient 2.51 % d'H et 51.87 de carbone. Ne disposant que de quantités trop faibles de ce produit, il m'a été impossible d'en poursuivre l'étude plus avant.

Poids de substance.	Poids du dissolvant.	T_0	T_1	Δ	Poids moléculaire.
—	20 8	3°965	—	—	—
0.1366	—	—	3°805	0°16	287
0.2986	—	—	3°622	0°343	293
0.4506	—	—	3°468	0°497	305

(*) *Centralblatt*, 1905, vol. I, p. 510.

Résumé.

Au cours de mes recherches sur les dérivés fluorés du diphényle, j'ai isolé le para- et l'orthofluordiphényle et j'ai étudié plus spécialement leurs produits de nitration. Pour chacun des deux fluordiphényles, j'ai obtenu trois isomères différents. Il résulte de l'établissement de leur constitution ainsi que des quantités respectives isolées que la nitration porte essentiellement sur le noyau benzénique non fluoré et que l'orientation du groupement NO_2 se fait presque exclusivement en ortho et para. Cependant, mais dans de très faibles proportions, le noyau portant le fluor a été nitré et le groupement NO_2 est fixé dans ce cas en para par rapport au noyau benzénique. en méta par rapport au fluor. Il résulte de cette constatation que le pouvoir d'orientation du phényle l'emporte sur celui du fluor. Les dérivés portant le groupement NO_2 en paraposition ont tous des points d'ébullition et des points de fusion plus élevés que ceux des dérivés ortho correspondants.

La même règle s'observe quant aux points d'ébullition des amines obtenues par réduction des différents isomères nitrés. Pour les points de fusion, j'ai cependant observé que l'orthofluor-orthoaminodiphényle fond à 91°, tandis que l'orthofluor-paraaminodiphényle fond à 36°; dans tous les autres cas, c'est comme pour les nitrodérivés, les isomères portant NH_2 en para, qui fondent plus haut. Il en est d'ailleurs de même des anilides correspondantes. Les sels des paraamines sont beaucoup moins solubles que ceux des orthodérivés, en particulier les sulfates. Le sulfate de parafluor-paraaminodiphényle est presque totalement insoluble, même dans l'eau bouillante; à ce point de vue, il ressemble fortement au sulfate de benzidine, également presque insoluble. Au contraire, le dérivé biortho forme un sulfate extraordinairement soluble.

Gand, Laboratoire de Chimie générale de l'Université.
1er août 1912.

Biologie végétale. — **Sur un nouveau mode de formation de la membrane dans les tissus cicatriciels d'une feuille,**

par A. CONARD, docteur en sciences naturelles (1).

On sait que des cellules adultes peuvent, dans certains cas, se remettre en division; le présent travail a pour but de montrer comment la nouvelle cloison se forme dans les tissus cicatriciels des feuilles de *Hoya Carnosa* (Asclépiadacée).

Méthode. — Les premières expériences ont été entreprises du 18 janvier au 15 février 1922. Une autre série d'expériences a été faite du 23 mai au 6 juin 1922, et il ne sera question que de ces dernières.

Le mardi 23 mai, à 12 h. 30, j'ai fait au scalpel des blessures perforantes d'environ 1 centimètre de longueur dans des feuilles jeunes et adultes de *Hoya Carnosa*, dans une serre du Jardin botanique de Bruxelles. Elles ont été récoltées :

Le mardi 23 mai à 12 h. 35, 15 h. 30, 19 h. 30 et 22 heures;
Le mercredi 24 mai à 0 h. 30, 4 heures, 8 heures, 14 h. 30 et 21 heures;
Le jeudi 25 mai à 11 heures;
Le vendredi 26 mai à 17 h. 15 et 22 heures;
Le samedi 27 mai à 12 heures;
Le dimanche 28 mai à 12 h. 30;
Le lundi 29 mai à 15 h. 30;
Le mercredi 31 mai à 14 h. 45;
Le vendredi 2 juin à 14 h. 30;
Le samedi 3 juin à 14 h. 30;
Le dimanche 4 juin à 12 heures
Le lundi 5 juin à 13 h. 30;
Le mardi 6 juin à 16 h. 30.

---

(1) Présenté par M. Jean Massart.

Les fixateurs employés ont été les suivants : l'alcool absolu, le Massart (alcool méthylique 100, iode 1, acide acétique 1), le Flemming, le Tellyesniczky, le Regaud IV, le Bouin, le Meves, le Meves modifié par Champy, le Champy (imprégnation à l'azotate d'uranyle et acide osmique) et la méthode d'imprégnation de Bensley; c'est celle-ci qui m'a donné les meilleurs résultats.

Comme colorants, j'ai employé l'hématoxyline de Heidenhain, la safranine, le vert lumière.

J'ai surtout étudié les préparations obtenues par la méthode d'imprégnation de Bensley, car elles étaient très supérieures aux autres.

Cette méthode, qui est fort rapide, présente l'avantage de supprimer les colorations : les passages des coupes dans les alcools, les lavages, les mordançages, et les colorations prolongées, les différenciations délicates, toutes manipulations qui amènent le décollement des éléments des cellules adultes que j'étudiais.

Les morceaux de feuilles, portant des blessures en voie de cicatrisation, mesurant en moyenne 5 millimètres sur 15, ont été jetés immédiatement dans le fixateur : 4 parties d'une solution de $HgCl^2$ à 2 $^1/_2$ %, une partie d'une solution d'acide osmique à 2 % et une goutte d'acide acétique par 10 centimètres cubes de mélange. Pour amener l'immersion rapide du matériel, je faisais le vide dans le flacon à l'aide de la trompe. Le liquide fixateur était ainsi mis en contact immédiat avec les tissus profonds. La fixation a toujours duré vingt-quatre heures au moins et trente heures au plus; les pièces étaient toujours très noires; le fixateur était complètement réduit.

Le matériel était alors lavé à l'eau courante, puis passé dans la série des alcools : 2 $^1/_2$, 5, 7 $^1/_2$, 10, 15, 20, 35, 50, 70 %, où il séjournait de deux à quatre heures dans chacun, puis 85, 95 et 100 %, six heures dans chacun; l'alcool absolu était renouvelé deux fois; puis par la série des solutions de xylol

dans l'alcool absolu : 2 $^1/_2$, 5, 7 $^1/_2$, 10, 15, 25 %, deux heures dans chacune, puis 50, 75 et 100 % pendant six heures dans chacune; le xylol pur était renouvelé deux fois. L'infiltration était faite aussi progressivement que possible en recouvrant les pièces plongées dans le xylol par une toile métallique pliée en U renversé, sur laquelle étaient disposés les fragments de paraffine. Les flacons bien bouchés, renfermant $^1/_2$ xylol et $^1/_2$ paraffine, étaient laissés pendant vingt-quatre heures à la température du laboratoire, puis vingt heures sur l'étuve (35°), puis débouchés pendant quatre heures encore.

L'inclusion était faite dans des verres de montre après trois bains de paraffine d'une durée d'une demi-heure chacun (étuve 54°).

Des coupes en séries de 8 μ, 10 μ, 12 μ et 15 μ ont été faites avec le grand microtome de Spencer (genre Minot) dans trois directions (v. schéma A) : transversalement (*t*), longitudinalement (*l*), et parallèlement à la surface de la feuille (*p*).

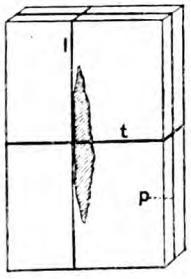


Schéma A. - Portion de feuille avec blessure, où sont indiquées les trois directions dans lesquelles les coupes ont été faites : (*t*) transversales, (*l*) longitudinales, (*p*) parallèles à la surface de la feuille.

On sait que dans les tissus cicatriciels, les cellules qui naissent par division sont disposées en files dirigées vers la blessure. Les nouvelles cloisons sont toutes parallèles à la surface de la lésion. L'orientation des figures de division est donc partout la même.

La cellule normale.

Dans le parenchyme foliaire adulte, presque tout l'intérieur des cellules est occupé par une énorme vacuole à suc cellulaire, tandis qu'une mince couche de protoplasme renfermant le noyau et les plastides tapisse la membrane. De nombreux tractus protoplasmiques fort délicats partent de la périphérie et viennent converger vers le noyau (schéma B_1). La figure 1 [1] montre la couche de protoplasme périphérique avec le noyau les plastides, et un grand nombre de corpuscules qui ont réduit l'acide osmique; dans le haut, tractus protoplasmiques brisés.

Fig. 1. — La cellule normale. La couche de protoplasme périphérique avec le noyau et les plastides, des corpuscules ayant réduit l'acide osmique. (*Coupe transversale.*)

Dès qu'une blessure a été faite, on assiste, dans les cellules restées vivantes près de la plaie, à toute une série de mouvements protoplasmiques qui préparent la division cellulaire.

[1] Les numéros des figures correspondent à ceux du schéma B. Dans les coupes transversales et les coupes parallèles, la lésion est toujours à gauche. Toutes les figures ont été dessinées à la chambre claire d'Abbe, à hauteur de la table de travail : objectif 2 millimètres, ouv. num. 1.3 de Zeiss, oculaire compensateur 6.

Mouvements du protoplasme.

Vingt-quatre heures après le traumatisme, pour ainsi dire tout le protoplasme avec le noyau et les plastides s'est rassemblé contre la partie de la membrane la plus voisine de la blessure

Fig. 2. — Le protoplasme avec le noyau et les plastides s'est rassemblé contre la membrane, dans la portion de la cellule la plus voisine de la blessure. (*Coupe transversale.*)

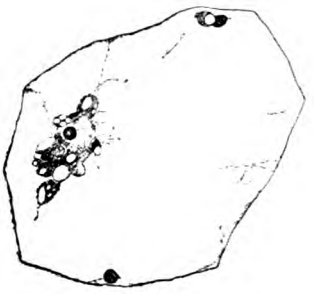


Fig. 3. — Le protoplasme avec le noyau et les plastides émigre vers le centre de la cellule. (*Coupe transversale.*)

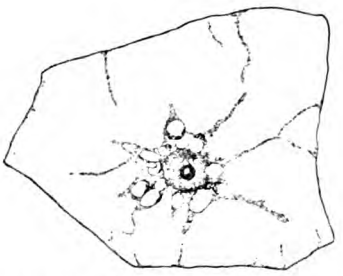


Fig. 4. — Tout le protoplasme occupe le centre de la cellule. (*Coupe transversale.*)

(schéma B_2 et figure 2). Après septante-deux heures, il se constitue là une masse globuleuse qui émigre avec toutes ses inclusions vers le centre de la cellule, déjà un peu allongée (schéma $B_{3,4}$, fig. 3, 4). Elle va se diviser.

La division.

La cellule s'allonge encore dans la direction de la blessure et la masse globuleuse de protoplasme paraît étirée en un ellipsoïde; les plastides sont toujours présentes; le noyau entre en prophase (schéma B_5, fig. 5). Les phases de la caryocinèse se succèdent normalement (schéma $B_{6,7}$, fig. 6). A la télophase, au stade de tonnelet, la plaque cellulaire apparaît d'une façon tout à fait régulière (schéma B_8, fig. 8); mais on est frappé de

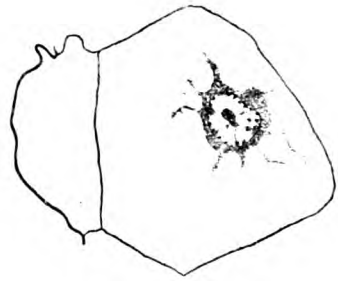


Fig. 5. — Prophase. (*Coupe parallèle.*)

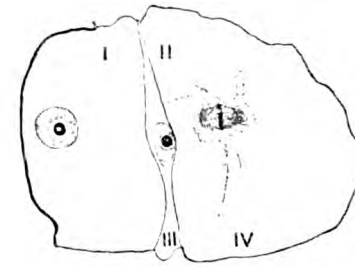


Fig. 6. — La cellule, après s'être allongée dans la direction de la blessure, s'est divisée une première fois pour donner les cellules I et II. La cellule II s'est divisée pour donner les cellules III et IV. La cellule IV est en anaphase. (*Coupe parallèle*).

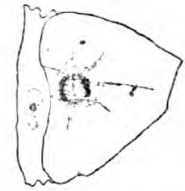


Fig. 8. — Télophase. (*Coupe parallèle.*)

la disproportion qui existe entre la masse du protoplasme et le volume de la cellule et l'on se demande comment la cloison séparatrice va pouvoir se tendre au travers de cette énorme vacuole.

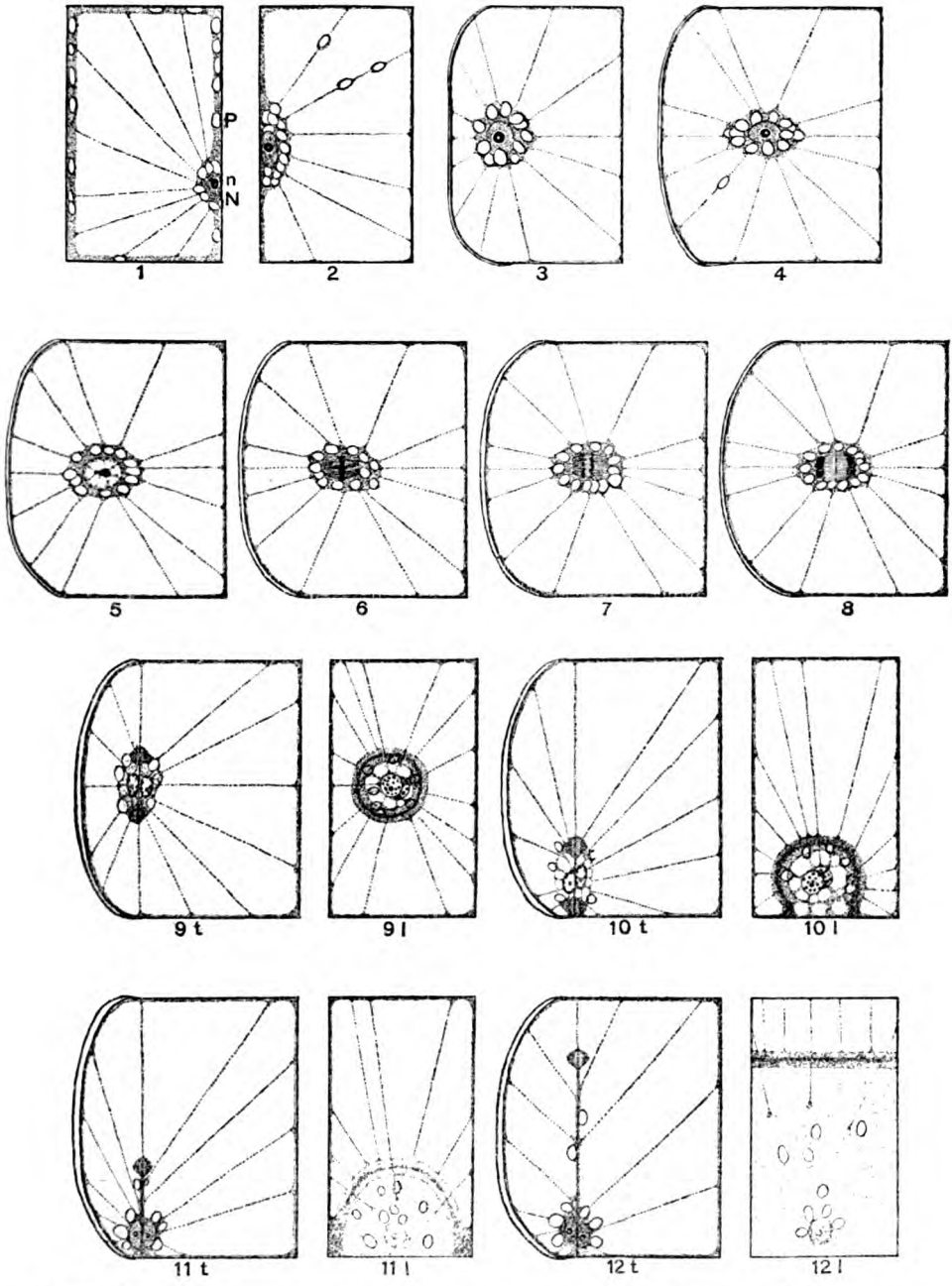


Schéma *B*. — Stades successifs de la division cellulaire et de la formation de la cloison.

Les figures 1 à 8, 9 *t*, 10 *t*, 11 *t* et 12 *t* sont faites d'après des coupes transversales, la lésion étant supposée a gauche. — Les figures 9 *l*, 10 *l*, 11 *l* et 12 *l* sont faites d'après des coupes longitudinales. N, noyau; *n*, nucléole; P, plastides.

Formation de la membrane.

a) *A partir du phragmoplaste régulier.* — Nous venons de voir que la masse du protoplasme a la forme d'un ellipsoïde allongé et que la nouvelle cloison prend naissance dans le plan équatorial à partir du phragmoplaste. Mais bientôt l'axe de l'ellipsoïde se raccourcit considérablement (schéma B_3, fig. 9). La masse du protoplasme se déprime encore; les noyaux, s'avançant l'un vers l'autre, viennent se placer tout près de la cloison

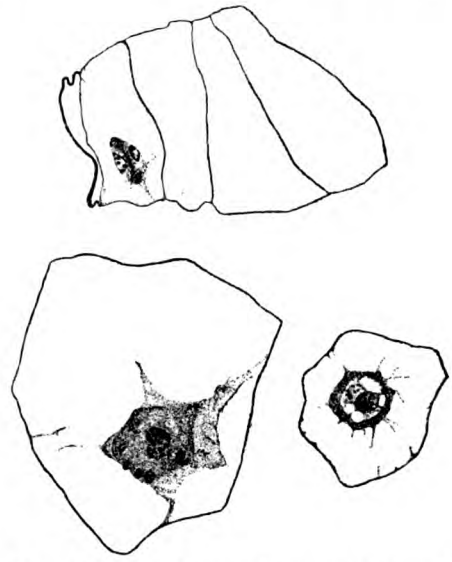


Fig. 9. — En haut, la masse du protoplasme se déprime, les noyaux se rapprochent. (*Coupe parallèle.*) En bas, la figure de gauche est la moins avancée; celle de droite montre déjà l'anneau. (*Coupes longitudinales.*)

déjà formée. Tout se passe donc comme si le cercle équatorial occupé par la nouvelle membrane s'élargissait. Des vacuoles apparaissent tout autour des noyaux; le protoplasme est refoulé vers la périphérie sous forme d'une zone annulaire (fig. 9, en bas à droite).

b) *A partir d'un phragmoplaste en anneau.* — C'est dans cet anneau protoplasmique que se trouve maintenant le phragmoplaste. Bientôt il semble que cet anneau ne puisse plus grandir en direction centrifuge et on le voit se déplacer latéralement vers une paroi de la cellule mère (schéma B_{10}, fig. 10). La

FIG. 10. — En haut, l'anneau émigre vers la membrane de la cellule mère. (*Coupe transversale.*) En bas à gauche, la nouvelle cloison est rattachée à la paroi de la cellule mère; en cet endroit, des vacuoles naissent dans l'épaisseur de l'anneau. (*Coupe longitudinale.*) En bas à droite, stade un peu plus avancé : l'arc commence à grandir. (*Coupe longitudinale.*)

nouvelle membrane circulaire est ainsi rattachée à la membrane de la cellule mère; des vacuoles naissent dans l'épaisseur de l'anneau le long de la surface de contact. L'élargissement de ces vacuoles détermine l'ouverture de l'anneau.

c) *A partir d'un phragmoplaste en arc.* — L'anneau est ouvert; il a la forme d'un arc qui continue à s'ouvrir, à se détendre. Ce sont donc d'abord les extrémités seules de l'arc qui se déplacent. Mais dès qu'elles ont atteint les autres parois de la cellule mère (schéma C), l'arc protoplasmique renfermant le

phragmoplaste se déplace tout entier et grandit rapidement à travers la cellule, tendant derrière lui la nouvelle cloison jusqu'à ce qu'elle soit complètement terminée (schéma $B_{11, 12}$, fig. 12*l*, 12*l*, 13).

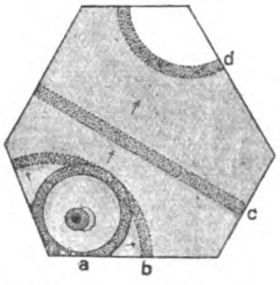


Schéma *C.* — Cellule montrant quatre stades successifs de la formation de la cloison : *a*) l'anneau ; *b*) l'arc qui progresse en *c*) et *d*), laissant derrière lui la membrane formée. (*Coupe longitudinale.*)

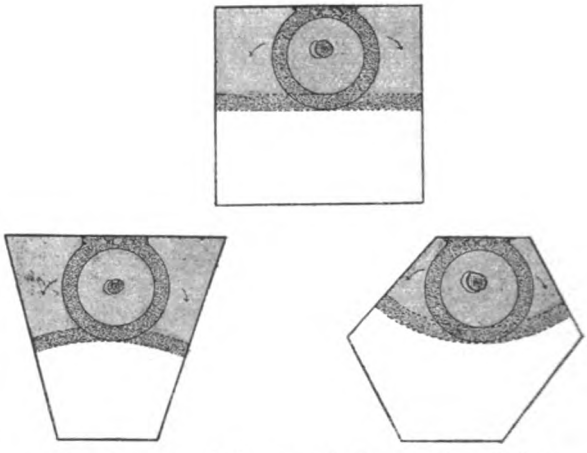


Schéma *D.* — La relation entre la forme de la cellule et celle de l'arc : celui-ci s'attache à angle droit sur la paroi. (*Coupes longitudinales.*)

Il y a un rapport évident entre la forme de la cellule et celle de l'arc d'où dérive la nouvelle cloison. On sait, en effet, que toute membrane cellulaire nouvelle, encore semi-liquide, doit s'attacher à angle droit sur les membranes anciennes (1). Le schéma D montre cette relation.

Ce qui caractérise la formation de la membrane dans le méristème cicatriciel des feuilles de *Hoya Carnosa*, c'est que les noyaux fils restent immobiles contre une des parois de la cellule mère et qu'ils envoient en avant le phragmoplaste, jusqu'à ce que la nouvelle cloison soit complètement tendue en travers de la cellule en division.

(1) Voir Leo Errera, *Cours de Physiologie moléculaire.* (Recueil de l'Institut botanique Leo Errera, t. VII, p. 45, 1908.)

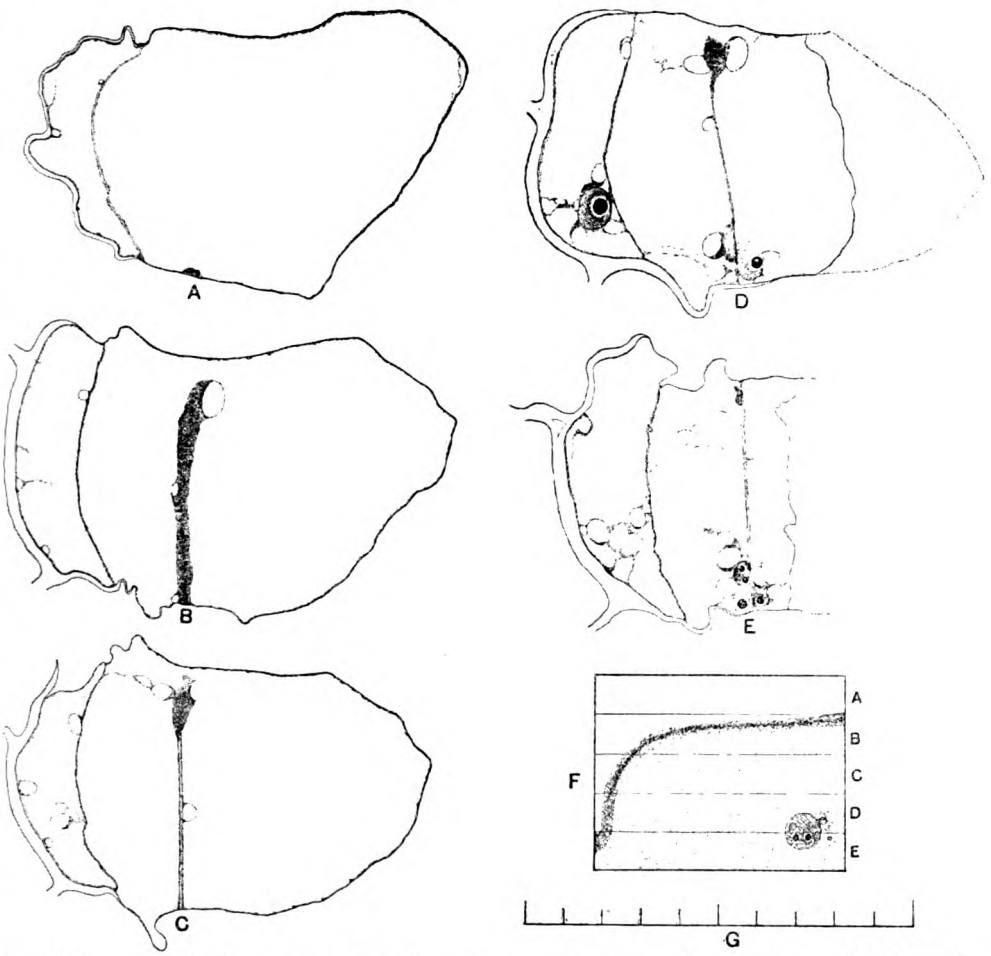


FIG. 12*bis*. – A à E. Une même cellule dans cinq coupes transversales successives. F, schéma de cette cellule en coupe longitudinale; les coupes A à E, épaisses de 10 µ, y sont repérées. G, échelle divisée en portions de 10 µ. Cette échelle convient pour toutes les figures 1 à 13.

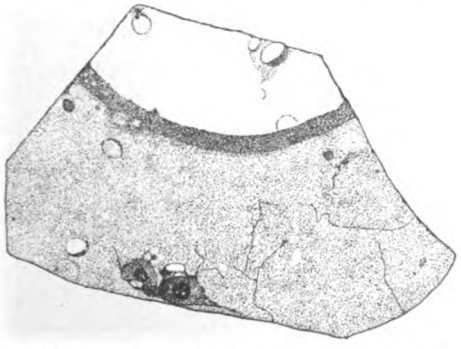


FIG. 12*bis*. – Une cellule en coupe longitudinale.

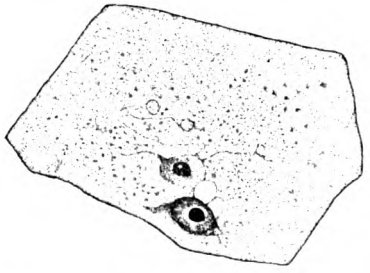


FIG. 13. — Une cellule où la cloison est complètement formée (*Coupe longitudinale.*)

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Alliaume (*M.*). Contribution à la théorie du niveau à bulle. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (7 p.). [28.762]

— Sur la substitution d'une fonction linéaire à une fonction quelconque d'une variable dans les mathématiques appliquées et spécialement en astronomie. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (10 p.). [28.763]

De Haan (*H.-R.-M.*). Contribution to the knowledge of the morphological value and the phylogeny of the ovule and its integuments. Groningen, 1920; in-8° (106 p.). [28.764]

Duval (*A.-B.*) et *Hébrard* (*L.*). Traité pratique de navigation aérienne. Paris, 1922; in-4° (60 p. fig.). [28.853]

Hommes (*J.-H.*). Over de ontwikkeling van de clavicula en het sternum van vogels en zoogdieren. Groningue, 1921; in-8° (86 p., pl.). [28.765]

Lévy (*Paul*). Leçons d'analyse fonctionnelle. Paris, 1922; in-8° (442 p.). [29.118]

Mac Leod (*A.*). Introduction à la géométrie non-euclidienne. Paris, 1922; in-8° (433 p. pl.). [29.117]

Passos-Freitas (*H. dos*). Birds observed by the ornithological Expedition to the Delta of the Danube. Bucarest, 1922; in-8° (41 p.). [28.761]

Pelseneer (*Paul*). Os primeros tempos da Idea evolucionista. Lamaeck. Geoffroy Saint-Hilaire e Cuvier (traduçao de A. Ramalho). Lisbonne, 1922; in-16 (73 p.). [28.770]

Semprun (*D. Eduardo*). La Investigacion Biologica en el Cancer. Madrid. 1922; in-4° (39 p.). [28.774]

Stuyvaert (*M.*). Surfaces cerclées et Surfaces de révolution. Gand, s/d; extr. in-8° (4 p.). [28.771]

— Une surface réglée du huitième ordre. Bruxelles-Paris, 1922; extr. in-8° (pp. 121-124). [28.772]

— Algèbre. Gand, 1922; in-8° (117 p.). [29.116]

— *Velasco di Pando* (*M.*). Solution générale du problème de l'Élasticité. Séville. 1922; in-8° (8 p.) [28.773]

Van Oye (*Dr Paul*). De Euglenaceae van Java. Gand, 1922; extr. in-8° (pp. 397-422). [28.753]

— Oekologie der microörganismen met bijzonderheden betreffende Java. Gand, 1922; extr. in-8° (pp. 361-393). [28.754]

Séance du samedi 14 octobre 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur ;* J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, A. Gravis, Max Lohest, Fr. Swarts, A. Demoulin, A. Rutot, Victor Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, P. Nolf, Jules Bordet, Edm. van Aubel, *membres ;* M. Stuyvaert, Th. De Donder, Brachet, Fourmarier, O. Dony, *correspondants*, et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Cesàro, Massart, de Hemptinne, Lecointe, Crismer, membres ; Grégoire et Dehalu, correspondants.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts prie l'Académie de désigner trois candidats parmi lesquels sera choisi le représentant de l'Académie au sein du Conseil supérieur des Bibliothèques publiques.

Le même Ministre fait connaître que le jury du Prix de la « Belgica » est composé de MM. de Hemptinne, L. Fredericq, Lameere, Lecointe et Willem.

M. E. Ledent prie la Classe d'accepter le dépôt d'un pli cacheté. — Accepté.

Le Secrétaire du XX^e^ Congrès international des Américanistes remercie l'Académie d'avoir délégué M. Massart pour la représenter à ce Congrès.

La Société eugénique tchéco-slovaque, à Prague, invite l'Académie aux solennités organisées à l'occasion du centenaire de la naissance de G. Mendel, le 19 octobre et jours suivants, et les membres de l'Académie à collaborer au recueil jubilaire qui sera publié ultérieurement.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Comptes rendus des séances de la 5e conférence de la Commission permanente et de la 3e et dernière Assemblée générale, Assemblée générale de dissolution, de l'Association internationale de sismologie, réunie à Strasbourg, les 24 et 25 avril 1922, par R. de Köverligithy; transmis par M. G. Lecointe.

Minéralogie de Madagascar, t. II, par A. Lacroix.

Cours de Chimie inorganique, 3e édition, par F. Swarts.

L'Évolution des Arthropodes, par Aug. Lameere; *The origin of Insect societies*, par le même.

Sur les fonctions implicites, par V. Leclercq; présenté, avec une note bibliographique, par M. J. Deruyts.

— Remerciements.

RAPPORTS.

De MM. Swarts et Crismer sur le mémoire reçu en réponse à la quatrième question (sciences mathématiques et physiques) du Concours annuel de 1922 : *On demande une contribution importante à l'étude des combinaisons halogénées aliphatiques.* Conformément aux conclusions des rapporteurs, le Prix est attribué à l'auteur du mémoire portant pour devise : *Labor omnia vincit improbus* : M. Hector Van de Walle. La Classe vote l'impression de ce travail dans ses *Mémoires*.

De M. De Donder relativement à deux travaux de M. van den Bossch : *Sur les masses élémentaires constituant l'univers, et sur l'énergie cosmique*. Conformément aux conclusions du rapporteur, ces travaux sont simplement déposés aux archives.

Du jury du Prix De Potter : *Astronomie* (1re période : 1919 à 1921). Conformément aux conclusions du jury, la Classe décide qu'il n'y a pas lieu de décerner le Prix.

COMMUNICATION DE LA CLASSE DES LETTRES.

La Classe décide, à l'unanimité, de se rallier à la décision de la Classe des lettres (séance du 9 octobre 1922) et de rappeler à la Chambre des Représentants et au Ministre des Sciences et des Arts la résolution votée par l'Académie dans sa séance générale du 4 mai 1920, à propos de la transformation éventuelle de l'Université de Gand.

TRAVAUX A L'EXAMEN.

Musculature et squelette chitineux. Recherches sur le comportement de la musculature des flancs dans les segments cryptopleuriens du thorax, chez les Orthoptères, par M. Carpentier; présenté avec rapport favorable, par M. Lameere. Impression dans les *Mémoires* in-8°.

Rapports sur la réponse à la question de chimie du Concours annuel pour 1922.

Rapport de M. Swarts, premier Commissaire.

A la question posée : *On demande une contribution importante à l'étude des combinaisons halogénées aliphatiques*, la Classe des sciences a reçu un groupe de trois Mémoires portant pour devise : *Labor omnia vincit improbus*.

Les trois Mémoires se rapportent à des combinaisons chlorobromées en C_2. Nombreux sont déjà les chimistes qui ont étudié ce groupe; il faut citer notamment Sabanejeff, Denzel et

plusieurs chimistes belges : Henry, M. Chavanne et ses élèves; j'ai moi-même contribué quelque peu à l'enrichir. Récemment, un jeune chimiste belge, M. Van de Walle, a apporté à nos connaissances sur ce sujet une contribution importante et l'auteur des trois mémoires qui nous sont présentés a poursuivi l'œuvre de M. Van de Walle.

Malgré toutes ces recherches, plusieurs points restaient obscurs dans l'histoire de ce groupe et tout particulièrement la constitution du produit de chloruration du bibromure d'acétylène. Sabanejeff obtint par l'action du pentachlorure d'antimoine sur le bibromure d'acétylène un éthane bichloré et bibromé auquel il attribua une constitution asymétrique en raison du fait que, réduit par le zinc, ce dérivé tétrahalogéné de l'éthane donne du chlorbrométhylène. L'adoption de cette formule de constitution impliquait, ou une migration du brome, ou une substitution du brome par le chlore, suivie d'une addition de Cl et Br. Mais M. Van de Walle établit que le chlorobromure d'acétylène de Sabanejeff avait des constantes physiques identiques à celles du produit d'addition du brome au bichlorure d'éthylène symétrique. Restait à expliquer la réaction anormale de déshalogénisation. C'est l'objet principal du travail exposé par l'auteur dans son second mémoire.

Il montre que le bromure de l'éthylène bichloré symétrique donne, sous l'action de l'aniline, le 1.1. brom. 2 chloréthylène, dont M. Van de Walle a établi la constitution avec toute la certitude désirable. Or le même dibromchloréthylène s'obtient par l'action de l'aniline sur le produit de chloruration du dibromure d'acétylène par $SbCl_5$; ce produit doit par conséquent avoir également une constitution symétrique.

L'auteur montre d'ailleurs que l'on est conduit à la même conclusion par des raisons d'analogie avec les processus de chloruration sur d'autres éthylènes bromés, à l'intervention de $Sb\ Cl_5$.

Mais reste une grosse difficulté : comment la formule symé-

trique est-elle compatible avec la formation de CHBr = CHCl, sous l'action du zinc ?

L'auteur en trouve une explication fort ingénieuse en admettant que les deux dichlordibrométhylènes obtenus, l'un par fixation du brome sur l'éthylène bichloré symétrique, l'autre par l'action de $SbCl_5$ sur le bibromure d'acétylène, sont différents, non par isomérie de position, mais par leur configuration spatiale. Le premier est une forme inactive par compensation interne, le second, un racémique. Il montre comment on interprète facilement la formation du dichloréthylène aux dépens du premier, du chlorbrométhylène par réduction du second.

L'auteur a reconnu, fait curieux, que le bichlorure d'acétylène donne toujours par bromuration le dérivé inactif, quelle que soit la méthode de fixation du brome employée, tandis que le bibromure donne le racémique par chloruration.

En vue de confirmer expérimentalement que le chlorure de Sabanejeff n'est pas le dérivé asymétrique $HCCl_2 — CHBr_2$, l'auteur a cherché à obtenir ce composé par d'autres méthodes que celle utilisée par le chimiste russe. Il a repris les essais de M. Van de Walle sur la bromuration de la dichloraldéhyde, tenté la substitution chlorée par $SbCl_5$ dans $CHClBr — CHBr_2$, mais n'a obtenu que le CHClBr — CHClBr racémique.

Dans un second mémoire, l'auteur expose ses recherches dans le dichlorbrométhylène, obtenu en soustrayant une molécule d'acide bromhydrique au tribromchloréthane $CBr_2H — CHBrCl$, dont il décrit la préparation et donne quelques constantes physiques. Il a reconnu que le produit est un individu chimique indédoublable en deux stéréo-isomères par distillation, soit du produit pur, soit d'un mélange de cet éthylène avec divers alcools.

Un troisième mémoire est consacré à l'étude de la chloruration de l'éthylène bibromé asymétrique par $SbCl_5$. L'auteur y décrit tout d'abord un appareil fort ingénieux pour la préparation du bromure de vinyle, mais je dirai incidemment que je

crois beaucoup plus expéditif et plus facile de préparer de grandes quantités de tribrométhane par le procédé que j'ai indiqué jadis.

La chloruration de $CH_2 — CBr_2$ fournit un mélange assez complexe dont l'auteur a isolé trois dérivés chlorobromés. D'abord un trichlorbrométhane dont la formule $CH_2Cl — CBrCl_2$ est établie par l'action du zinc, qui le transforme en bichloréthylène asymétrique, et qui n'avait pas encore été isolé.

Le second dérivé chlorobromé a pour formule $CH_2Cl — CBr_2Cl$; il résulte de l'addition de deux atomes de chlore au dibrométhylène.

Le troisième est un tribromonochloréthane, dont il n'a pu fixer la constitution, n'en ayant pas obtenu une quantité suffisante.

La distillation du produit de chloruration du dibrométhylène asymétrique donne un résidu important (près du quart du produit total), dont l'auteur a négligé l'étude.

En traitant par la potasse alcoolique les deux premiers composés chlorobromés, l'auteur a obtenu des produits lacrymogènes qu'il considère comme des éthers vinyliques; mais il n'en fournit pas la preuve, car ces corps n'ont été ni analysés, ni étudiés au point de vue de leurs propriétés. Je ne saurais admettre sans réserves qu'il s'agisse ici d'éthers vinyliques halogénés; je rappellerai, en effet, que le dibromodifluoréthane asymétrique $CH_2Br — CBr F_2$, analogue à l'un des éthanes chlorobromés de l'auteur, se transforme quantitativement en éther bromodifluoré $C_2H_5O.CFl_2.CH_2Br$ sous l'action de la potasse, et que cet éther, comme tous les dérivés halogénés de l'oxyde d'éthyle, est également lacrymogène.

J'ai exposé les résultats obtenus par l'auteur; il reste à formuler un jugement.

Des trois mémoires qui nous sont présentés, le premier est incontestablement supérieur aux deux autres, tant au point de vue expérimental qu'en raison des considérations théoriques qui

y sont émises : l'auteur y donne la mesure de son habileté, de son sens critique, de son esprit de suite.

Les deux autres mémoires, en particulier le dernier mémoire (III), sont beaucoup moins complets; les propriétés chimiques des éthylènes qu'il a obtenus ne sont qu'esquissées; il signale la formation d'un acétylène halogéné, mais sans préciser lequel.

On eût souhaité que l'auteur tirât quelques conclusions générales des faits qu'il a observés, ce que sa compétence en la matière lui eût rendu facile. C'est ainsi qu'il a réuni un ensemble intéressant sur les constantes physiques de ses produits, établies sur des échantillons purifiés avec grand soin, mais il ne fait pas de rapprochements entre les valeurs de ces constantes et la constitution; la comparaison des isomères eût à cet égard présenté de l'intérêt.

On a le sentiment que l'auteur, pressé par l'échéance du concours, n'a pas disposé du temps nécessaire pour donner à tout son travail l'étendue et la valeur que présente son premier mémoire (mémoire II). Aussi les critiques que j'ai formulées ne diminuent pas la favorable impression d'ensemble que donne la lecture de l'œuvre qui nous est soumise, et il est certain que l'auteur aspire lui-même à la compléter; peut-être pourrait-il le faire, d'accord avec la Classe, avant la publication de son mémoire, si nous couronnons ce dernier.

Et c'est la proposition que j'ai l'honneur de faire à la Classe, car j'ai la conviction que ce n'est pas seulement sur les mémoires qui nous sont présentés que nous avons à porter un jugement. Si les règlements de nos concours exigent que les travaux présentés soient anonymes, cet anonymat n'est bien souvent qu'une fiction : à celui qui connaît les travaux contemporains sur des sujets voisins de ceux qui sont traités dans les mémoires de concours, point n'est besoin d'être un somnambule extra-lucide pour reconnaître l'auteur des travaux présentés.

Et dans le cas actuel, ces derniers montrent une telle parenté avec ceux d'un chimiste belge qui depuis quelques années

travaille avec succès les dimischlorobromés en C_2, ils en sont la suite si habituelle que je n'hésite pas à leur reconnaître une paternité commune.

Dès lors je ne saurais séparer mon jugement sur les mémoires qui nous sont présentés de celui que je porte sur l'ensemble des recherches de leur auteur.

Cet ensemble est considérable et les trois mémoires présentés pour le concours en sont un heureux complément. Il constitue une contribution importante à l'histoire des combinaisons aliphatiques halogénées, et en le couronnant nous accorderons à leur auteur la récompense méritée de ce labeur persévérant et fructueux qu'il évoque dans sa devise.

Rapport de L. Crismer, second commissaire.

Les trois mémoires analysés par M. Swarts, premier commissaire, présentent, comme il le dit très bien, un air de famille avec tout un groupe de mémoires importants parus dans les *Bulletins de la Société chimique de Belgique;* ils en accroissent l'étendue et le grand intérêt; c'est une raison de plus pour couronner l'œuvre de leur auteur, comme le propose le savant premier commissaire. S'il est entendu que toute restriction faite à la publication de deux des mémoires signifie que la faculté est laissée à leur auteur de les compléter, je me rallie, sans réserve, aux conclusions favorables du rapport de M. Swarts.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

Victor Leclercq. — *Sur les fonctions implicites.*

J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie, de la part de la famille de l'auteur, un exemplaire du mémoire de Victor Leclercq *Sur les fonctions implicites.*

Ce mémoire apporte une contribution importante à l'analyse.

Il est bien connu qu'une équation holomorphe $F(x, y) = 0$ se ramène à une équation de degré n en y et holomorphe en x dans le domaine (x^0), quand la fonction F et ses dérivées jusque l'ordre $n - 1$ en y s'annulent en x^0y^0. Dans le cas de plusieurs équations $F_1(xy_1 \dots y_p) = 0 \dots F_p(xy_1 \dots) = 0$, holomorphes et vérifiées en $x^0y_1^0 \dots y_p^0$, le théorème des fonctions implicites ramène à des équations holomorphes résolues en $y_1 \dots y_n$, quand le jacobien de $F_1 \dots F_p$ n'est pas nul en $x^0y_1^0 \dots$ La considération des dérivées successives, dans le cas d'une seule inconnue y, correspond à un ordre d'idées qui ne se retrouve pas pour un système d'équations simultanées, quand le jacobien devient nul.

Victor Leclercq s'était proposé de traiter la question tout à fait générale, qui présente des difficultés particulièrement ardues. Il s'agissait de rechercher avant tout quels peuvent être les agrégats de dérivées successives, à faire intervenir après le jacobien, pour tenir lieu des dérivées qui s'introduisent dans le cas d'une seule équation $F(xy) = 0$.

Le mémoire qui vient d'être publié contient des résultats extrêmement intéressants que l'auteur a obtenus en 1914 et qu'il avait présentés avec des recherches sur un autre sujet, pour l'obtention du titre de docteur.

Deux mois à peine après son doctorat, le jeune auteur était enlevé à la science par une mort inopinée, alors qu'il poursuivait de nouvelles recherches dans la voie qu'il s'était ouverte.

J. Deruyts.

Minéralogie. — Sur des cristaux de Disthène bleu provenant du Katanga. — Facilité du clivage g^1. — Angle d'extinction sur g^1 et dans les autres faces de la zone verticale. — Faces correspondantes,

par G. CESÀRO, membre de l'Académie.

Dans un lot de petits cristaux plus ou moins roulés, recueillis dans des sables du Katanga, se trouvaient quelques petites masses, grossièrement rectangulaires, ayant de 2 à 5 millimètres, colorées en beau bleu très foncé. Par la percussion, elles donnent des lames de clivage très nettes, qui, au microscope, présentent les caractères suivants : on y aperçoit les traces d'un second clivage parallèles à l'allongement; *la direction d'extinction positive paraît nettement dirigée suivant cet allongement;* la lame, surtout lorsqu'elle n'est pas trop mince, présente un dichroïsme accentué : elle se colore en beau bleu lorsque la lumière la traverse en vibrant parallèlement à la direction positive, mais devient presque incolore lorsque cette vibration est perpendiculaire à l'allongement. Ces caractères ne m'indiquaient aucun minéral connu.

Ayant produit le second clivage, qui est moins facile que le premier, j'y ai reconnu optiquement tous les caractères de la face $h^1 = 100$ (*) du *disthène* : lame sensiblement normale à la bissectrice aigüe n_p; angle de la direction d'extinction positive avec z : $\alpha = 30°$. En outre, dans des fragments où les deux clivages coexistaient, j'ai mesuré pour leur angle aigu

$$106°22' \text{ (angle polaire)};$$

c'est l'angle $h^1(100)g^1(0\bar{1}0)$ du *disthène*. Cependant, il faut

(*) Orientation de V. Rath. Voir Dana, p. 500.

observer qu'il pourrait y avoir ambiguïté, car, des données de *V. Rath* (*), on déduit

$$100.0\bar{1}0 = 106°4'$$

$$100.\bar{1}20 = 106°46',5.$$

Dans les autres localités, on indique le clivage h^1 comme très facile, le clivage g^1 comme moins facile. Dans nos cristaux, c'est le clivage g^1 qui est de beaucoup le plus facile et c'est lui que la percussion produit toujours lorsqu'on ne prend pas de disposition spéciale pour produire h^1.

* * *

L'extinction longitudinale de g^1, non signalée par les auteurs, pourrait induire en erreur dans la détermination d'un cristal de *disthène*. En réalité, si l'on calcule l'angle d'extinction d'après les données admises, on obtient

$$3°34',5;$$

mais, j'ajoute que j'ai trouvé cet angle pratiquement nul, non seulement dans le *disthène* bleu du Congo, mais aussi dans deux lames faisant partie d'une ancienne collection de coupes préparées sous la direction du professeur C. Klein (**). Il est vrai que, dans ce dernier cas, il s'agit de préparations et que celles-ci peuvent souvent donner des résultats très erronés (***); mais, dans le cas présent, il faudrait que la coupe eût dévié d'environ

(*) *Loc. cit.*

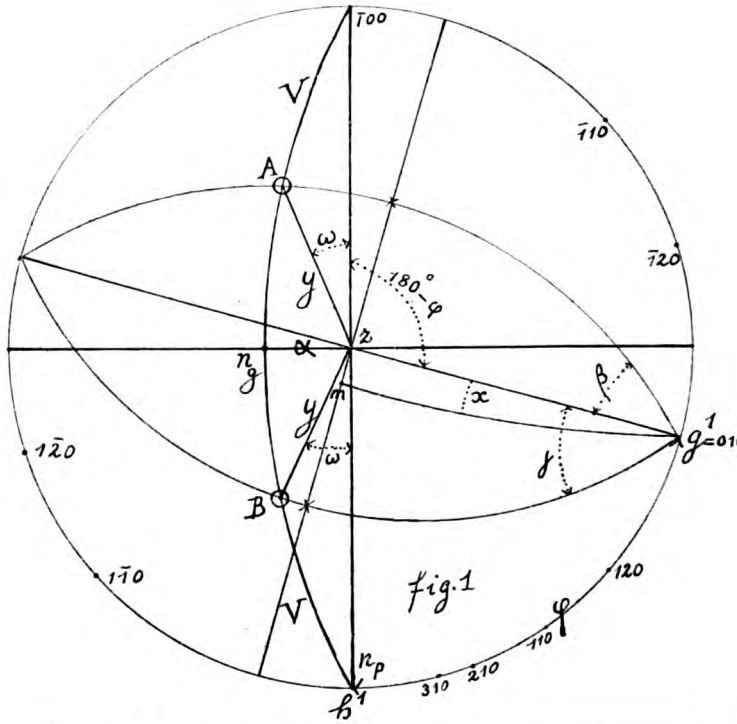
(**) Ces lames sont marquées : l'une comme étant parallèle au clivage M, l'autre comme parallèle au clivage T; en réalité, elles sont toutes les deux des lames g^1 comme l'indique leur angle d'extinction.

(***) G. Cesàro, *Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Monte Somma. L'anorthite du Monte Somma.* Cristal taillé (tube I), pp. 203 à 207. (Mémoires de la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique. Deuxième série. Coll. in-8°, t. III, 1911-1913.)

14° pour que l'angle d'extinction devînt nul. Je pense que cette divergence provient, non de la variation de l'angle h^1g^1, car dans mon cas cet angle varie de manière à augmenter l'angle d'extinction, mais, probablement, du fait que la bissectrice n_p n'est pas rigoureusement normale à h^1 et qu'elle est orientée au voisinage de la normale à cette face de manière à rendre sensiblement nul l'angle d'extinction sur g^1.

* * *

Variation de l'angle d'extinction dans la zone verticale. — La figure 1 est une projection stéréographique, sur un plan



normal à z, des axes d'élasticité et des axes optiques A, B, du *disthène*. L'angle d'extinction sur g^1 s'obtient en menant les grands cercles g^1A et g^1B, puis traçant leur arc bissecteur

g^1m (*); m sera le pôle de la direction d'extinction positive et $\widehat{mz} = x$ l'angle d'extinction demandé. Pour calculer cet angle, on a

$$2x = \gamma - \beta; \tag{1}$$

en désignant par y l'angle que fait un axe optique avec la verticale, le triangle rectangle Azn_a donne

$$\begin{aligned} \cos y &= \cos \alpha \sin V \\ \sin \omega &= \operatorname{tg} \alpha \cot y. \end{aligned} \tag{2}$$

On part de

$$\alpha = 30°, \quad V = 41°30', \quad \varphi = h^1g^1 = 73°56';$$

on obtient

$$y = 54°58'52'', \qquad \omega = 23°51'46''.$$

Les triangles Azg^1, Bzg^1 donnent respectivement

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \sin (\varphi - \omega) \operatorname{tg} y \\ \operatorname{tg} \gamma &= \sin (\varphi + \omega) \operatorname{tg} y. \end{aligned} \tag{3}$$

En remplaçant ces valeurs dans (1), il vient

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{\sin 2\alpha \cos \varphi}{\cos 2\alpha + \operatorname{tg}^2 y \cos^2 \alpha \sin^2 \varphi};$$

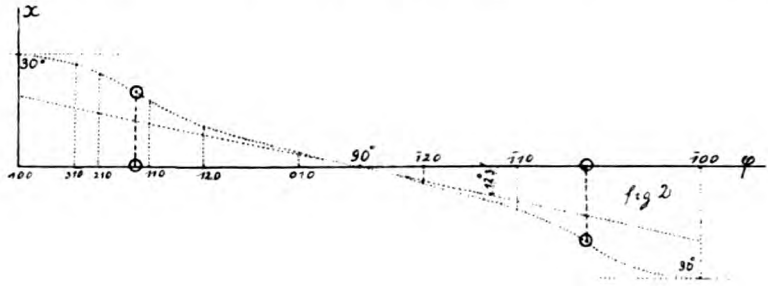
enfin, en remplaçant y par sa valeur (2), on obtient l'angle d'extinction en fonction des trois données : α, V et φ :

$$x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sin 2\alpha \cos \varphi}{\cos 2\alpha + \sin^2 \varphi (\sin^2 \alpha + \cot^2 V)}. \tag{4}$$

Si l'on suppose que φ représente, non l'angle h^1g^1, mais l'angle d'une face quelconque de la zone verticale avec 100,

(*) Pour plus de clarté, l'angle x a été amplifié sur la figure.

l'équation (4) donne la variation de l'angle d'extinction x dans la zone verticale. Sur la figure 2 on a tracé la courbe représentée par l'équation (4) : Pour $\varphi = 0°$, la tangente est paral-



lèle à l'axe des φ; au point $\varphi = 90°$, la tangente fait avec cet axe un angle

$$i = 12°3'19''.$$

La courbe a deux points d'inflexion; l'un d'eux se trouve au point $\varphi = 90°$; l'autre est donné par une équation très complexe, du troisième degré en $\sin^2\varphi$; mais j'ai obtenu ce point assez simplement en remplaçant, dans les dérivées secondes déduites des équations (3),

$$-\gamma'' = A\sin(\varphi+\omega)\frac{1+2A^2-A^2\sin^2(\varphi+\omega)}{\{1+A^2\sin^2(\varphi+\omega)\}^2},$$

$$-\beta'' = A\sin(\varphi-\omega)\frac{1+2A^2-A^2\sin^2(\varphi-\omega)}{\{1+A^2\sin^2(\varphi-\omega)\}^2},$$

φ par une suite de valeurs, jusqu'à ce qu'on ait obtenu

$$\gamma'' = \beta''.$$

Dans ces formules,

$A = \operatorname{tg} y$, $\log A = 0{,}1544693$, $1+2A^2 = 5{,}073508$, $\omega = 23°52'$.

On obtient

φ	$30°28'$	$30°29'$	$30°28'50''$
$-\gamma''$	$0{,}786740$	$0{,}786410$	$0{,}786465$
$-\beta''$	$0{,}784995$	$0{,}786740$	$0{,}786449.$

L'angle φ relatif au point d'inflexion est donc compris entre les deux dernières valeurs inscrites ci-dessus; on peut prendre, à moins d'1′ près,

$$\varphi_{\text{infl.}} = 30°29';$$

au point d'inflexion, l'angle d'extinction est

$$x_{\text{infl.}} = 19°57',$$

et l'inclinaison de la tangente sur l'axe des φ,

$$i_{\text{infl.}} = 45°59'.$$

Si l'on calcule les angles que font les différentes faces de la zone verticale avec $h^1 = 100$, en marchant de h^1 vers la droite sur le cercle des pôles, puis les angles d'extinction correspondants, on obtient le tableau suivant :

	$\overline{100}$	$\overline{310}$	$\overline{210}$	$\overline{110}$	$\overline{120}$	$\overline{010}$	$\overline{1\bar{2}0}$	$\overline{1\bar{1}0}$	$\overline{1\bar{0}0}$
$\varphi =$	$0°$	$14°39'$	$20°42',5$	$34°17'$	$48°44'$	$73°56'$	$106°46',5$	$131°42'$	$180°$
$x =$	$30°$	$27°15'$	$24°46',5$	$18°\ 0',5$	$11°22'$	$3°34',5$	$-3°45'$	$-11°32',5$	$-30°$

* * *

Ce tableau montre que dans le *disthène* il y a des formes qui se correspondent par l'angle qu'elles font avec 100 et par l'angle d'extinction, cette seconde correspondance se déduisant de la première par le fait que la bissectrice n_p est normale à h^1. Ainsi :

$$\begin{cases} 100 \,.\, 120 = 48°44', & x = +\,11°22' \\ 100 \,.\, 1\bar{1}0 = 48°18', & x = +\,11°32',5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100 \,.\, 010 = 73°56', & x = +\,3°34',5 \\ 100 \,.\, 1\bar{2}0 = 73°13',5, & x = +\,3°45'. \end{cases}$$

En général, à

$$hk0 \quad \text{à droite de } h^1, \text{ correspond}$$
$$2h + k \,.\, \overline{2k} \,.\, 0, \quad \text{à gauche de } h^1, \tag{5}$$

faisant avec h^1 très sensiblement le même angle, et ayant des angles d'extinction sensiblement égaux et de même signe. On voit, par exemple, qu'à moins de la possibilité de mesures goniométriques précises, il sera impossible de distinguer 010 de $1\bar{2}0$; c'est à ce fait que se rapporte notre restriction lorsque nous avons dit que le clivage facile s'effectuait parallèlement à 010.

Il suit aussi de ce qui précède qu'il doit exister dans la zone verticale une face possible sensiblement perpendiculaire à 100 : cette face, $hk0$, devant avoir pour correspondante $\overline{hk}0$. il faut, d'après (5), que

$$-\frac{2h + k}{2k} = \frac{h}{\overline{k}};$$

d'où

$$\frac{k}{h} = -4;$$

c'est donc la face

$$\overline{1}40.$$

Effectivement, avec les données de *V. Rath*, on obtient

$$100 \,.\, \overline{1}40 = 90°23',$$

et, avec la valeur $h^1 g^1 = 73°28'$, que j'ai obtenue dans le *disthène* bleu,

$$100 \,.\, \overline{1}40 = 89°58',5.$$

Peut-être y aurait-il avantage à prendre pour faces verticales du clinoèdre primitif deux faces correspondantes, par exemple celles qui sont actuellement notées $1\bar{1}0$ et 120.

*
* *

Euclase. — Dans le même lot, j'ai trouvé un cristal unique, dont les caractères se rapportent à l'*euclase,* minéral qui n'a pas encore été signalé au Congo. Je reviendrai sur ce sujet après détermination complète.

Dans la Nouvelle Belgique,

par LÉON FREDERICQ, membre de l'Académie.

Grâce à sa situation élevée, la *Nouvelle Belgique (Cercles d'Eupen* et de *Malmédy)* est une région des plus intéressantes au point de vue de la faune et de la flore.

La partie méridionale du *Cercle d'Eupen,* formée de fagnes et de hautes tourbières où la Vesdre prend sa source, est reliée directement au plateau de la *Baraque Michel.*

Le *Cercle de Malmédy* est traversé du Nord au Sud par la ligne de partage entre le bassin du Rhin (*Kyll* et *Our*) et celui de la Meuse (*Roer, Warche, Holzwarche, Amblève*). C'est une suite de hauts plateaux, présentant en général une altitude de plus de 500 mètres. En deux endroits, au plateau de la *Baraque Michel* et à celui du *Losheimerwald,* le niveau dépasse 600 mètres sur une assez grande surface et atteint respectivement 691 mètres à *Botrange* (point culminant du plateau de la *Baraque Michel*) et 690 mètres au *Weisserstein,* dans le *Losheimerwald.*

Cette altitude élevée explique la basse température et l'abondance des précipitations atmosphériques en *Nouvelle Belgique.* Le froid humide est peu favorable à la culture des céréales ou des plantes industrielles ; il convient, au contraire, aux pâturages qui y occupent une étendue notable, surtout dans les parties relativement basses, tandis que les sommets sont couverts de superbes forêts d'épicéas, alternant avec de la haute futaie de hêtre.

Les conditions exceptionnellement rudes du climat sont poussées à l'extrême au plateau de la *Baraque Michel*. J'ai appelé l'attention sur l'anomalie de température présentée par ce sommet de l'*Ardenne*, qui en fait, à ce point de vue, l'équivalent d'une montagne, non de 700 mètres, mais de 1200 mètres au moins, et qui explique la persistance dans les *Hautes Fagnes* de nombreux représentants de la faune et de la flore de l'époque glaciaire, qui y forment une colonie locale, un véritable *îlot arctique alpin* (1).

(1) Léon Fredericq, *La Faune et la Flore glaciaires du plateau de la Baraque Michel (point culminant de l'Ardenne)*. (Bull. de l'Acad. roy. de Belg. [Classe des sciences], 1904, n° 12, pp. 1263-1326.) — *Présence de* Planaria alpina Dana *en Belgique*. (Bull. de l'Acad. roy. de Belg. [Classe des sciences], 1905, n° 5.) — *L'îlot glaciaire (animaux et plantes) du plateau de la Baraque Michel*. (Bull. des Chercheurs de la Wallonie, t. V, 1912.)

Aux listes d'animaux et de plantes que j'ai données pour le plateau de la *Baraque Michel*, je puis ajouter les Lépidoptères diurnes : *Argynnis Niobe* (Dr Mairlot), *Polyommatus virgaaureae*, le Diptère *Microsania stigmaticalis* Zett., signalé par Severin (*Bull. Soc. entomol.*, novembre 1921), la plante phanérogame *Empetrum nigrum* (abbé Toussaint) et un certain nombre de Mousses et d'Hépatiques subalpines, découvertes par l'abbé Toussaint, curé de Weismes, notamment *Oligotrichum hercynicum* (mousse acrocarpe) et *Alicularia compressa* Nees (hépatique). (Abbé Fr. Toussaint, *Quelques notes sur la géologie et la flore de Malmédy*. [La Terre wallonne, t. II, n° 6, 30 septembre 1920, pp. 384-400].)

M. Toussaint me signale également comme subalpines, les Hépatiques : *Haplozia sphaerocarpa* Dum., *Lophozia Floerkii* Sch., *Lophozia Kunzeana* Evans, *Marsupella aquatica* Schiffner, *Marsupella emarginata* Dum., *Metzgeria conjugata* Lindb., *Metzgeria pubescens* Raddi, *Sphenobolus minutus* Steph.; les Mousses pleurocarpes : *Fontinalis dalecarlica* Schimper, *Pterigynandrum filiforme* Hedw. et sa variété *decipiens*, *Heterocladium heteropterum* Schimper, *Orthothecium intricatum* Schimper, *Brachythecium reflexum* Bryol. eur., *Hyocomium flagellare* Bryol. eur., *Plagyothecium pulchellum* Bryol. eur., *Hypnum crista-castrensis* L., *Hypnum engyrium* Sch., *Hypnum ochraceum* Turn., et les Mousses acrocarpes : *Rhabdoweisia fugax* et *Rhabdoweisia denticulata* Bryol. eur., *Dichodontium pellucidum* Schimper, *Dicranella squarrosa* Schimper, *Dicranum fuscescens* Turn., *Dicranum montanum* Hedw., *Schistidium alpicola* Limp. var. *rivulare*, *Dryptodon Hartmani* Limp., *Racomitrium aciculare* Brid., *Racomitrium protensum* Braun, *Racomitrium sudeticum* Bryol. eur., *Racomitrium fasciculare* Bryol. eur., *Zygodon viridissimus* Brown var. *rupestris*, *Plagyobryum Zierii* Lindb., *Mnium cinclidioides* Hübener, *Bartramia Halleriana* Hedw., *Plagyopus Oederi* Limp.

Depuis trois ans, j'ai étudié au même point de vue les hauts plateaux du *Cercle de Malmédy*, principalement celui du *Losheimerwald*.

Je m'attendais à y rencontrer l'équivalent de l'*îlot glaciaire de la Baraque Michel*.

Ces prévisions ne se sont pas entièrement réalisées.

J'y ai retrouvé, il est vrai, en abondance, certaines formes animales et végétales caractéristiques du plateau de la *Baraque Michel*. Il y a là de véritables pelouses de *Meum athamanticum*, et des parterres d'*Arnica montana*, dans les pâturages qui occupent le fond des nombreux vallons boisés qui déversent leurs eaux dans la *Kyll*, dans l'*Our*, dans la *Warche*, dans la *Holzwarche* ou dans l'*Amblève* naissante.

Parmi les insectes alpins, *Erebia medusa*, *Erebia ligea*, *Polyommatus hippothoe* y sont communs. Dans tous les ruisseaux, on trouve, sous les pierres, *Polycelis cornuta*. La moule perlière, *Margaritana margaritifera*, se rencontre dans l'*Amblève*, l'*Our*, le *Braunlauf*, le *Perlenbach*, etc.

Mais à altitude égale, le froid est moins vif et les précipitations atmosphériques moins abondantes à *Losheimergraben* qu'au plateau de la *Baraque Michel*. Aussi, la faune et la flore y ont un cachet beaucoup moins *alpestre*. Sous ce rapport, le contraste est frappant entre les deux plateaux, qui ont cependant même altitude et même superficie.

Le plateau de la *Baraque Michel* est une région désolée de tourbières et de fagnes incultes, presque dépourvue de végétation arborescente, ne présentant, comme habitations, au-dessus de 550 mètres, que deux chétives auberges le long de la grand'route. Le plateau de *Losheimergraben* est couvert de superbes forêts, de cultures et de pâturages, et porte, sur sa pente occidentale, plusieurs villages ou hameaux : *Mürringen* à 650 mètres, *Rocherath* à 640 mètres, *Krinkelt* à 630 mètres,

Losheimergraben à 670 mètres, etc. (*Elsenborn* est également à 630 mètres).

Le fameux *Colias palaeno,* si abondant à la *Baraque Michel,* fait défaut dans le *Losheimerwald* et dans le reste du *Cercle de Malmédy.* J'y ai vainement cherché les Lépidoptères diurnes, *Argynnis Aphirape, Argynnis Arsilache, Polyommatus helle, Satyrus Davus* et tant d'autres insectes caractéristiques des *Hautes Fagnes.* Nombre de Diptères arctiques-alpins, communs à la *Baraque Michel,* ne se rencontrent plus à *Losheimergraben.*

Parmi les plantes, il faut surtout signaler la rareté ou l'absence de *Narthecium ossifraga,* et l'absense complète de *Vaccinium uliginosum,* le représentant *phanérogame* le plus caractéristique de la flore arctique-alpine à la *Baraque Michel* et aux environs de *Malmédy.*

Les animaux et les plantes alpines ont ici une aire de distribution singulière, qui n'est réglée par l'altitude que sur le versant nord et ouest du plateau de la *Baraque Michel.*

Je prendrai comme exemple cette même *Myrtille des Fanges* ou *Myrtille de loup* (*Vaccinium uliginosum*), dont j'ai pointé sur la carte, depuis des années, la présence ou l'absence dans de nombreuses excursions faites dans la région (1).

La plante existe en abondance à l'est de la province de Liége, et dans les *Hautes Fagnes,* dès que l'altitude atteint 500 mètres et au-dessus. Plus bas, jusque vers 400 mètres, on peut, surtout

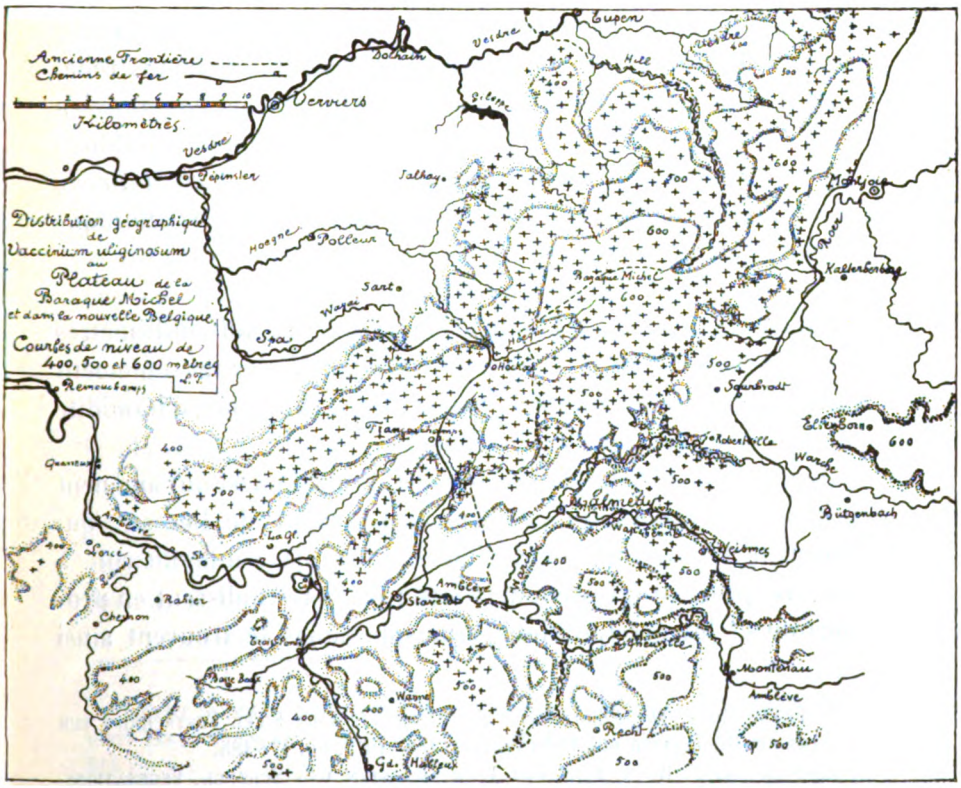
(1) *Vaccinium uliginosum* se retrouve au plateau de la *Baraque de Fraiture,* dans la forêt de *Saint-Hubert,* dans les environs d'*Arlon* et sur quelques autres points du *Luxembourg,* notamment près de *Viel-Salm.* Les stations signalées en Campine me semblent douteuses.

Je tiens à remercier ici M. Crahay, Directeur général des eaux et forêts, qui a bien voulu faire faire une enquête par le personnel des eaux et forêts sur l'aire de dispersion de *Vaccinium uliginosum* en Belgique.

Il serait intéressant d'établir pareillement l'aire de dispersion en Belgique de certaines espèces animales ou végétales dont la limite de distribution géographique coupe notre pays. Je citerai, par exemple, *Helix aspersa,* l'escargot gris.

au versant nord, en rencontrer encore de petites colonies. J'en connais quelques touffes descendant au-dessous de 400 mètres, dans l'*Hertogenwald*, à *Sart*, et au sud-est de *Spa*.

La Carte ci-jointe montre cette étroite relation entre l'altitude et la présence de *Vaccinium uliginosum*, au nord et à l'ouest du plateau de la *Baraque Michel*.



Mais, dès qu'on dépasse la vallée de la *Roer* vers l'est, ou celle de l'*Amblève* au sud de Malmédy, l'influence de l'altitude ne se fait plus sentir : *Vaccinium uliginosum* disparaît brusquement, et manque dans le reste du *Cercle de Malmédy*.

Il faut enjamber nos nouvelles frontières et atteindre l'altitude de 697 mètres au *Schwarzer Mann*, dans la *Schneeeifel* (*Prusse*

rhénane), pour en retrouver une colonie isolée, de peu d'étendue (1).

La faune et la flore glaciaires, si caractéristiques du plateau de la *Baraque Michel*, font donc, en partie, défaut au *Losheimerwald*, quoique l'altitude et l'étendue des deux plateaux soient approximativement les mêmes.

A quelle cause faut-il attribuer cette différence? Principalement, sans doute, à la différence du climat, qui est moins rude, c'est-à-dire moins *froid* et moins *humide* à *Losheimergraben* qu'à la *Baraque Michel*, ainsi qu'il résulte des données publiées par l'observatoire d'Aix-la-Chapelle pour le *Cercle de Malmédy* et de celles de l'observatoire de Bruxelles pour la *Baraque Michel* (2).

Humidité. Pluie. — Il tombe de 1,200 à 1,400 millimètres d'eau par an à *Botrange* ou à la *Baraque Michel*, et seulement 900 millimètres à *Losheimergraben*. Cette différence d'humidité s'explique d'une façon assez plausible.

On sait qu'en *Belgique*, ce sont les vents d'ouest qui amènent principalement la pluie. Les nuages, venant de l'océan, qui abordent le littoral belge, s'élèvent avec la pente du sol, à mesure qu'ils progressent vers l'est; ils se refroidissent en proportion et les précipitations atmosphériques se trouvent ainsi

(1) Franz Roth, *Die Pflanzenwelt der Schneifel*, dans Eifel Festschrift zur 25 jährigen Jubelfeier des Eifelvereins, 1888-1913, pp. 177-185.

Kornike und F. Roth, *Eifel und Venn*. (Karsten und Schenck. Vegetationsbilder, V. Rhe, Heft 1-2, 1907.)

(2) A. Lancaster, *La pluie en Belgique*. Bruxelles, 1894, vol. in-8°.

D. Vanhove, *Étude pluviométrique sur le bassin de la Meuse*. (Mém. cour. de l'Acad. roy. de Belg., t. LXII, 1904, in-4°.)

P. Polis, *Die Niederschlagsverhältnisse der mittleren Rheinprovinz und der Nachbargebiete*. (Forschungen zur deutschen Landes- und Volkskunde, XII. Stuttgart, 1899.) — *Nord-Eifel und Venn. Ein geographisches Charakterbild*. Aachen, 1905, 117 p. — *Die Klimatischen Verhältnisse in der Rheinprovinz*, 1904, 22 p. — *Ueber einige Klimatologische Eigenthümlichkeiten des Hohen Venns*, 3 p.

réglées par l'altitude. Les courbes de la carte pluviométrique de notre pays coïncident étroitement avec les courbes de niveau de la carte hypsométrique. Ce phénomène est très manifeste, tant qu'on n'a pas atteint la crête de partage ou de maximum d'altitude de la *Baraque Michel*. Mais au delà de ce seuil, les nuages, qui ont déversé leur trop-plein, redescendent et ne sont plus influencés de la même façon par l'altitude.

Losheimergraben, le *Cercle de Malmédy* et l'*Eifel* se trouvent ainsi protégés, jusqu'à un certain point, contre la pluie, par l'influence du plateau de la *Baraque Michel*.

Température. — Mais pourquoi la température moyenne est-elle plus basse à la *Baraque Michel* qu'à *Losheimergraben*, à altitude égale? C'est un second fait dont l'explication n'est pas aussi simple et n'a pas encore été trouvée.

Tout ce qu'on peut dire, c'est que cette anomalie locale de la température a peut-être son origine dans un lointain passé.

Si, comme je l'ai toujours cru, et comme Kurt Stamm l'affirme, le plateau des *Hautes Fagnes* était à l'*époque glaciaire*, seul de toutes les montagnes voisines, couvert d'une calotte de glace; l'anomalie de température qu'il présente aujourd'hui aurait existé déjà à cette époque lointaine. Ce serait un phénomène *fossile*, si l'on peut dire, datant de l'*époque quaternaire* (1).

(1) Kurt Stamm, *Glacialspuren im Rheinischen Schiefergebirge.* (Verh. des naturhist. Vereins der pr. Rheinlande und Westfalens, 1912, I. Bonn, 1913, pp. 151-214.)

Un des arguments que Kurt Stamm a mis en avant en faveur de l'existence d'un glacier quaternaire à la *Baraque Michel*, c'est le modelé spécial du relief de ce plateau. Au-dessus de la cote 500 à 550, les courbes de niveau y ont des inflexions molles; il n'y a pas de vallées à profil en V, mais seulement de larges bassins à profil en U très évasé. C'est la caractéristique du sol modelé par les glaciers. Les vallées d'érosion à profil en V font leur apparition brusquement vers la cote 500. Ce phénomène s'observe sur tout le pourtour du plateau de la *Baraque Michel*.

Lors de la réunion de la *Société belge de Géologie* à *Sourbrodt* en septembre 1920, j'ai appelé l'attention sur la différence que présente, sous ce rapport, le relief du

Conclusion. — La colonie d'animaux et de plantes arctiques-alpines, l'*îlot glaciaire,* cantonné au plateau de la *Baraque Michel,* constitue pour nos régions un phénomène unique et exceptionnel, qui ne se retrouve pas, avec la même ampleur, sur les autres hauts plateaux de la *Nouvelle Belgique,* notamment à *Losheimergraben.* Ce phénomène paraît en rapport avec l'anomalie locale de température qui caractérise le climat de la *Baraque Michel,* anomalie dont l'explication n'a pas encore été donnée et qui, peut-être, se manifestait déjà à l'*époque quaternaire.*

La *Baraque Michel* nous apparaît ainsi comme une région encore plus intéressante que ne le faisaient supposer mes premières études.

---

plateau du *Losheimerwald.* Ici, plus de molles inflexions des courbes de niveau : bien au contraire, ces courbes se marquent sur la carte par des zigzags nombreux, à angles aigus.

J'avais mis en regard un calque des courbes de niveau du plateau de la *Baraque Michel* au 20 000e et un autre du plateau de *Losheimergraben* réduit à la même échelle.

A *Losheimergraben,* les vallées d'érosion ont leur origine au sommet même du plateau et non à son pourtour. La *Kyll* naît par un petit vallon, très encaissé en V, dans le potager situé derrière le cabaret bordant la route qui court sur la crête de partage du bassin du *Rhin* et de la *Meuse.* L'*Our,* la *Warche* naissent pareillement à quelques centaines de mètres du sommet, dans des vallons d'érosion. Seule la *Holzwarche* a sa source de l'autre côté de la route, dans des marécages rappelant ceux de la *Baraque Michel.* Mais à un ou deux kilomètres plus bas, la dépression a déjà le caractère d'une vallée d'érosion.

Je n'insiste pas. Cette question sort de ma compétence. Elle fait d'ailleurs l'objet des études de spécialistes.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Trajectoire d'un point électrisé dans le champ dû à un électron pur,**

par MAURICE NUYENS (*).

Dans les *Premiers Compléments de la Gravifique einsteinienne* (**), M. De Donder établit la forme quadratique définissant le champ dû à un électron purement électrique. Je me propose, en partant de cette forme quadratique et en utilisant le théorème du tenseur asymétrique, de chercher l'équation différentielle de la trajectoire d'une particule purement électrique placée dans le champ de cet électron. La charge de cette particule sera supposée suffisamment petite pour ne pas modifier sensiblement le champ électromagnétique. En considérant la particule à un moment où sa vitesse est nulle, une des quatre équations déduites du théorème du tenseur asymétrique donne, en première approximation, la loi de Coulomb.

I. Le champ gravifique à l'extérieur d'un électron purement électrique est défini par (*Compl.* V, éq. [12]) :

$$\left.\begin{aligned}(\delta s)^2 \equiv & -\frac{(\delta r)^2}{1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)} - r^2[(\delta\theta)^2+\sin^2\theta(\delta\varphi)^2] \\ & + c^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right](\delta t^2).\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

En vertu de la symétrie, on pourra supposer les trajectoires planes et passant par l'origine. En prenant ce plan comme

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) Gauthier-Villars, Paris, 1922, ou *Annales de l'Observatoire roy. de Belgique*, 3e série, t. I.

plan équatorial, on aura $\theta = \frac{\pi}{2}$, et l'on écrira plus simplement

$$(\delta s)^2 \equiv -\frac{(\delta r)^2}{1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)} - r^2(\delta\varphi)^2 + c^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right](\delta t)^2. \quad (2)$$

Sur toute trajectoire, on aura donc la relation

$$\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]^{-1}\left(\frac{\delta r}{\delta s}\right)^2 + r^2\left(\frac{\delta\varphi}{\delta s}\right)^2 - c^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]\left(\frac{\delta t}{\delta s}\right)^2 + 1 \equiv 0. \quad (3)$$

Pour éliminer t et s, utilisons le théorème du tenseur asymétrique (*Compl.* I, éq. [**21**]) :

$$\sum_\beta u^\beta \mathrm{M}^*_{\beta i} = -\frac{\mathfrak{L}}{2}\mathrm{A}_i \quad (4)$$

où (*Compl.* I, éq. [**22**])

$$\mathrm{A}_i \equiv \frac{du_i}{ds} - \frac{1}{2}\sum_\alpha\sum_\beta g_{\alpha\beta,i}u^\alpha u^\beta. \quad (5)$$

En supposant la charge du point assez petite pour ne pas modifier sensiblement le champ électromagnétique, on aura donc pour valeurs des composantes du potentiel [*Grav. einst.* (**390**)] (*)

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0; \qquad \Phi_4 \equiv \Phi, \quad (6)$$

où Φ est uniquement fonction de r. Pour la même raison, tous les $\mathrm{M}^*_{\beta i}$ seront donc nuls, sauf [*Grav. einst.* (**391**)]

$$\mathrm{M}^*_{14} = -\frac{d\Phi}{dx_1}. \quad (7)$$

(*) Th. De Donder, *La Gravifique einsteinienne*. Gauthier-Villars, Paris, 1921, ou *Ann. de l'Observ. roy. de Belg.*, 1921.

Rappelons que [*Grav. einst.* (364)]

$$x_1 \equiv \frac{r^3}{3}; \quad x_2 \equiv -\cos\vartheta; \quad x_3 \equiv \varphi; \quad x_4 \equiv t. \tag{8}$$

Le théorème du tenseur asymétrique donne les quatre relations

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dx_1}\frac{dt}{ds} &= -\frac{\varkappa}{2}\mathrm{A}_1 \\ 0 &= \mathrm{A}_2 \\ 0 &= \mathrm{A}_3 \\ u^4\frac{d\Phi}{dx_1} &= \frac{\varkappa}{2}\mathrm{A}_4 \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

La *deuxième* équation (9) est identiquement satisfaite; en effet,

$$\frac{du_2}{ds} \equiv \sin\vartheta\,\frac{d\vartheta}{ds} \equiv 0$$

et tous les $g_{\alpha\beta,2}$ sont nuls.

La *troisième* équation (9) nous fournit l'invariant

$$\boxed{r^2\frac{d\varphi}{ds} = p} \cdot \quad (p \equiv \text{constante d'intégration}). \tag{10}$$

En effet,

$$u_3 = u^3 g_{33} = -\frac{d\varphi}{ds}r^2$$

et tous les $g_{\alpha\beta,3}$ sont nuls. En se reportant à (5), on obtient l'invariant annoncé.

Pour expliciter la *quatrième* équation, calculons A_4. On aura (5)

$$\mathrm{A}_4 \equiv \frac{du_4}{ds} \equiv \frac{d}{ds}\left\{c^2\frac{dt}{ds}\left[1 - \frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right)\right]\right\}. \tag{11}$$

D'autre part, on a (8)

$$u^1 = r^2 \frac{dr}{ds} \tag{12}$$

et, en vertu de [*Grav. einst.* (399)],

$$\frac{d\Phi}{dx_1} = -c\frac{e}{4\pi r^4}, \tag{13}$$

d'où

$$\frac{d\Phi}{dr} = -c\frac{e}{4\pi r^2}. \tag{14}$$

En intégrant

$$\Phi = \frac{ce}{4\pi r}; \tag{15}$$

on a supposé $\Phi = 0$, à l'infini.

La quatrième équation (9) pourra donc s'écrire

$$-\frac{ce}{4\pi r^2}\frac{dr}{ds} = \frac{\mathfrak{L}}{2}\frac{d}{ds}\left\{c^2\frac{dt}{ds}\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]\right\}. \tag{16}$$

Posons (*Compl.* I, éq. [37])

$$\mathrm{E}' \equiv -\frac{\mathfrak{L}}{2}e'; \tag{17}$$

on a démontré que E′ et e' sont des invariants dans le mouvement de l'électron.

En vertu de (16) et (17), on obtient

$$\frac{cee'}{4\pi r^2}\frac{dr}{ds} = \mathrm{E}'\frac{d}{ds}\left\{c^2\frac{dt}{ds}\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]\right\}. \tag{18}$$

En intégrant (18), on obtient

$$\mathrm{C} - \frac{ee'}{4\pi r} = \mathrm{E}'c\frac{dt}{ds}\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]. \quad \left(\mathrm{C} \equiv \text{constante d'intégration.}\right) \tag{19}$$

Posons

$$E' = c^2 m'; \tag{20}$$

nous dirons que m' est *la masse* d'origine électromagnétique de la particule e'.

La relation (19) peut alors se mettre sous la forme

$$\boxed{q - \frac{ee'}{4\pi c^3 m' r} = \frac{dt}{ds}\left[1 - \frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right)\right]} \tag{21}$$

où

$$q \equiv \frac{C}{c^3 m'}.$$

Éliminons t et s dans (3), grâce à (10) et (21), et posons

$$u = \frac{1}{r}; \tag{22}$$

on obtient l'équation différentielle de la trajectoire décrite par e' :

$$\boxed{p^2\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = c^2\left(q - \frac{ee'}{4\pi c^3 m'}u\right)^2 - \left(1 + p^2u^2\right)\left[1 - \frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a} - u\right)\right]}. \tag{23}$$

II. Considérons maintenant la *première* équation (9) et supposons que la particule, à l'instant considéré, ait une vitesse *nulle*; on aura donc

$$\frac{dr}{ds} \equiv \frac{d\varphi}{ds} \equiv 0. \tag{24}$$

La première équation devient alors, après quelques calculs au cours desquels on tiendra compte de (17) et de (20),

$$m'\frac{d^2r}{ds^2} = \left[\frac{1}{c}\frac{ee'}{4\pi r^2}\frac{dt}{ds} + \frac{1}{2}E'\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{dt}{ds}\right)^2\right]\left[1 - \frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right)\right]. \tag{25}$$

En vertu de (2), on a, en outre,

$$\left(\frac{dt}{ds}\right)^2 = c^{-2}\left[1 - \frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right)\right]^{-1}. \tag{26}$$

Passons à l'espace *et* le temps, et *négligeons les termes de l'ordre de* $\frac{\varepsilon^2}{a^2}$; on obtient ainsi *la loi de Coulomb :*

$$\boxed{m' \frac{d^2r}{dt^2} \sim \frac{ee'}{4\pi r^2}}. \tag{27}$$

Évaluons l'ordre de grandeur de $\frac{\varepsilon^2}{a^2}$. On a posé [*Grav. einst.* (406)]

$$\varepsilon^2 \equiv -\frac{1}{2b}\frac{e^2}{32\pi^2}$$

où [*Grav. einst.* (437)]

$$b \equiv -\frac{1}{2\varkappa c}.$$

En unité C. G. S., la constante $c^3\varkappa$ vaut $10^{-27} \times 1{,}87$ cm./gr.

La constante c est égale à $10^{10} \times 3$ cm./sec.

Il en résulte que b est de l'ordre de 10^{47}.

La charge d'un électron est de l'ordre de 10^{-10} et a est de l'ordre de 10^{-12} cm. Donc, enfin, $\frac{\varepsilon^2}{a^2}$ est de l'ordre de 10^{-43}.

Minéralogie. — **Note sur la Kasolite** (*),

par H. BUTTGENBACH, professeur à l'Université de Liège.

La pechblende qui a été découverte dans des mines de cuivre du Katanga (**) est accompagnée de divers minéraux radioactifs, parmi lesquels M. A. Schoep a signalé six espèces nouvelles; l'une de celles-ci est la *Kasolite* (***), dont la composition chimique peut être représentée par la formule

$$3PbO . 3UO^3 . 3SiO^2 . 4H^2O.$$

Ce minéral, d'après M. Schoep, se présente soit en morceaux compacts formés d'agrégats cristallins, soit en cristaux prismatiques allongés, monocliniques, avec plan des axes optiques perpendiculaire au plan de symétrie, la bissectrice aiguë faisant avec un plan de clivage facile un angle voisin de 90°.

J'ai pu étudier quelques échantillons cristallisés de ce minéral et je donne ci-dessous les résultats de mes observations.

Les cristaux sont allongés suivant l'axe binaire d'un prisme clinorhombique et présentent les faces p et h^1, faisant entre elles un angle de 76°20'. Ils ont rarement plus de quatre millimètres de longueur et leur épaisseur atteint à peine un millimètre. De nombreux cristaux sont terminés à une extrémité par les faces m du prisme et il arrive fréquemment que la Kasolite se présente sous forme d'une croûte cristalline sur laquelle on ne distingue que les facettes m minuscules; il est en ce cas presque impossible de séparer les cristaux, de sorte que l'étude n'a pu porter que sur les cristaux ph^1, qu'on peut assez facilement isoler.

(*) Présenté par M. Cesàro.

(**) Voir H. Buttgenbach, *Note préliminaire sur des minerais d'uranium et de radium trouvés au Katanga.* (Annales de la Soc. géol. de Belg., t. XLIV, C. 5, juin 1921.)

(***) *Sur la kasolite, nouveau minéral radioactif.* (Comptes rendus des séances de l'Acad. des sciences, t. CLXXIII, p. 1476, 27 décembre 1921.)

Clivage. — Parallèlement à p existe un clivage très facile ; cependant des clivages parallèles à h^1 et à g^1 se produisent également au cours de l'usure de lames minces.

Les faces de la zone verticale sont striées parallèlement à leur intersection avec le clivage p ; ces stries sont généralement beaucoup plus serrées sur h^1 que sur les faces m.

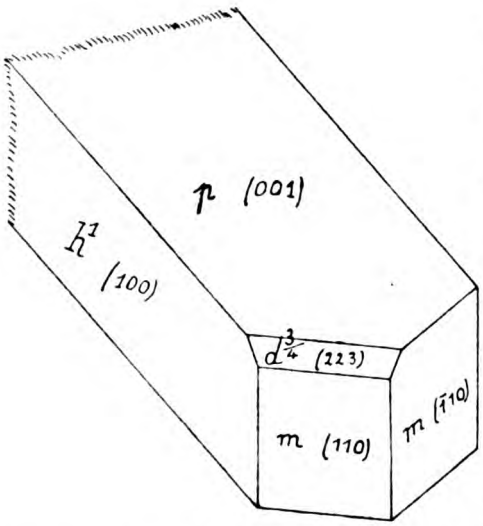
Couleur. — Le minéral est jaune, de teintes diverses, et offre une teinte plus rougeâtre aux extrémités portant les faces m. En lame très mince, la couleur est d'un beau jaune d'orpiment.

La densité est plus grande que celle de l'iodure de méthylène ; M. Schoep a indiqué 5,962 à 17°.

Le minéral raie la fluorine.

Détermination de la forme primitive. — Sur de nombreux cristaux j'ai pu mesurer l'angle que font les faces p (001) et h^1 (100) ; les mesures ont donné des valeurs comprises entre 76°10′ et 76°30′.

J'ai mesuré également divers angles relatifs aux faces m et les mesures prises sont concordantes, comme le montre le tableau ci-après.



Sur un très petit cristal, ayant à peine un millimètre et demi de longueur et représenté dans la figure ci-contre, existait une très petite facette, en zone entre p (001) et m (110), à laquelle j'ai donné la notation $d^3/_4$ (223) ; cette facette, très étroite, ne donnait d'image qu'avec une mire lumineuse rapprochée, mais cette image était suffisamment nette pour

pouvoir prendre la mesure de l'angle que cette facette fait avec p.

Enfin, un autre cristal portait entre $p\,(001)$ et $h^1\ (\bar{1}00)$ une face a^m, allongée, courbe, ne permettant qu'une mesure approximative.

$$\text{Données primitives} \begin{cases} h^1 p = (100)(001) = 76°20' \\ m h^1 = (110)(100) = 61° \\ p d^{3/4} = (001)(223) = 46°22'. \end{cases}$$

$$a : b : c = 1{,}8566 : 1 : 1{,}6217$$

$$\log a = 0{,}2687217 \qquad \log c = 0{,}2099611.$$

TABLEAU DES INCIDENCES.

	Mesurées.	Calculées.
	—	—
$pm = (001)(110)$	83°36'	83°23'21''
$h^1 p = (100)(00\bar{1})$	103°42'	103°40'
$h^1 m = (100)(1\bar{1}0)$	60°50'	61°
$p a^{1/2} = (001)(\bar{2}01)$	68°30' à 71°42'	70°54'58''

Orientation optique. — Comme il est dit plus haut, en lames minces, la couleur est d'un beau jaune ; on n'a constaté de dichroïsme dans aucune lame.

Les lames de clivage p montrent une bissectrice *positive* d'axes assez écartés ; en opérant sur des lames naturelles dans lesquelles les faces h^1 restent visibles, on peut vérifier que la bissectrice se trouve entre les normales à $p\ (001)$ et $h^1\ (\bar{1}00)$.

Pour préciser la position de cette bissectrice, j'ai fait tailler des lames normales à l'allongement, c'est-à-dire suivant g^1 ; la facilité avec laquelle, au cours de l'opération, les clivages h^1 et p se produisent rend très difficile l'obtention de ces lames ; j'ai pu cependant en obtenir de suffisamment nettes pour constater que l'extinction se produisait suivant les droites parallèle et normale à h^1 ; la bissectrice aiguë fait donc un angle de 14°

environ avec la normale à p; le *plan des axes optiques est parallèle à* h^1 *et la bissectrice, positive, est verticale.*

Les indices de réfraction sont supérieurs à 1,78.

Il n'a pas été possible de déterminer les biréfringences des lames étudiées ; l'épaisseur sous laquelle les teintes de parallisation se manifestent est faible et trop irrégulière.

La normale à p étant également inclinée sur les deux axes optiques, l'angle des projections des deux axes sur une lame p représente l'angle dièdre des deux plans passant par la normale à la lame et les axes optiques; cet angle 2ω peut se mesurer au microscope ; j'ai pu mesurer aussi l'angle α que fait dans l'air un des axes optiques avec la normale à p. Si donc on désigne par V le demi-angle vrai des axes optiques et par n l'indice médian, on a

$$\sin V = \sin \omega \cdot \frac{\sin \alpha}{n}.$$

Les mesures ont donné

$$\omega = 64°, \qquad \alpha = 40°30'.$$

Pour $n = 1{,}78$, on aurait donc

$$2V = 39°2'.$$

Comme $n > 1{,}78$, il s'ensuit que la valeur de $2V$ est moindre que 39°.

PALÉONTOLOGIE. — **Observations sur les grands félidés pléistocènes,**

par CHARLES FRAIPONT, professeur à l'Université de Liége (1).

Il y a quelques jours, m'étant rendu dans la Dordogne et dans l'Ariège, pour étudier les cavernes ornées par les artistes paléolithiques, mon ami, le comte Begouen, me fit voir un crâne de panthère qu'il avait recueilli avec ses fils dans les dépôts quaternaires de la grotte des Trois Frères (Enlène, Montesquieu-Avantès, Saint-Girons, Ariège). Il me fit remarquer que ce crâne, comme celui du lynx, était dépourvu à la mâchoire supérieure des premières prémolaires (PM2) qui existent chez les autres félidés.

Cette remarque m'intéressa particulièrement; j'ai, en effet, signalé à l'Académie, en 1920, une Mustellide, quaternaire aussi, de la taille d'une fouine et qui présentait une dentition de putois, c'est-à-dire absence de la PM1. Rentré à Liége, j'ai examiné le seul crâne de panthère fossile des collections universitaires; il provient des fouilles de P.-J. Van Beneden à Engihoul. J'ai immédiatement constaté que, comme sur le crâne de l'Ariège, la deuxième prémolaire manquait. Il ne s'agit donc pas d'une anomalie tout à fait accidentelle, mais d'une race de panthère éteinte, plus évoluée que les variétés actuelles. Ici l'on ne peut supposer qu'il s'agisse d'un lynx géant; le crâne est nettement celui d'une panthère et par ses caractères et par ses dimensions.

Les anciens auteurs ont appelé la panthère des cavernes *Felis antiqua*, en se basant sur sa taille supérieure à celle des panthères actuelles et surtout en partant de la vieille donnée : à chaque époque une faune distincte. Aujourd'hui, on considère ce fossile comme une race éteinte de *Felis pardus*. On considère aussi la

(1) Présenté par M. Max Lohest.

panthère et le léopard actuels (*Felis pardus*), le jaguard (*Felis onca*), le léopard de Chine (*Leopardus chinensis*) et celui du Japon (*L. japonensis*) comme quatre variétés du *Felis* (*Leopardus*) *pardus*. *Felis pardinensis* et *F. avernensis*, comme le *F. pardoides* du Red-Crag, sont aussi des variétés du *F. pardus*.

La variété dont nous parlons et dont la formule dentaire est celle du lynx $\frac{3.1.2.1}{3.1.2.1}$ rentre dans l'espèce et nous l'appellerons *Felis pardus*, Lin. var. *Begoueni*, Fraip.

J'ai cru intéressant de communiquer cette note à l'Académie, non pour l'intérêt très relatif que présente la découverte d'une variété nouvelle, mais parce qu'au point de vue de l'évolution des mammifères il m'a semblé intéressant de donner un nouvel exemple d'une forme quaternaire d'une espèce actuelle, plus évoluée que cette dernière.

Chez les félidés, cette deuxième prémolaire qui manque au lynx n'est en somme plus fonctionnelle ; elle est atrophiée. Elle manque au *Smilodon* et au *Machaerodus*, ces prototypes très évolués des félins. *Smilodon* est même parfois dépourvu de la 3.P.M. inférieure ; un crâne de Tarija n'a à la mandibule que P4 et M1, alors qu'un autre crâne du Brésil possède P3., P4 et M1. Améghino en faisait un caractère spécifique ; Boule n'y voit qu'un caractère ancestral ou peut-être même sexuel (1). Pour notre panthère, on ne peut penser à un caractère sexuel, puisque les panthères actuelles ont toutes cette 2.P.M. ou tout au moins l'alvéole pour la loger. A priori, nous pouvons dire qu'à côté de notre var. *Begoueni* à dentition réduite il existait la var. *antiqua* à dentition complète, ou bien toutes nos panthères actuelles présentent une régression atavique.

Chose curieuse, Cuvier, dans ses *Recherches sur les ossemens fossiles* (2), pense que le grand chat des cavernes, *Felis*

(1) Boule, *Mammifères fossiles de Tarija*. Paris, Imprimerie Nationale, 1921.
(2) Cuvier, *Recherches sur les ossemens fossiles*, 3e édit. Paris, Dufour, 1825.

spelaea, que tout le monde considère aujourd'hui comme une simple variété du Lion (*Felis leo* var. *spelaea*), n'a pas non plus de 2.P.M.; il s'exprime comme suit : « Il paraît que l'individu dont provient la grande tête et celui qui a fourni le morceau d'Esper manquaient de la petite molaire antérieure supérieure. M. Goldfuss assure qu'il en est de même de tous les fragmens de mâchoire supérieure qu'il a vus; en conséquence, dans son premier ouvrage, il avait cru pouvoir faire de son absence un caractère spécifique, qu'il jugeait commun à cet animal et au lynx, auquel Daubenton refuse aussi cette dent ».

Au contraire, Schmerling s'élève contre cette opinion [1]; on lit dans son ouvrage : « J'ai fait représenter une portion de la mâchoire supérieure pour prouver que l'opinion de MM. Cuvier et Goldfuss n'est pas conforme à ce que je viens d'observer, c'est-à-dire que ces deux savants prétendent que la première molaire n'existe pas dans les têtes fossiles. Cette absence est même par eux regardée comme un caractère spécifique; cependant dans quatre portions de la mâchoire supérieure que je possède, le trou pour la première dent est très évident et bien certainement ces fragments ont appartenu à l'espèce dont ces auteurs ont décrit des pièces plus entières. Au reste, la conséquence tirée à cette occasion par M. Cuvier, de l'absence de cette dent dans le fragment décrit par Esper, n'a aucune valeur; puisqu'il est représenté en profil, dès lors il est impossible d'assurer si l'alvéole s'y trouve. Aussi me crois-je obligé de fixer l'attention des géologues anatomistes sur ces faits, et l'avenir éclaircira si ce n'est pas purement par accident que les têtes et les fragments, que ces auteurs ont vus, sont privés de ces dents; il se peut, au reste, qu'elles tombent de bonne heure; mais un morceau que je conserve ferait exception à cette règle, parce qu'il est d'un individu vieux et l'alvéole pour la

(1) Schmerling, *Recherches sur les ossements fossiles découverts dans les cavernes de la province de Liége*. Liége, Collardin, 1834.

première molaire y est parfaitement conservé dans toute son étendue ».

Ni Cuvier, ni Schmerling ne parlent de cette réduction dentaire chez leur *Felis antiqua*; Boule n'en fait pas mention [1] au sujet des nombreux lions quaternaires qu'il a vus.

Quoi qu'il en soit, il semble y avoir eu pendant le quaternaire, à côté des lions et des panthères, qui ne diffèrent des variétés actuelles que par une taille souvent plus grande, des lions et des panthères plus évolués dont la dentition présentait la réduction normale chez le lynx.

Note ajoutée pendant l'impression. — Les deux crânes décrits par Boule et se rapportant à *Felis pardus* race *Antiqua*, de la caverne de Malarnaud (Ariège) et de la caverne de Mars à Vence, ont une dentition complète de panthère. (Voir M. Boule, *Les Grottes de Grimaldi*, t. I, fasc. 3, pp. 266-271. Imprimerie de Monaco, 1906.)

Liége, 11 octobre 1922.

[1] Boule, *Les grands Chats des cavernes*. (Ann. de Paléontologie, t. I. Paris, Masson, 1906.)

Séance du samedi 4 novembre 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur;* Charles Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, G. Cesàro, Max Lohest, Fr. Swarts, A. Demoulin, A. Rutot, Victor Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, P. Nolf, L. Crismer, Edm. van Aubel, *membres.*

MM. Stuyvaert, Th. De Donder, P. Fourmarier, O. Van der Stricht, V. Grégoire, *correspondants;* G.-A. Boulanger, *associé,* et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Neuberg, Massart et Lecointe, membres; De Halu, correspondant.

CORRESPONDANCE.

Le Cercle des Carpathes, de Kesmark (Tchéco-Slovaquie), demande à l'Académie de prendre part ou de se faire représenter à une réunion qui se tiendra les 11 et 12 novembre 1922 à Weszterheim (Hohe Trata), en vue de l'établissement, au sommet du Getlsdorf (2,663 mètres), d'un observatoire météorologique. L'Académie ne peut donner suite à cette demande.

M. Seligmann remercie l'Académie de l'avoir nommé membre du Comité national de Géographie.

Les Universités de Bruxelles, Liége et Louvain font connaître les noms des étudiants auxquels elles ont délivré, en 1922, le diplôme légal de docteur en sciences chimiques avec la plus grande distinction.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Embryons multiples polyovogoniques chez les Mollusques, par Paul Pelseneer; *Polymèles et « monstres multiples » chez les Astéries*, par le même.

Leçons sur la Parole de Dieu, 2e édition, par Charles Lagrange; présenté par l'auteur, avec une note bibliographique.

Message aux chercheurs individuels de la Vérité, par R.-E. Gérard; présenté par M. Ch. Lagrange.

— Remerciements.

RAPPORTS.

Prix A. De Potter (Chimie).

Sur la proposition des rapporteurs, la Classe attribue un prix de 3,000 francs à M. P. Bruylants, pour l'ensemble de ses travaux parus pendant la période considérée.

Rapports sur le Mémoire présenté en réponse à la première question (sciences naturelles) du Concours de 1922 de la Classe des sciences de l'Académie.

Rapport de M. É. Marchal, premier commissaire.

Grâce aux remarquables travaux de M. Blakeslee, l'étude de la sexualité des Champignons, du domaine de l'observation cytologique, est entrée dans celui de la recherche expérimentale.

La sexualité des Mucoracées bien établie dans ses diverses modalités, les chercheurs se sont attachés à résoudre le problème dans d'autres groupes de Champignons susceptibles d'être cultivés sur des milieux artificiels. Ce sont spécialement les Hyménomycètes qui ont jusqu'ici attiré l'attention. Les études de Mlle Bensaude et de Kniep, celles plus récentes de Mlle Mounce ont montré que parmi les espèces de ce groupe étudiées, il en est de « monothalliques » chez lesquelles les

deux noyaux haploïdes qui fusionnent dans la jeune baside sont originaires de la même spore, tandis que d'autres sont « hétérothalliques », les deux gamètes provenant initialement de spores de polarité opposée.

Le Mémoire présenté en réponse à la première question (sciences naturelles) du Concours de 1922 de l'Académie, intitulé : *Recherches sur le déterminisme et l'hérédité du sexe chez les Basidiomycètes* et portant comme devise : *Omnia ab ovo,* fournit une contribution nouvelle et très importante à l'étude physiologique de la sexualité chez ces Champignons.

Ne se limitant plus comme ses devanciers à du matériel emprunté au seul genre *Coprinus*, l'auteur a mis en expérience, indépendamment de *C. stercorarius,* des espèces des genres *Collybia, Panaeolus* et *Hypholoma.*

Il décrit tout d'abord avec détails la technique minutieuse et en grande partie originale suivie pour l'isolement et la culture de ces Agaricacées. Il fait connaître ensuite, pour chacune d'elles, les particularités de la germination des spores, la formation, par conjugaison de deux mycéliums primaires haploïdes, du mycélium secondaire caractérisé par ses anses d'anastomose, enfin, éventuellement, l'évolution des carpophores.

Il s'étend ensuite longuement sur les très nombreux essais de croisements effectués entre mycéliums primaires et conduisant à la détermination de la polarité sexuelle de ceux-ci.

Cet ensemble considérable d'observations et d'expériences permet à l'auteur, non seulement de vérifier et d'étendre les conclusions formulées par ses devanciers sur l'origine des noyaux sexuels chez les Hyménomycètes, mais encore de jeter les bases de conceptions nouvelles relatives à diverses questions connexes, telles l'apogamie et l'hybridation. Ce dernier point apparaît comme particulièrement important au moment où certaine école tend à accorder à l'hybridité un rôle essentiel dans le mécanisme de l'évolution.

De l'ensemble du Mémoire, rédigé avec beaucoup de soin et abondamment illustré, se dégage cette impression qu'il émane d'un chercheur déjà très familiarisé avec la méthode expérimentale et rompu à l'analyse rigoureuse des faits.

Aussi suis-je heureux de proposer à la Classe d'attribuer le prix à l'auteur et de lui adresser des félicitations.

Rapport de M. A. Gravis, second commissaire.

M. A. Gravis, approuve pleinement les conclusions de M. Émile Marchal et se joint à lui pour demander que le prix attribué à la première question des sciences naturelles soit décerné à l'auteur du Mémoire portant comme devise : *Omnia ab ovo*. Il s'unira volontiers à ses collègues pour féliciter l'habile chercheur qui a apporté une très notable contribution à la connaissance de l'hérédité et du déterminisme du sexe chez les Basidiomycètes.

Conformément à la proposition des rapporteurs, la Classe accorde le prix à l'auteur, M. R. van den Dries. Elle décide de faire paraître ce travail dans les *Memoires* in-4°.

UNIONS INTERNATIONALES.

La Classe reconnaît les Unions internationales suivantes, qui se sont définitivement constituées pendant la dernière session du Conseil international de Recherches : Union internationale des Mathématiciens; Union internationale de la Physique pure et appliquée; Union internationale de Radiotélégraphie scientifique; Union internationale des Sciences biologiques; Union internationale des Sciences médicales; Union géographique internationale.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

CH. LAGRANGE. — *Note au sujet de la présentation d'un ouvrage sur la Mathématique biblique* (1)

En présentant à l'Académie cette deuxième édition de mon ouvrage : *Leçons sur la Parole de Dieu*, où l'on établit par des preuves externes positives que la *Bible*, considérée dans ses éléments de nombre, — savoir notamment sa construction en Livres et sa Chronologie, — constitue un tout systématique ordonné, je crois utile de constater à quel point se trouve justifié par les événements historiques auxquels aujourd'hui nous assistons, et que cet ensemble d'idées prévoyait et annonçait, l'intérêt qu'il a suscité et dont cette nouvelle édition est un témoignage.

Notre époque doit dès à présent être considérée comme l'une des plus remarquables de l'Histoire générale, par la vue qu'elle offre, après une attente de plus de douze siècles, du reflux de la civilisation chrétienne vers les régions du monde prophétique.

Le trait le plus caractéristique de ce mouvement est d'ailleurs le Retour, annoncé à travers toute l'Écriture, du peuple Juif en Palestine, ou ce qu'on appelle aujourd'hui le *Sionisme;* de plus, ce qui est éminemment remarquable parce que cela est de nouveau annoncé positivement par la *Bible*, ce Retour s'effec-

(1) *Leçons sur la Parole de Dieu*, précédées d'une lettre à S. M. Albert, roi des Belges (Leçons I-XII). Deuxième édition, 1 vol. gr. in-8° (760 p., 13 tableaux, 16 fig., 5 schémas). Office de l'publicité, Bruxelles, 1922.

tue sous l'égide de la Maison d'Israël, c'est-à-dire, comme l'établissent des données mathématiques du système biblique, sous la conduite de la race anglo-saxonne. Dès 1913, ainsi qu'on peut le voir dans un autre ouvrage (1), ces données avaient permis d'assigner à ce retour des Juifs l'époque 1921-1925; or nous observons effectivement aujourd'hui ce fait historique, à la manière d'un fait physique prévu par sa théorie.

Par le caractère purement scientifique, externe et positif, des arguments, un tel sujet appartient à l'ordre de nos travaux et mérite sans nul doute ici l'attention qu'il sollicite.

A un point de vue supérieur encore, l'existence du système mathématique de la *Bible* constitue d'ailleurs, en tant que démonstration de l'Inspiration plénière des textes sacrés, la solution scientifique fort inattendue mais très certaine du problème de la Critique biblique.

A ceux qui voudront bien s'intéresser à cet ensemble d'idées et nous faire bénéficier de leurs critiques, nous demanderons de nouveau, comme déjà nous l'avons fait antérieurement, de se rappeler plus que jamais la règle scientifique essentielle qui consiste, selon le précepte de Descartes, à mettre par ordre les idées, c'est-à-dire à marcher toujours, dans la recherche, du simple au composé, des grands traits généraux aux traits plus particuliers. C'est à cette condition seulement que, dans une matière aussi difficile et aussi complexe, il est possible de procéder avec quelque sûreté et — nous osons le dire — de procéder d'une manière digne de soi-même et du sujet.

CH. LAGRANGE.

(1) *La Bible. Un Miracle,* p. 125, 1 vol. gr. in-8°. Bruxelles, Kiessling, 1921.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Géométrie et Mécanique,

par J. NEUBERG, membre de l'Académie.

Les problèmes que nous allons traiter nous ont été suggérés par le théorème suivant dont M. Boutin, dans l'*Intermédiaire des Mathématiciens*, 1915, page 148, demandait une démonstration géométrique :

Soient I, I_a, I_b, I_c, O, H *les centres des cercles tangents aux trois côtés d'un triangle quelconque* ABC, *le centre du cercle circonscrit et l'orthocentre. Si l'on considère les douze rayons des points de contact des cercles* I, I_a, I_b, I_c, *avec les côtés comme représentant en grandeur et en direction douze forces, celles-ci ont une résultante qui peut être représentée en grandeur et en direction par* 4OH.

La même *Revue*, 1916, pages 44 et 183, a publié, du beau théorème de M. Boutin, des démonstrations par MM. Malo et Auric; nous en donnons une autre, sous le titre *Géométrie et Mécanique*, dans les Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 1922.

Notations. — r, r_a, r_b, r_c, R, les rayons des cercles I, I_a, I_b, I_c, O; (D, E, F), (D_a, E_a, F_a), ..., les points de contact des cercles I, I_a, ... avec les côtés de ABC; A_m, B_m, C_m, les milieux de ces côtés; A_h, B_h, C_h, les pieds des hauteurs; Q_a, Q_b, Q_c, les pieds des bissectrices intérieures; G, g, g_a, g_b, g_c, les centres de gravité des triangles ABC, DEF, $D_aE_aF_a$, $D_bE_bF_b$, $D_cE_cF_c$.

1. Soit à chercher le centre de gravité X des douze points D, E, ..., F_c chargés, chacun, de la même masse μ.

Comme les segments D_bD_c, D_aD ont le même milieu A_m, les masses placées en leurs extrémités peuvent être remplacées par la masse $4\,\mu$ en A_m. On peut de même substituer, à l'ensemble des masses restantes, des masses $4\,\mu$ affectant les points B_m, C_m. Par conséquent $X \equiv G$.

D'autre part, si l'on considère les triangles DEF, $D_aE_aF_a$, ..., on peut réduire les douze masses μ respectivement à quatre masses $3\,\mu$ placées aux points g, g_a, g_b, g_c. On conclut de là que G est le milieu de chacune des droites joignant les milieux de deux côtés opposés du quadrangle complet $gg_ag_bg_c$.

2. Substituons aux forces considérées par M. Boutin leurs inverses, en conservant à chacune sa direction. En supposant l'aire du triangle ABC égale à l'unité, nous dirons que ces nouvelles forces sont respectivement égales à $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{r_a}$, $\frac{1}{r_b}$, $\frac{1}{r_c}$ ou à p, $p - a$, $p - b$, $p - c$. Nous verrons que *ces forces se font équilibre.*

En effet, le sommet A est à la fois le centre de similitude interne des cercles I_b, I_c et le centre de similitude externe des cercles I, I_a; par suite, il divise les distances I_bI_c, II_a respectivement dans les rapports $r_b : r_c$, $r : r_a$. Il en résulte que les forces appliquées en I_b, I_c et celles appliquées en I, I_a ont des résultantes dirigées suivant la droite HA_h. De plus, comme $\frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r_a} = a$, on voit que les quatre forces considérées ont une résultante égale à $2\,a$ et dirigée suivant HA_h.

On réduirait de même les forces dont les directions passent par les points E_a, E_b, E_c, E ou par les points F_a, F_b, F_c, F à des forces respectivement égales à $2\,b$, $2\,c$ et dirigées suivant les droites HB_h, HC_h.

Or, des forces agissant suivant les perpendiculaires abaissées d'un même point intérieur sur les côtés d'un triangle et pro-

portionnelles aux côtés de ce triangle se font équilibre (*). Notre théorème est donc démontré.

Corollaire. — Portons sur les droites Ig, I_ag_a, I_bg_b, I_cg_c les longueurs In, I_an_a, I_bn_b, I_cn_c respectivement égales à p, $p-a$, $p-b$, $p-c$. En faisant la réduction des trois forces appliquées à un même centre de cercle tritangent, on peut conclure que *les quatre forces représentées en grandeur et en direction par les droites* In, I_an_a, I_bn_b, I_cn_c *se font équilibre.*

3. Cherchons maintenant le centre de gravité X′ des douze points D, E, ..., F_c chargés de masses égales aux inverses des rayons des cercles tritangents correspondants, ces masses étant supposées de même signe. La notation *point* (M, μ) est à lire *point* M *chargé de la masse* μ.

Des proportions

$$D_bA_h : D_cA_h = I_bA : I_cA = r_b : r_c, \qquad DQ_a : D_aQ_a = r : r_a,$$

on déduit que les masses $\frac{1}{r_b}$, $\frac{1}{r_c}$ attachées aux points D_b, D_c peuvent être remplacées par la masse a en A_h; qu'aux masses $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{r_a}$ placées en D, D_a on peut substituer la masse $b+c$ en Q_a. En continuant ainsi, on trouve que les masses placées aux points de contact qui sont situés sur les prolongements des côtés de ABC peuvent se réduire aux masses a, b, c affectant respectivement les points A_h, B_h, C_h; que les masses chargeant

(*) Voici une démonstration de cette proposition :

Si l'on prolonge AA_m de $A_mA' = AA_m$, CB représente la résultante des forces représentées par CA et CA′; donc si l'on prolonge BC de $CB' = BC$, les droites $CB' = a$, $CA = b$, $CA' = c$ représentent des forces en équilibre. Faisons tourner la figure CB′AA′ d'un angle droit autour de C, ...

Au surplus, on pourrait conclure cette proposition de ce que le point de Lemoine de ABC est le centre de gravité de son triangle podaire et que ses distances aux côtés sont proportionnelles à ces côtés.

les points de contact intérieurs peuvent se réduire aux masses $b+c$, $c+a$, $a+b$ placées respectivement en Q_a, Q_b Q_c.

Soient P_a, P_b, P_c les points qui divisent les segments A_hQ_a, B_hQ_b, C_hQ_c respectivement dans les rapports $\frac{b+c}{a}$, $\frac{c+a}{b}$, $\frac{a+b}{c}$. Nos douze masses des points D, E, ..., F_c peuvent être remplacées par des masses $2p$ placées en P_a, P_b, P_c. Par conséquent leur centre de gravité X′ coïncide avec le centre de gravité du triangle $P_aP_bP_c$.

Appelons Y le centre de gravité des points (A_h, a), (B_h, b), (C_h, c), et Z celui des points $(Q_a, b+c)$, $(Q_b, c+a)$, $(Q_c\ a+b)$. Il est facile de voir que le point X′ divise le segment YZ dans le rapport 2 : 1.

Remarque. — Il est intéressant de déterminer les coordonnées barycentriques des points Y, Z, X′ par rapport au triangle ABC.

a. Les coordonnées relatives de H étant tg A, tg B, tg C, les coordonnées absolues de A_h sont

$$0,\quad \frac{\operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} B+\operatorname{tg} C},\quad \frac{\operatorname{tg} C}{\operatorname{tg} B+\operatorname{tg} C},\quad \text{ou}\quad 0,\quad \frac{\sin B\cos C}{\sin A},\quad \frac{\sin C\cos B}{\sin A}.$$

Des permutations circulaires des lettres A, B, C font connaître les coordonnées de B_h et C_h. On conclut de là pour la première coordonnée de Y

$$\frac{1}{2p}\left(\frac{b\sin A\cos C}{\sin B}+\frac{c\sin A\cos B}{\sin C}\right)=\frac{R}{p}\sin A(\cos B+\cos C).$$

Les coordonnées normales de Y sont donc

$$\cos B+\cos C,\qquad \cos C+\cos A,\qquad \cos A+\cos B,$$

ce qui établit un lien entre le point Y et le centre O de coordonnées cos A, cos B, cos C.

b. Les coordonnées barycentriques absolues des points Q_a, Q_b, Q_c étant

$$\left(0,\ \frac{b}{b+c},\ \frac{c}{b+c}\right),\qquad \frac{a}{a+c},\ 0,\ \frac{c}{a+c}\Big),\ \ldots,$$

celles de Z sont $a : 2p$, $b : 2p$, $c : 2p$; donc $Z \equiv I$.

Ainsi, I est le barycentre des six points (D, *p*), (E, *p*), (F, *p*), (D_a, $p - a$), (E_b, $p - b$), (F_c, $p - c$). Par suite, si G′ et G″ désignent respectivement le barycentre des trois premiers et celui des trois autres, le point I divise la distance G′ G″ dans le rapport 1 : 3.

c. Les coordonnées du point P_a qui divise le segment $A_h Q_a$ dans le rapport $(b + c) : a$ sont

$$0,\ \frac{1}{2p}\left(a\frac{\sin B\cos C}{\sin A}+b\right),\ \frac{1}{2p}\left(a\frac{\sin C\cos B}{\sin A}+c\right).$$

ou

$$0,\ \frac{R}{p}\sin B(1+\cos C),\ \frac{R}{p}\sin C(1+\cos B).$$

De là et des valeurs analogues des coordonnées des points P_b, P_c on déduit que les coordonnées barycentriques de X′ sont proportionnelles à

$$\sin A\,(2+\cos B+\cos C),\qquad \sin B(2+\cos C+\cos A),\ \ldots$$

On constate aisément que le déterminant des coordonnées des points Y, I, X′ est identiquement nul, ce qui prouve de nouveau que ces points sont collinéaires.

MATHÉMATIQUE. — **Sur le développement de la théorie des équations partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue,**

par M. N. SALTYKOW,
professeur aux Universités de Kharkow et de Belgrade (*).

Messieurs (**), la théorie d'intégration des équations différentielles aux dérivées partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue a été exposée maintes fois par divers savants. Dans ce domaine les œuvres magistrales de Lagrange, Cauchy et Jacobi ont été énoncées dans les traités de V.-G. Imschenetsky, J. Graindorge et P. Mansion (***). Ensuite les découvertes de A. Mayer et S. Lie ont enrichi la science, et la théorie des équations partielles en question avait atteint un grand degré de perfectionnement. Ces recherches modernes ont été exposées par MM. E. Goursat, E.-V. Weber et A.-R. Forsyth (IV). Or, si les derniers résultats obtenus ne se sont pas répandus

---

(*) Présenté par MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Th. De Donder.

(**) L'étude développée dans les pages suivantes présente le sujet de la conférence (du 17 octobre 1922) d'entrée au *Cours sur les méthodes d'intégration des équations partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue*, fait à l'intervention de la Fondation Universitaire de Belgique.

(***) V.-G. IMSCHENETSKY, *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre;* traduit du russe par I. Hoüel. Paris, 1869.

I. GRAINDORGE, *Mémoire sur l'intégration des équations aux dérivées partielles des deux premiers ordres*. Liége et Paris, 1872.

P. MANSION, *Théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* Mémoire couronné par l'Académie de Belgique. Paris, 1875. Édition allemande, H. Moser. Berlin, 1892.

(IV) E. GOURSAT, *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*. Deuxième édition. Paris, 1921.

E. v. WEBER, *Vorlesungen ü. d. Pfaff'sche Problem u. d. Theorie d. partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung*. Leipzig, 1900.

A.-R. FORSYTH, *Theory of differential Equations*. Cambridge, 1906.

jusqu'à présent autant qu'ils le méritent, c'est que les démonstrations de S. Lie, reproduites par les savants cités, étaient parfois trop compliquées, comme le disait d'ailleurs l'auteur lui-même (*).

Néanmoins la valeur de la théorie des équations partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue est d'une grande importance. Elle est la plus parfaite, au point de vue théorique, de toutes les théories d'intégration des équations partielles de différents ordres et peut leur servir de modèle. Quant aux applications, la théorie en question donne les solutions de beaucoup de problèmes importants d'analyse, de géométrie, de mécanique analytique et de mécanique céleste.

Je suis donc bien heureux de ce que la Fondation Universitaire de Belgique m'ait donné l'occasion de reprendre mes recherches sur les équations aux dérivées partielles et d'en exposer la théorie d'intégration.

*
* *

La première question dont je veux vous entretenir, Messieurs, concerne les origines et le développement des méthodes d'intégration des équations partielles.

Il n'y a que trois siècles que le problème d'intégration des équations différentielles a pris naissance. C'était après la création de la géométrie analytique, au moment où les principes modernes du calcul infinitésimal étaient en état de formation. Descartes, l'illustre inventeur de la géométrie analytique, venait d'intégrer, en 1638, la première équation différentielle ordinaire, en résolvant le problème de Beaune (**).

(*) *Mathematische Annalen*, t. VIII, pp. 216-217; t. IX, p. 246. — F. KLEIN, *Conférences sur les Mathématiques faites au Congrès de Mathématiques tenu à l'occasion de l'Exposition de Chicago*, traduit par Laugel, p. 9.

(**) Voir, par exemple, STURM, *Cours d'analyse*, t. II, 11e édit. Paris, 1897, p. 52

Quant aux équations partielles, c'est Taylor et d'Alembert qui ont inauguré leur application aux problèmes de physique mathématique. En intégrant, en 1747, l'*équation aux dérivées partielles du second ordre de la corde vibrante* (*), d'Alembert (**) a donné une méthode dont l'idée se prête à l'intégration de toutes les équations partielles et a servi de base aux recherches postérieures.

Les problèmes de physique, de mécanique et de géométrie conduisant à de nouvelles équations partielles ont provoqué un intérêt spécial au point de vue de leur intégration.

D'autre part, le calcul des dérivées donne une méthode purement analytique de formation des équations partielles par l'élimination des constantes ou bien des fonctions arbitraires (***). Certes, les résultats de l'élimination peuvent prendre une telle forme que le problème inverse de la recherche des relations fonctionnelles génératrices offre parfois des difficultés considérables.

En premier lieu, on pourrait même se poser la question suivante : l'équation différentielle spontanément écrite admet-elle une intégrale, c'est-à-dire n'est-elle pas en contradiction avec tout procédé de formation des équations différentielles?

* * *

(*) Ce problème fut posé, pour la première fois, par TAYLOR dans son traité, paru en 1715 : *Methodus Incrementorum Directa et Inversa,* mais sa solution ne donne qu'une approximation insuffisante.

(**) D'ALEMBERT, *Sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration.* (HISTOIRE DE L'ACADÉMIE DE BERLIN, 1747, t. III, pp. 14-49.) La solution de d'Alembert est reproduite par W.-W. ROUSE-BALL, dans son *Histoire de Mathématiques,* traduction française par L. Freund, t. II. Paris, 1907, pp. 63-64. Le lecteur devra corriger les *errata,* en écrivant respectivement les lignes 13 et 15 sur la page 64, de la manière suivante :

$$du + dv = (p + q)\,(dx + dt),$$
$$du - dv = (p - q)\,(dx - dt).$$

(***) Voir, par exemple, C. JORDAN, *Cours d'analyse de l'École polytechnique,* 2e édit., t. I. Paris, 1893, p. 150.

Vingt ans après les premiers essais de d'Alembert sur l'intégration des équations partielles, Euler publie, en 1768-1770, ses trois volumes d'*Institutiones Calculi Integralis*, dont le troisième est consacré aux équations partielles (*). On y trouve un nombre considérable d'équations partielles du premier ordre d'une forme particulière intégrées par des procédés artificiels. C'est dans ces pages de l'illustre géomètre qu'il faut chercher les germes des recherches ultérieures qui vont enrichir la science.

Pour intégrer chacune des équations qu'il traite, Euler applique les procédés dont se servit d'Alembert, en intégrant l'équation de sa corde vibrante. Ces procédés se basent sur deux principes dont voici l'exposé :

Désignons par p et q les dérivées partielles du premier ordre d'une seule fonction z prises respectivement par rapport aux variables indépendantes x et y, de manière qu'on ait

$$\frac{\partial z}{\partial x} = p, \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = q,$$

la fonction inconnue z étant définie par sa différentielle

$$dz = p dx + q dy. \tag{1}$$

Une équation aux dérivées partielles du premier ordre s'exprimera par une relation fonctionnelle entre les cinq quantités variables x, y, z, p et q ; soit

$$\mathrm{F}(x, y, z, p, q) = 0. \tag{2}$$

Le premier principe, dont il s'agit, *tend à ramener l'intégration de l'équation* (2) *à l'intégration d'une différentielle exacte, obtenue par l'élimination d'une des variables* p *et* q *entre les équations* (1) *et* (2).

(*) La troisième édition de ce dernier volume a paru sous le titre : *Leonardi Euleri Institutionum Calculi Integralis volumen tertium.* Editio tertia. Petropoli, 1827.

Euler réussit à le faire dans beaucoup de cas.

Pour en donner une idée, considérons, par exemple, l'équation partielle des surfaces de révolution, dont l'axe coïncide avec celui des z,

$$yp - xq = 0.$$

Grâce à cette dernière relation, l'équation (1) devient

$$dz = \frac{q}{y}(x\,dx + y\,dy) = \frac{q}{2y}\,d(x^2 + y^2);$$

en posant $u \equiv x^2 + y^2$, elle prend la forme

$$dz = \frac{q}{2y}\,du$$

Comme dz doit être une différentielle exacte, il est nécessaire que le quotient $\frac{q}{2y}$ soit une fonction de u, qu'on peut désigner par $f'(u)$, la fonction $f(u)$ étant tout à fait arbitraire. Il en résulte

$$dz = f'(u)\,du, \qquad z = f(u).$$

Donc, l'équation des surfaces de révolution requise est

$$z = f(x^2 + y^2),$$

f étant une fonction arbitraire de $x^2 + y^2$.

Prenons, comme second exemple, l'équation partielle générale des surfaces de révolution

$$(cy - bz)p + (az - cx)q = bx - ay.$$

En substituant la valeur de p, définie par cette dernière équation, dans la formule (1), on obtient l'équation

$$(cy - bz)\,dz - (bx - ay)\,dx = q[(cy - bz)\,dy + (cx - az)\,dx],$$

qu'il est aisé de mettre sous la forme suivante :

$$y(a\,dx + c\,dz) - b(x\,dx + z\,dz) = q[x\,dx + y\,dy - z(a\,dx + b\,dy)].$$

En ajoutant et en soustrayant l'expression $bydy$ dans le premier membre de l'égalité obtenue et $czdz$ dans le second, il s'ensuit

$$yd(ax + by + cz) - \frac{1}{2} bd(x^2 + y^2 + z^2)$$
$$= q\left[\frac{1}{2} d(x^2 + y^2 + z^2) - zd(ax + by + cz)\right].$$

Enfin, la résolution de cette dernière équation par rapport à l'une des différentielles nous donne

$$d(ax + by + cz) = \frac{(q + b)}{2(y + zq)} d(x^2 + y^2 + z^2).$$

Par conséquent, l'équation fonctionnelle générale des surfaces de révolution devient

$$ax + by + cz = f(x^2 + y^2 + z^2),$$

f désignant une fonction arbitraire de $x^2 + y^2 + z^2$ (*).

Les équations intégrées sont linéaires dans tous les exemples considérés.

Or, le problème de l'intégration de l'équation partielle (2) présente de nouvelles difficultés quand elle n'est plus linéaire, car il est alors impossible de tirer de l'équation (1) une relation fonctionnelle par l'élimination d'une variable, p ou q, entre les équations (1) et (2). En effet, l'élimination de p de la différentielle (1) ne rend plus linéaires par rapport à q les coefficients de dx et dy de l'équation transformée.

Pour trancher la question, le *second principe* intervient, celui dont se servait aussi d'Alembert. Son idée est de se baser sur

(*) Il est intéressant de comparer les solutions d'Euler citées avec celles qu'on fait à présent en suivant la théorie bien développée des équations partielles linéaires. Voir à ce sujet la solution du problème dans le *Cours d'Analyse infinitésimale*, par Ch.-J. de la Vallée Poussin, t. II, 4e édit., p. 273.

le fait que *la valeur de la dérivée seconde d'une fonction de deux variables ne dépend pas de l'ordre de différentiation par rapport à ces dernières, sous réserve, bien entendu, que les deux dérivées secondes soient continues.*

Euler exprime cette propriété de la dérivée seconde de la fonction z par l'égalité

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial z} p = \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z} q. \tag{3}$$

Il a réussi à intégrer l'équation (1) dans plusieurs cas particuliers en satisfaisant de la manière la plus générale possible à cette dernière égalité (3).

* * *

A la même époque, en **1772**, Lagrange (*) entreprend ses recherches lui permettant de lier par une théorie générale les exemples particuliers traités par Euler. Lagrange considère la relation (3) comme une équation linéaire par rapport à la variable q, la valeur de p étant déterminée par l'équation (2).

Il donne, dans plusieurs de ses mémoires sur l'intégration des équations partielles, les éléments nécessaires pour établir sa méthode.

La théorie de Lagrange a été simplifiée, en un point très délicat, par Charpit, disciple de Lagrange.

Or, ce n'est qu'après la démonstration d'un théorème de Jacobi que la théorie simplifiée pouvait être considérée comme tout à fait générale.

Ce théorème démontre (**) que *toute solution de l'équation étudiée peut s'obtenir de son intégrale complète.* Lagrange appelle *complète* l'intégrale correspondante de l'équation (2) dépendant

(*) *Sur l'intégration des équations à différences partielles du premier ordre* (Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, 1772), ou Œuvres complètes, t. III, p. 549.

(**) Jacobi, *Gesamelte Werke*, t. V, p. 397.

de deux constantes arbitraires et démontre qu'en les variant d'une certaine manière on obtient une intégrale *générale* contenant une fonction arbitraire.

Pour saisir la portée des considérations exposées, appliquons-les à l'intégration d'une équation très simple :

$$p = f(q), \tag{4}$$

f étant une fonction donnée de q.

On voit immédiatement que l'égalité (3) et l'équation (4) sont identiquement satisfaites, si l'on pose

$$p = f(\mathrm{C}), \qquad q = \mathrm{C},$$

C désignant une constante arbitraire. Donc, en substituant ces dernières valeurs dans l'équation (1), on obtient

$$dz = f(\mathrm{C})\,dx + \mathrm{C}\,dy,$$

ou, en intégrant, on a l'intégrale complète de l'équation (4)

$$z = f(\mathrm{C})\,x + \mathrm{C}y + \mathrm{C}_1,$$

C_1 étant une seconde constante arbitraire.

Pour en tirer une intégrale générale, varions la constante C en la considérant comme une fonction de x et y, soit $\mathrm{C} = \mathrm{U}(x, y)$, et posons $\mathrm{C}_1 = \varphi(\mathrm{U})$, φ désignant une fonction arbitraire de l'argument U.

Cela étant, l'intégrale obtenue et ses dérivées premières deviennent

$$z = f(u)\,x + uy + \varphi(u), \tag{5}$$

$$p = f(u) + [f'(u)\,x + y + \varphi'(u)]\,\frac{\partial u}{\partial x},$$

$$q = u + [f'(u)\,x + y + \varphi'(u)]\,\frac{\partial u}{\partial y}.$$

Il est donc évident que pour vérifier l'équation donnée (4), la fonction $\varphi(u)$ doit satisfaire à la condition

$$f'(u)x + y + \varphi'(u) = 0. \tag{6}$$

L'ensemble des deux équations (5) et (6) représente bien l'intégrale dite *générale* de l'équation (4).

En appliquant sa méthode, Lagrange réussit à intégrer neuf types d'équations de la forme générale (2).

Il donne (*), ensuite, la théorie générale d'intégration d'une équation linéaire aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction inconnue d'un nombre quelconque de variables indépendantes, en ramenant son intégration à celle d'un système d'équations différentielles ordinaires.

Quant à ce qui concerne les équations non linéaires, Lagrange transforme la condition d'Euler (3) en y éliminant, grâce à l'équation (2), les dérivées de la fonction q (**), et obtient une équation qui n'est linéaire que par rapport aux dérivées partielles de la fonction p. Le système correspondant d'équations différentielles ordinaires reçoit plus tard le nom de *système d'équations différentielles des caractéristiques*, d'après l'interprétation géométrique qu'a donnée Monge (***) au calcul analytique que nous venons d'indiquer.

L'intégrale générale de l'équation partielle linéaire, à quatre variables, correspondante à l'équation (2), s'exprime par une fonction arbitraire de trois arguments. Or, l'intégrale générale de l'équation (2) ne renferme qu'une fonction arbitraire d'un

---

(*) *Sur différentes questions d'analyse relatives à la théorie des intégrales particulières*, 1779. (Œuvres complètes, t. IV, p. 585; article V, p. 624.) — *Méthode générale pour intégrer les équations aux différences partielles du premier ordre lorsque ces différences ne sont que linéaires* (Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, 1785); (Œuvres complètes, t. V, p. 560.

(**) *Leçons sur le Calcul des fonctions*, 3e édit. (Œuvres complètes t. X, pp. 322, 350-357.)

(***) G. Monge. *Histoire de l'Académie des Sciences*, 1784, p. 118.

seul argument. Lagrange fixe son attention sur ce fait et parvient, enfin, à surmonter par une méthode assez longue la difficulté qui se présente à lui dans le calcul de la valeur requise de p. Quant à Charpit, il se débarrassa de la même difficulté, aux dépens de la généralité respectée par Euler et Lagrange, en profitant du procédé employé avec tant de succès par Lagrange dans son premier mémoire.

Charpit parvint encore à généraliser sa méthode pour le cas de plusieurs variables indépendantes, mais rencontra, néanmoins, de grandes difficultés pour un nombre de variables plus élevé que deux.

* * *

Il est intéressant, au point de vue historique, de faire mention du *Traité du Calcul différentiel et du Calcul intégral*, dont Lacroix avait publié la seconde édition du volume II en 1814. L'auteur puisa largement dans les publications d'Euler, de Lagrange et dans les leçons que ce géomètre fit en 1780 à quelques personnes, parmi lesquelles l'auteur lui-même. Il est bien instructif de relire, à présent, les pages 528-575 (nos 730-749) du très ancien Traité de Lacroix. On y voit paraître les ébauches des futures méthodes d'intégration et l'on y trouve discutées les difficultés qui vont être, ensuite, brillamment surmontées par la science. Lacroix expose les procédés du calcul d'Euler, leur généralisation donnée par Lagrange, les recherches de Charpit, non publiées à cause de sa mort prématurée, les transformations de Legendre donnant naissance aux transformations de contact et la méthode de séparation des variables, dont on a fait, ensuite, de si belles applications en géométrie et en mécanique.

Les travaux cités d'Euler, Lagrange, Charpit établirent la base de la théorie d'intégration des équations étudiées. En partant des principes généraux de d'Alembert, en les détaillant

peu à peu, ces géomètres ont tracé une voie bien déterminée conduisant à la résolution des deux questions principales :

1° *Réduction de l'intégration d'une équation partielle à celle des équations différentielles ordinaires auxiliaires, dites des caractéristiques ;*

2° *Formation de l'intégrale cherchée de l'équation partielle donnée, à l'aide des intégrales du système différentiel auxiliaire des caractéristiques.*

C'est le premier des deux problèmes qui offrit le plus de difficultés, dans le premier stade de l'évolution de la théorie étudiée. Cependant, cette question une fois élucidée dans le cas le plus élémentaire, sa généralisation ultérieure ne rencontra plus d'obstacles sérieux. Quant au second problème, sa solution reflète les progrès de la théorie des équations partielles depuis l'origine jusqu'à nos jours.

Ce second problème fut résolu complètement, comme nous l'avons vu plus haut, pour le cas d'une seule équation partielle de deux variables indépendantes. Mais, pour le cas d'un nombre plus considérable de variables, il donna lieu aux difficultés que Charpit rencontra dans le problème d'intégration des équations partielles linéaires simultanées correspondantes. Les géomètres de l'époque ne parvinrent pas à résoudre ce problème, dont l'importance va être marquée par le fait que de sa solution dépendra aussi l'intégration des équations partielles dans le cas le plus général.

* * *

Le premier succès dans la résolution du problème d'intégration d'une équation partielle à un nombre quelconque des variables indépendantes a été obtenu par Pfaff en 1815 (*).

(*) J.-F. PFAFF, *Methodus generalis, aequationes differentiarum partialium, nec non aequationes differentiales vulgares, utresque primi ordinis, inter quot cunque variabiles, complete integrandi.* (ABHANDLUNGEN DER KGL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN BERLIN, 1814-1815.) Zitzung d. Akademie am 11 Mei 1815.

Mais sa méthode, basée sur d'autres principes, provoqua une déroute complète dans la voie marquée. La difficulté qui se présentait, pour le calcul des intégrales requises du système différentiel des caractéristiques, engagea Pfaff à considérer, au lieu d'un système différentiel des caractéristiques, autant de systèmes d'équations différentielles que d'intégrales à chercher.

Cauchy (*), en 1819, et indépendamment de lui Jacobi (**), en 1837, ramenèrent les recherches dans la voie primitive, en simplifiant la méthode de Pfaff et en faisant déduire toutes les intégrales requises d'un seul et unique système d'équations différentielles des caractéristiques.

*
* *

Pour fixer les idées, désignons par n le nombre de variables indépendantes d'une équation partielle. Le système d'équations différentielles des caractéristiques correspondant admet alors $2n$ équations différentielles ordinaires du premier ordre à $2n + 1$ variables. Ces dernières variables présentent les n variables indépendantes de l'équation partielle donnée, leur fonction inconnue et les n dérivées partielles du premier ordre de cette dernière. Les n premières variables et les n dernières, qu'on vient d'indiquer, sont appelées respectivement *variables canoniques de première et de seconde classe*, par rapport aux équations différentielles des caractéristiques.

Les deux géomètres Cauchy et Jacobi, pour obtenir, le premier, l'intégrale générale, le second, l'intégrale complète de l'équation partielle donnée, ont formé, moyennant les $2n$ équations intégrales des caractéristiques, un système de $n + 1$ équations contenant n constantes arbitraires, distinctes et jouissant des deux propriétés suivantes :

1° *Les équations de ce système, étant résolubles par rapport*

(*) CAUCHY, *Bulletin des Sciences par la Société philomathique*, 1819, pp. 10-21, et *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*, t. II, 1841, p. 238.

(**) JACOBI, *Journal Crelle*, Bd XVII, p. 97, et *Œuvres complètes*, t. IV, p. 59.

à z et par rapport aux variables canoniques de seconde classe, leurs valeurs vérifient l'équation partielle donnée, et le résultat de l'élimination de toutes les constantes arbitraires ne donne que cette unique équation partielle ;

2° *Les valeurs des variables canoniques de seconde classe qu'on vient d'obtenir sont bien celles des dérivées partielles du premier ordre de la fonction obtenue pour* z.

Convenons de désigner un pareil système d'équations par J et de l'appeler *élément intégral régulier* de l'équation partielle considérée.

La période d'une trentaine d'années qui a suivi la publication de ces travaux a été marquée par des recherches remarquables d'Hamilton (*), Jacobi (**), Liouville (***), Donkin (iv), Bertrand (v) et Bour (vi). Ces géomètres ont étudié les propriétés des intégrales et les méthodes d'intégration des équations différentielles des caractéristiques et des équations différentielles ordinaires dites *canoniques* qui en dérivent.

*
* *

Enfin fut publié un mémoire posthume de Jacobi (vii), où est exposée une nouvelle méthode pour calculer les n équations de l'élément J, l'une après l'autre, indépendamment de l'intégrale générale du système des caractéristiques.

C'était un travail d'une grande valeur scientifique. La condi-

(*) W.-R. Hamilton, *Philos. Trans. London*, 124 (1834), p. 247; 125 (1835), p. 95.

(**) C.-G.-J. Jacobi, *Vorlesungen über Dynamik*. Gesammelte Werke Supplementland. Berlin, 1884, pp. 143-163; Bd V. Berlin, 1890, pp. 217-395.

(***) J. Liouville, *Journal Liouville*, t. XX, 2e série, 1855, p. 137.

(iv) W.-F. Donkin, *Philos. Trans. London*, 125 (1835), p. 313.

(v) J. Bertrand, *Comptes rendus des séances de l'Académie*. Paris, t. XLV, p 617.

(vi) E. Bour, *Journal de l'École polytechnique*, 39e cahier, 1862.

(vii) C.-G.-J. Jacobi, *Nova Methodus aequationes differentiales partiales primi ordinis inter numerum variabilium quemcunque propositas integrandi* (Journal Crelle, Bd LX. p. 1); Gesammelte Werke, Bd V. Berlin, 1890, p. 1.

tion classique d'Euler (3) et la transformation qui y fut apportée par Lagrange, généralisées pour le cas d'un nombre quelconque de variables indépendantes, furent présentées par Jacobi sous un aspect nouveau. Il s'agissait donc, comme disait Jacobi, de chercher de nouvelles équations partielles *en involution* avec celle qui était donnée, afin d'en former un *élément intégral régulier*. De plus, l'idée de Jacobi se prêtait à être immédiatement étendue au problème d'intégration des équations partielles simultanées du premier ordre d'une seule fonction, et donnait, en outre, les conditions de compatibilité de ces équations simultanées. Le problème se réduisait donc à l'intégration d'un système d'équations partielles linéaires simultanées, et fut, à ce moment, complètement résolu par Jacobi.

Les recherches de Bour, Weiler, Bool et Clebch sur le même sujet ont ensuite élucidé tous les détails de la théorie des équations partielles linéaires simultanées qui avaient présenté tant de difficultés à l'époque de Lagrange et de Charpit.

Je ne veux pas insister ici sur les détails de ces importantes recherches.

Il faut cependant noter que les théories de Cauchy et Jacobi que nous venons de mentionner n'étaient pas exemptes d'objections. Leurs méthodes pouvaient, en effet, conduire à un tout autre élément que celui qui vient d'être désigné par J. Ce qui le distingue de ce dernier consiste en ce fait que les équations du système obtenu ne sont plus résolubles par rapport à toutes les variables canoniques de seconde classe.

Ce nouveau système d'équations intégrales jouissant néanmoins d'une grande valeur dans la théorie des équations étudiées, nous allons le désigner par une notation spéciale L et le nommer *élément intégral irrégulier* de l'équation donnée.

*
* *

La nouvelle époque importante dans le développement de la théorie des équations partielles débute par l'étude de ce nouvel

élément irrégulier. Mayer introduit les modifications nécessaires dans la méthode de Cauchy et dans celles de Jacobi, dans le but de toujours obtenir l'élément régulier requis J. Grâce à ce perfectionnement, la seconde méthode de Jacobi reçoit le nom de « méthode d'intégration de Jacobi-Mayer ».

Serret, Bertrand, Darboux, Morera et Lemonier contribuent pour leur part au développement du même ordre d'idées.

A la même époque fut élucidée par Darboux (*) la question générale d'existence de l'intégrale d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre, et la question posée plus haut (voir p. 5) a été ainsi résolue d'une manière précise.

S. Lie, d'autre part, se place à un point de vue diamétralement opposé, en prenant l'élément intégral irrégulier L comme point de départ de ses recherches. Il se trouve donc d'abord obligé d'interpréter la base logique de sa méthode. En effet, les équations de l'élément intégral L n'étant pas résolubles par rapport aux variables canoniques de seconde classe, les valeurs de ces dernières ne peuvent plus être considérées comme les dérivées partielles de z; de plus, les variables canoniques de la première classe ne sont pas indépendantes, car elles sont liées entre elles par des relations, qu'on obtient en éliminant z et les variables canoniques de seconde classe entre les équations de l'élément intégral L.

Pour surmonter toutes ces difficultés, S. Lie introduit de nouvelles notions géométriques sur les *multiplicités*. Les équations à intégrer ne sont plus alors véritablement des différentielles; nous allons les nommer *équations dérivées de S. Lie*. Néanmoins les formules analytiques correspondantes peuvent être envisagées sous certains rapports comme généralisation formelle de celles de la théorie classique. De même, les notions nouvelles des multiplicités permettent, elles aussi, de généraliser

(*) *Comptes rendus de l'Académie.* Paris, t. LXXX, pp. 101, 317.

l'idée des intégrales classiques qui n'en sont qu'un cas particulier, au point de vue purement formel.

On sait bien que « S. Lie était un intuitif » et « qu'il pensait en images » (*). Noether (**) affirme même que les questions de réalité n'ont jamais intéressé S. Lie, mais qu'il créait d'une manière ingénieuse des interprétations géométriques des notions mathématiques les plus abstraites.

Cependant, en appliquant la géométrie à l'étude d'une question purement analytique, il faut bien prendre garde à ce que les considérations géométriques s'accordent avec les théorèmes analytiques et que les conclusions basées sur la géométrie ne dépassent point les limites rigoureusement assignées par l'analyse.

S. Lie se laissa entrainer par ses idées géométriques en les considérant réellement comme généralisation de la théorie classique des équations partielles. Les interprétations de S. Lie ont même triomphé dans la théorie des équations partielles jusqu'en ces derniers temps, et l'on croyait, en les appliquant dans toutes les circonstances, surmonter toutes les difficultés se présentant dans la théorie étudiée.

Mais en laissant de côté les définitions abstraites, abordons les questions d'existence réelle des multiplicités. Alors les considérations les plus élémentaires montrent immédiatement que ce n'est que *par exception* que quelques-unes des équations différentielles aux dérivées partielles peuvent être envisagées comme équations dérivées de S. Lie. Donc, une équation partielle spontanément écrite n'est pas, en général, une équation dérivée de S. Lie. Par conséquent, les multiplicités imaginées par S. Lie n'existent que par exception, pour des équations partielles d'une forme toute particulière.

(*) H. Poincaré, *La Valeur de la Science*, p. 15.

(**) *Mathematische Annalen*, t. LIII, 1900, p. 15.

Considérons, en effet, pour fixer les idées, l'espace à trois dimensions. Par un point (x, y, z) faisons passer un plan

$$Z - z = p(X - x) + q(Y - y), \tag{7}$$

X, Y, Z désignant les coordonnées variables, et p, q les coefficients.

S. Lie appelle *élément superficiel*, ou simplement *élément*, l'ensemble de cinq valeurs

$$x, \quad y, \quad z, \quad p, \quad q; \tag{8}$$

celles-ci définissent un plan bien déterminé passant par un point donné de l'espace.

Deux éléments situés infiniment près l'un de l'autre sont dits *associés* si le point de l'un se trouve dans le plan de l'autre. Par conséquent, définissons par

$$x + dx, \quad y + dy, \quad z + dz, \quad p + dp, \quad q + dq \tag{9}$$

un second élément situé près du premier; en substituant les coordonnées du point de ce second élément (9) dans l'équation (7), on en tire aisément l'équation bien connue

$$dz = p\,dx + q\,dy, \tag{10}$$

représentant la *condition requise pour que les deux éléments* (8) *et* (9) *soient associés*.

S. Lie appelle *système d'éléments* les valeurs des éléments qui sont reliées entre elles par une condition quelconque ou bien par quelques équations.

Ainsi, toute équation

$$F(x, y, z, p, q) = 0 \tag{11}$$

définit, d'après S. Lie, un système d'éléments.

Intégrer une équation (11), c'est, d'après S. Lie, en tirer une *multiplicité*; cela veut dire qu'il faut *réunir les éléments du*

système (11) *en un ensemble d'éléments associés, exprimés au moyen de deux variables indépendantes,* qui ne sont pas forcément x et y.

* * *

Or, considérons d'abord la relation (11) comme une équation aux dérivées partielles de z prises respectivement par rapport à x et y. On va voir que *les éléments intégraux régulier et irrégulier de l'équation* (11) *en définissent de même toutes les multiplicités de S. Lie.*

En effet, d'après la définition donnée plus haut, l'élément intégral régulier de l'équation partielle (11) peut être mis sous la forme suivante :

$$z = f(x, y, C_1, C_2), \tag{12}$$

$$p = \frac{\partial f}{\partial x}, \qquad q = \frac{\partial f}{\partial y},$$

C_1 et C_2 désignant deux constantes arbitraires. L'ensemble de ces dernières valeurs de z, p et q vérifie identiquement les deux relations (10) et (11). Il existe donc, pour le cas en question, une concordance complète entre les notions de la théorie classique des équations partielles et les équations dérivées de S. Lie.

Définissons ensuite un élément intégral irrégulier de l'équation partielle (11) par le système d'équations

$$\left.\begin{aligned} F(x, y, z, p, q) &= 0, \\ F_1(x, y, z, p, q) = C_1, \qquad & F_2(x, y, z, p, q) = C_2, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

dont la première est identique à l'équation donnée (11) ; d'autre part, C_1, C_2 désignent des constantes arbitraires.

Le système (13), d'après la définition même de l'élément intégral irrégulier, vérifie les équations (10) et (11). Les équations (13) satisfont donc aux deux conditions que S. Lie a introduites pour définir une multiplicité. Par conséquent, il existe

aussi dans ce cas une coincidence entre ces dernières notions et celles de la théorie classique des équations partielles.

Or, les équations (13) représentant un élément intégral irrégulier ne sont point résolubles par rapport à z, p et q. Donc, l'élimination de p et q du système (13) donnera une ou deux relations entre les variables x et y.

Considérons d'abord la première hypothèse, en supposant que l'élimination de p et q du système (13) nous donne les deux relations

$$z = f(x, C_1, C_2), \qquad y = \varphi(x, C_1, C_2). \tag{14}$$

L'équation (10) étant identiquement vérifiée par le système (13), il en résulte l'égalité suivante, qu'on obtient en subsituant dans la formule (10) les valeurs (14) des variables z et y :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = p + q \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \tag{15}$$

Par conséquent, l'élément intégral irrégulier (13) doit être représenté par l'ensemble des trois équations équivalentes (14) et (15). On en tire aisément une conclusion bien déterminée sur la forme que doit présenter l'équation primitive (11), pour pouvoir admettre l'élément intégral irrégulier en question, équivalent à la multiplicité de S. Lie (14)-(15). Effectivement, l'équation (11) est le résultat de l'élimination de C_1 et C_2 du système (14)-(15). Donc, les équations (14) étant résolubles par rapport à C_1 et C_2, l'élimination de ces constantes dans l'équation (15) donne une équation linéaire par rapport aux variables p et q :

$$A(x, y, z) = p + q \cdot B(x, y, z). \tag{16}$$

Inversement, toute équation partielle linéaire en p et q admet non seulement une intégrale complète classique, mais aussi une multiplicité intégrale (14 et 15), au sens de S. Lie.

Si l'on suppose maintenant que les équations (14) ne sont pas résolubles par rapport à C_1 et C_2, le résultat de l'élimination de C_1 et C_2 du système (14)-(15) devient une équation indépendante de p et q :

$$\psi(x, y, z) = 0. \tag{17}$$

Examinons, enfin, la seconde hypothèse, quand l'élimination de p et q du système (13) donne les trois relations

$$z = f(C_1, C_2), \qquad y = \varphi(C_1, C_2), \qquad x = \theta(C_1, C_2). \tag{18}$$

Ces trois équations représentent l'élément intégral irrégulier et définissent en même temps une nouvelle multiplicité de S. Lie, les valeurs constantes (18) de z, y, x vérifiant bien l'égalité (10). Il est évident qu'alors l'équation étudiée (11) ne dépend plus explicitement de variables p et q, car elle s'obtient par l'élimination de C_1 et C_2 entre les trois équations (18).

* * *

Les considérations citées démontrent qu'il existe trois classes de multiplicités dans l'espace à trois dimensions. Elles sont caractérisées respectivement par la première équation (12), les équations (14) et (18), que nous appellerons *lieux géométriques* des multiplicités; ils représentent respectivement une *surface*, une *courbe* et un *point*. Les multiplicités dans l'espace définissent donc des systèmes d'éléments associés qui sont répartis sur une surface, ou s'enroulent le long d'une courbe, ou passent tous par un seul et même point. Les calculs analytiques exposés précédemment montrent de plus que pour admettre les multiplicités, dont le lieu géométrique est une courbe ou un point, l'équation (11) doit être linéaire par rapport aux variables p et q, ou bien être indépendante de ces dernières.

Donc, une *équation aux dérivées partielles* (11) *à deux*

variables indépendantes, non linéaire, n'admet point d'autres solutions que celles de la théorie classique des équations différentielles.

Il est utile de noter ici qu'on met souvent la théorie des équations partielles en un lien intime avec la méthode des transformations de contact. Grâce à cette dernière, une équation non linéaire peut être transformée en une équation linéaire ou même en une équation indépendante des dérivées, admettant les solutions de S. Lie, comme nous l'avons indiqué plus haut.

Or, il n'en est rien, quand on revient aux anciennes variables, si l'équation primitive n'appartient pas à celles des équations dérivées de S. Lie. Effectivement, si l'on effectue, d'une manière exacte, la transformation inverse des variables, on n'obtient que les solutions classiques des équations partielles, comme il se trouve démontré dans mon travail : *Recherches sur la théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction inconnue*, publié en 1906. (Communication de la Société Math. de Kharkow.)

Quant aux équations aux dérivées partielles d'une fonction inconnue d'un nombre quelconque des variables indépendantes, j'ai donné, dans mon *Rapport au Congrès international des Mathématiques à Rome* (*), toutes celles admettant les solutions de S. Lie, et j'ai ainsi démontré que la plupart des équations partielles ne les admettent point. Par conséquent, il ne peut guère être question de la généralité des solutions de S. Lie, qui ne sont admises que par des équations d'une forme toute particulière.

Pour élucider ce fait, au point de vue historique, il est utile de rappeler qu'à l'époque où Mayer leva toutes les objections faites aux théories anciennes d'intégration des équations partielles, S. Lie publiait ses idées sur les multiplicités, sans connaître les résultats obtenus par Mayer.

*
* *

(*) *Atti del IV Congresso Internazionale dei Mathematici*, vol. II, p. 77.

Les multiplicités de S. Lie peuvent être réparties en classes de différents ordres, d'après le nombre des relations entre les variables $x_1 \ldots x_n$; les intégrales classiques appartiennent à l'ordre zéro, en vertu de cette définition.

S. Lie considérait, dans ses recherches, les multiplicités d'une classe quelconque, sans en préciser l'ordre.

Il n'a pas donné non plus de méthode pour pouvoir calculer une multiplicité dont l'ordre est assigné d'avance.

Par conséquent, les procédés d'intégration de S. Lie sont, en général, inaptes à fournir une intégrale classique en cas de nécessité.

Il se pose donc naturellement la question de savoir si les méthodes d'intégration que S. Lie avait obtenues pour ses équations dérivées se prêtent aux équations partielles, ou si elles ne sont propres qu'aux équations de la forme particulière. C'est sur ce point précisément que je veux insister davantage.

Comme cela a été dit ci-dessus, Mayer s'affranchit des éléments intégraux irréguliers L dans les méthodes d'intégration de Cauchy et Jacobi. D'ailleurs, Liouville (*) et Lafon (**), en étudiant les éléments L, bien avant S. Lie, et d'un point de vue plus général, ont trouvé le moyen d'en tirer parti pour l'intégration des équations canoniques.

Il est même aisé de constituer un lien intime entre les éléments L et J, pour en tirer l'intégrale d'une équation partielle, comme je l'avais démontré en 1903 (***).

Mayer n'était point d'accord avec S. Lie sur la valeur des multiplicités de celui-ci, comme j'ai eu l'occasion de l'apprendre personnellement de la part de Mayer; aussi ne les a-t-il jamais utilisées dans ses travaux.

(*) J. Liouville, *Note sur l'intégration des équations différentielles de la dynamique présentée au Bureau des Longitudes le 29 juin 1853.* (V. Journal Liouville, t. XX, 1855, p. 137.)

(**) A. Lafon, *Sur l'intégration des équations différentielles de la Mécanique.* (Thèse). Paris, 1854.

(***) *Comptes rendus*, 10 août 1903, 17 août 1903.

Mais Mayer a donné une méthode pour pouvoir passer d'un élément L à J. Or, la base de cette méthode, fondée sur les transformations de contact, n'était point exacte, comme il se trouve démontré dans mes deux notes : ***Considérations sur les Méthodes de MM. S. Lie et A. Mayer.*** (COMPTES RENDUS, 26 juin et 3 juillet 1899.)

Il fallait donc donner une méthode tout à fait générale des caractéristiques des systèmes d'équations différentielles et trouver les moyens d'utiliser pour leur intégration les éléments L, s'il y en a (*).

Pour un système d'équations simultanées, l'extension indiquée pouvait s'effectuer, soit en utilisant les méthodes correspondantes généralisées sur les systèmes d'équations, soit en transformant, d'après Mayer et S. Lie, un système d'équations simultanées en une équation unique.

Enfin s'il n'y avait que quelques intégrales connues des équations différentielles des caractéristiques, la question se pose alors de savoir le parti qu'on pourrait en tirer pour l'intégration des équations proposées. Cette question avait déjà été posée par Jacobi, mais n'avait pas été résolue définitivement par lui. S. Lie a démontré que toute intégrale des équations différentielles des caractéristiques, quelle qu'elle soit, présente l'avantage de diminuer les difficultés formelles du problème d'intégration en question. On voit alors s'élargir le champ des recherches dans deux différentes directions.

D'une part, un intérêt spécial s'attache à la recherche des intégrales des caractéristiques. L'ancienne théorie du facteur intégrant d'Euler et des multiplicateurs de Jacobi reçoit un développement nouveau dans l'*Étude des groupes continus et des transformations infinitésimales* de S. Lie et dans la *Théorie*

(*) Voir mes travaux : *Mémoire sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre* (JOURNAL JORDON 1899, p. 435); BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE, t. XXIV, 1901, p. 86; BULLETIN DE L'ACADÉMIE DE PÉTERSBOURG, 1911, p. 563.

moderne des invariants intégraux développée par H. Poincaré, Th. de Donder, G. Koenigs, E. Goursat et E. Cartan.

D'autre part, S. Lie, durant toute sa vie, revint à maintes reprises sur la théorie qu'il avait inventée pour utiliser chaque intégrale du système différentiel des caractéristiques afin d'en déduire de nouvelles intégrales des équations partielles. Pour résoudre ce problème il avait dû créer sa théorie des groupes fonctionnels, ce qui rendait la méthode en question trop compliquée et en empêchait les applications. S. Lie chercha donc à la simplifier. Mais ce n'est que dernièrement qu'on a réussi à le faire. J'ai démontré précisément (*) que l'introduction de la théorie des groupes fonctionnels n'était point nécessaire pour la résolution du problème en question, mais qu'il est aisé de résoudre le même problème en utilisant les propriétés élémentaires dont jouissent les intégrales des équations aux dérivées partielles linéaires.

*
* *

La théorie des équations partielles présente un vaste domaine de recherches et se prête à d'importantes applications. Si je pouvais y attirer votre attention, je déclarerais alors mon but atteint.

J'ai tracé en grandes lignes les étapes accomplies par cette théorie. Certes, ce n'est pas toujours la voie historique qui est la plus courte. De belles découvertes, marquant les progrès réalisés dans les sciences, ne deviennent souvent que l'héritage de l'histoire ; il arrive qu'un nouvel enchaînement d'idées conduit plus rapidement aux résultats modernes qui servent de base à de nouvelles recherches. La théorie étudiée ici en présente de nombreux exemples du plus haut intérêt.

(*) *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians.* Cambridge. 1913, vol. I, p. 59. — *Comptes rendus*, 7 octobre 1912. Paris, t. CLV, p. 638.

EMBRYOLOGIE. — **Recherches sur l'Embryogénie de *Salpa maxima***

(*Communication preliminaire*),

par PAUL BRIEN (1),
Assistant à l'Université de Bruxelles.

On sait que l'embryon appelé à devenir l'*oozoïde* des Salpes reste fixé à la paroi cloacale du *blastozoïde* maternel jusqu'à un stade fort avancé de son développement. On sait aussi que, durant les premiers stades embryologiques, les blastomères sont enveloppés par des cellules — les *calymmocytes* de Brooks (1893) — qui proviennent de l'oviducte et de la paroi folliculaire. Tandis que Salensky (1883) croyait que les blastomères disparaissent et que l'embryologie des Salpes représente une sorte de *bourgeonnement folliculeux*, Brooks admit que les calymmocytes constitueraient un *embryon provisoire* à organisation ancestrale; ce ne serait que plus tard que les blastomères, d'abord inactifs, remplaceraient et absorberaient les calymmocytes pour donner naissance à l'embryon définitif. Heider (1895), par contre, attribue au massif calymmocytaire provisoire de Brooks une valeur embryologique définitive : les cellules que Brooks appelle calymmocytes sont pour Heider des *micromères*. Mais Korotneff (1895) a montré que les calymmocytes ne forment en réalité qu'un *échafaudage* soutenant l'organogenèse proprement dite. C'est ainsi que des cavités primitivement délimitées par les calymmocytes sont ultérieurement revêtues par des blastomères et que le cloaque, par exemple, serait la cavité centrale calymmocytaire autour de laquelle se rangeraient les blastomères du cloaque.

---

(1) Présenté par M. Aug. Lameere.

M. le Prof^r^ de Sélys-Longchamps ayant mis à ma disposition un beau matériel (1) d'embryons de *Salpa maxima*, j'en ai commencé l'étude sous sa direction au Laboratoire d'Embryologie de l'Université libre de Bruxelles. Il résulte de mes observations qu'on peut distinguer sept stades dans l'embryologie de *Salpa maxima*, depuis la segmentation jusques et y compris l'ouverture des fentes branchiales :

1. Formation du cumulus proligère; sa localisation dans le cône épithélial;
2. Formation des annexes extrafœtales;
3. Formation de la cavité centrale. Le blastophore;
4. Localisation des blastomères;
5. Formation des cavités branchiales. Toit du placenta;
6. Formation de la cavité digestive, de la cavité cloacale, de la vésicule nerveuse, du péricarde, de la glande génitale, de l'éléoblaste;
7. Formation des fentes branchiales.

I. — Formation du cumulus proligère; sa localisation dans le cône épithélial.

Ainsi que l'ont décrit les auteurs, lorsque l'œuf d'un blastozoïde est mûr, l'oviducte, primitivement constitué par un cordon cellulaire plein, s'ouvre en un canal, dans lequel pénètrent les spermatozoïdes d'une autre chaîne de Salpes. Après la fécondation, l'œuf subit une *segmentation totale et inégale* durant laquelle l'appareil génital se modifie considérablement. L'oviducte s'oblitère à nouveau, tout en se raccourcissant et s'épaississant. Ainsi transformé, l'oviducte constitue avec la paroi folliculaire un *sac utérin* enveloppant les blastomères. Au point où débouchait l'oviducte, la paroi cloacale maternelle fait

(1) Récolté par lui au Laboratoire russe de Villefranche-sur-Mer en 1916-1918.

hernie dans le cloaque et constitue le *cône épithélial*, à l'intérieur duquel le sac utérin ne tarde pas à se loger, baignant dans le sang maternel qui afflue par le sinus sanguin sous-jacent.

Pendant que les blastomères se segmentent, des cellules émigrent de l'oviducte et de la paroi folliculaire d'abord, du sac utérin ensuite, dans la cavité utérine : ce sont les *calymmocytes*. Ils enveloppent les blastomères, les séparent et forment avec eux un *cumulus proligère* qui bientôt oblitère la cavité utérine et où les blastomères se trouvent dispersés.

Les calymmocytes ont l'aspect de cellules folliculeuses : leur cytoplasme est fortement coloré par les colorants cytoplasmiques (éosine, orange, etc.) ; les noyaux, ovalaires, renferment des granules de chromatine très petits et très nombreux. Les blastomères se reconnaissent sans difficulté et ne peuvent se confondre avec les calymmocytes. Ils gardent d'abord l'aspect de l'œuf fécondé : ce sont de très grosses cellules dont le cytoplasme clair entoure un noyau vésiculeux à réseau de chromatine.

Bientôt les blastomères, spécialement les périphériques, prennent la forme d'ampoules : l'extrémité rétrécie, proximale, à cytoplasme homogène, renferme le noyau. L'extrémité distale est dilatée ; le cytoplasme y est découpé en larges rayons que séparent des *vacuoles*. Parfois le noyau de ces blastomères partiellement vacuolisés est vu en belle division caryocinétique. Cependant les blastomères ne se multiplient que très lentement.

Peut-être cette vacuolisation partielle du cytoplasme des blastomères est-elle due à l'excrétion d'un liquide cytoplasmique. Cette hypothèse expliquerait la réduction de la taille des blastomères à la fin du stade III, à un moment où ceux-ci sont encore peu actifs. De plus, le liquide sécrété produirait des espaces intercalymmocytaires, permettant le glissement des calymmocytes et leur arrangement en feuillets, tandis que de la confluence de ces espaces résulterait la cavité centrale, laquelle joue un rôle physiologique si important.

II. — Constitution des annexes extrafœtales.

Sous la poussée croissante du sac utérin, la hernie du cône épithélial s'accentue. Ainsi que l'a montré Barrois (1881), la cavité du cône épithélial se divise par deux étranglements transversaux en trois étages : l'*étage supérieur*, où se loge le sac utérin; l'*étage intermédiaire*, qui n'est que la dilatation du sinus sanguin en une cavité placentaire, et l'*étage inférieur*, qui s'évagine en un repli basilaire autour de la cavité placentaire.

La calotte du cône épithélial s'étire en revêtant étroitement le sac utérin. Par contre, les parois de la cavité placentaire s'épaississent et constituent les *murailles placentaires*.

La portion ventrale du sac utérin, en contact avec le sang maternel de la cavité placentaire, prolifère en un bourgeon, le *bourgeon sanguin* de Todaro (1875). Ce bourgeon est coincé entre les bords supérieurs de la muraille placentaire.

Bientôt le sac utérin et le cône épithélial se déchirent en un point antéro-dorsal. Le cumulus proligère sort de ses enveloppes et s'allonge suivant un axe longitudinal parallèle à celui de la mère.

Les murailles placentaires étaient d'abord simplement bombées vers l'extérieur. Bientôt leur portion supérieure s'affaisse, enserre étroitement le bourgeon sanguin et constitue un plafond placentaire continu, sur lequel s'allonge le cumulus proligère.

Les blastomères dorsaux périphériques sont encore vacuolisés partiellement, tandis que les blastomères ventraux sont homogènes.

III. — Formation de la cavité centrale et constitution du blastophore.

Le cumulus proligère, primitivement massif, se creuse d'une cavité centrale en un point où un blastomère est fortement vacuolisé. Les blastomères périphériques dorsaux ne sont pas

orientés et conservent leur structure vacuolisée. Les blastomères ventraux sont homogènes, au nombre de quatre à ce moment, et disposés deux par deux, symétriquement par rapport au plan sagittal.

L'embryologie de S. *maxima* étant essentiellement semblable à celle de S. *fusiformis*, on peut se servir des figures de Salensky (1916) et de la figure 11 de Heider (1895) pour se rendre compte des transformations subies par le cumulus proligère durant le stade III.

La cavité centrale se régularise et se prolonge vers le bas par une fissure ventrale. Celle-ci s'ouvre dans une cavité supraplacentaire, séparant le cumulus proligère du plafond placentaire. La cavité centrale communique donc avec la cavité supraplacentaire par un orifice ventral.

Les calymmocytes se disposent en un double feuillet : feuillet périphérique et feuillet interne tapissant la cavité centrale. Le feuillet interne se continue suivant les lèvres de l'orifice central avec le feuillet ventral périphérique. Le cumulus proligère, ainsi transformé, et tel que le représente la figure 11 de Heider (1895), peut porter le nom de *blastophore*. Celui-ci repose donc sur le bord périphérique du plafond placentaire par deux replis latéraux, qui limitent à gauche et à droite la cavité placentaire et se soudent aux extrémités antérieure et postérieure du blastophore.

Les blastomères se disposent en quatre files parallèles et symétriques deux à deux par rapport au plan sagittal. Les deux files dorsales, au-dessus de la cavité centrale, donneront les *éléments ectodermiques*, tandis que les deux files ventrales, sous la cavité centrale, fourniront les *éléments endodermiques*.

Le repli basilaire de l'étage inférieur du cône épithélial s'étrangle inférieurement en un goulot, le *goulot placentaire*, que ferme incomplètement le bourgeon sanguin. Le repli basilaire, pendant ce temps, s'élève et enveloppe le blastophore, devenant ainsi le *repli membraneux* des auteurs. Ainsi que le

décrit Barrois (1881), la croissance de ce repli se fait plus rapidement à gauche et à droite, si bien que ses bords latéraux se rencontrent et s'accolent en une crête sagittale au-dessus du blastophore. Ce dernier est donc protégé dans une *cavité incubatrice* délimitée par le repli membraneux.

IV. — Localisation des blastomères.

Le blastophore grandit en s'allongeant suivant un axe longitudinal parallèle à celui de la mère. Le blastophore est d'ailleurs polarisé de la même façon que le blastozoïde maternel.

L'organisation est, dans les grandes lignes, semblable à ce qu'elle était à la fin du stade précédent.

Les replis latéraux se sont accrus, et la cavité supra placentaire est très grande. Les lèvres de l'orifice central se sont soudées en un septum horizontal, tandis que de l'orifice primitif ne subsiste qu'une petite ouverture légèrement excentrique vers l'avant.

Les murailles placentaires sont fortement bombées vers l'extérieur. Quant au plafond placentaire, il est continu, constitué d'une couche de cellules, et il s'appuie par l'intermédiaire d'un bourrelet cellulaire sur le bourgeon sanguin. Celui-ci est légèrement déplacé vers l'avant et s'applique sur le plancher du sinus sanguin maternel. Le goulot placentaire est donc ainsi presque complètement obturé, mais il subsiste *deux ouvertures* : une antérieure, petite, et une postérieure, plus grande; ouvertures qui permettent le courant alternatif du sang maternel dans la cavité placentaire.

Les blastomères sont petits et ne dépassent plus guère la taille des calymmocytes. Leur cytoplasme condensé se colore fortement par l'hématoxyline de Heidenhain, tandis que leur noyau sphérique est clair avec un ou deux caryosomes noirs. Les blastomères restent ainsi très distincts dans la masse

calymmocytaire, et on les voit localisés aux endroits mêmes où se formeront les organes du futur embryon.

La voûte de la cavité centrale présente une gouttière dans le plan sagittal, où se disposent d'arrière en avant *trois massifs de blastomères :* le massif postérieur, cloaco-ectodermique, le massif médio-dorsal ectodermique et le massif antérieur, neuro-ectodermique.

Le septum ventral se renfle en deux bourrelets longitudinaux et parallèles au plan sagittal, dans chacun desquels se forme un massif branchial endodermique. Ces deux massifs sont symétriques par rapport au plan sagittal.

Le blastophore se prolonge par un *éperon postérieur*, logé dans un cul-de-sac du repli membraneux. Cet éperon calymmocytaire enveloppe le massif mésoblastique, constitué de blastomères encore très gros, à noyau vésiculeux avec réseau de chromatine non encore condensé.

Quoique isolés, les blastomères conservent leur potentialité organogénétique. Les organes s'ébauchent séparément et d'une façon indépendante. Quand la cavité centrale se réduira et disparaîtra, ces organes seront en connexion et formeront un embryon parfaitement coordonné et polarisé.

Le blastophore n'est qu'un support; il ne joue aucun rôle actif dans l'organogenèse.

V. — Formation des cavités branchiales.

Le blastophore atteint maintenant son maximum de développement. L'orifice central est complètement fermé. Les murailles placentaires prolifèrent vers le haut et tout autour du plafond placentaire, de façon à constituer un cône placentaire creux supportant tout le blastophore. Les replis latéraux du blastophore prolifèrent à leur tour en un énorme massif calymmocytaire. Ce dernier, s'accroissant rapidement, oblitère bientôt

la cavité supraplacentaire et constitue ce que Salensky et Heider appellent le *toit du placenta*. Ce n'est donc là qu'un élément du blastophore, contenu dans la cuvette formée par des tissus maternels, le cône placentaire constituant la paroi latérale de cette cuvette, dont le fond est formé par le plafond placentaire.

La chambre placentaire s'affaisse, mais le sang continue à y circuler, grâce aux deux ouvertures déjà mentionnées.

Les calymmocytes ont toujours le même aspect.

L'éperon postérieur s'est dégagé du cul-de-sac du repli membraneux.

Les blastomères ont conservé la même localisation, mais les massifs blastomériques ont subi quelques modifications. Ils font plus fortement saillie dans la cavité centrale.

Les blastomères du massif mésoblastique se sont eux aussi condensés.

Les massifs blastomériques branchiaux se creusent chacun d'une cavité. Ce sont les *cavités branchiales*, entre lesquelles se distinguent quelques blastomères encore dispersés.

Dans les embryons assez avancés, l'ectoderme forme un épithélium étroit, dorsal, sous une crête sagittale calymmocytaire. Postérieurement, le massif cloacal se détache de l'ectoderme dorsal. Le cloaque est donc dorsal, postérieur et d'origine ectodermique. Antérieurement, le massif neural reste intimement attaché à l'ectoderme.

VI. — Formation de la cavité digestive, de la cavité cloacale, de la vésicule neurale, de la vésicule péricardique, de la glande génitale et de l'éléoblaste.

La cavité centrale s'est considérablement rétrécie. Ses parois calymmocytaires forment un cylindre creux, occupant toute la longueur du blastophore et servant de soutien aux organes qui s'ébauchent séparément.

Les cellules pharyngiennes, primitivement dispersées dans le massif calymmocytaire qui séparait les deux cavités branchiales, se multiplient et bientôt limitent une cavité médiane déprimée, faisant communiquer les deux cavités branchiales. Ainsi se constitue une seule cavité, en forme de croissant, embrassant ventralement la cavité calymmocytaire centrale dans une gouttière pharyngienne.

De la bande étroite ectodermique médio-dorsale se détache un massif nerveux. Celui-ci se creuse aussitôt d'une cavité, la cavité neurale, qui s'ouvre provisoirement à l'extérieur. Le système nerveux est donc dorsal, antérieur, d'origine ectodermique, et se constitue par un phénomène d'invagination accéléré.

Dans le massif cloacal déjà individualisé au stade précédent apparaît la cavité cloacale. Elle surmonte, en l'embrassant dorsalement, la cavité centrale, dont elle est indépendante, dans la région postérieure du blastophore. Mais dans la région centrale du blastophore, le plafond de la cavité centrale a disparu. Le plancher de la cavité cloacale n'est pas présent à ce stade. La cavité cloacale embryonnaire et la cavité centrale calymmocytaire communiquent largement dans la région centrale. Les deux cavités n'en sont pas moins distinctes, histologiquement, morphologiquement, chronologiquement.

La masse mésoblastique se partage en trois massifs : un petit massif antérieur, qui s'accole à la paroi digestive latéralement à droite et se creuse d'une cavité ; c'est la saccule péricardique. Un autre massif se place sous la cavité pharyngienne, dans le plan médian, à côté du péricarde ; c'est la masse génitale. Ce qui reste du mésoblaste forme l'éléoblaste, glande hématopoïétique provisoire. C'est d'elle que se détachent les phagocytes qui commencent leur rôle de destruction. En effet, le blastophore tout entier est frappé de dégénérescence.

Le feuillet périphérique du blastophore subsiste, il est vrai, très longtemps, prolongeant jusqu'au toit placentaire l'épithé-

lium dorsal ectodermique et constituant l'ectoderme provisoire.

Le feuillet interne des replis latéraux et le feuillet ventral du septum ventral dégénèrent et sont phagocytés. Leur disparition laisse donc au-dessus du toit placentaire, entre l'ectoderme provisoire et les organes endodermiques, une cavité, qui n'est autre que la *cavité générale embryonnaire*, remplie d'éléments mésoblastiques détachés des parois endoblastiques non encore différenciées.

L'embryon se trouve donc étalé, le ventre ouvert, sur son deutoplasme. Les cellules du toit placentaire perdent leurs limites et forment un syncytium, tandis que leur noyau entre en pycnose. Les phagocytes embryonnaires plongent dans le syncytium, le minent et remontent dans la cavité générale, le cytoplasme chargé de réserves alimentaires. Des phagocytes maternels arrivent dans la cavité placentaire, dont ils entament le plafond, qui, lui aussi, mais plus tardivement, contribue à former le syncytium placentaire. Seuls le cône placentaire et les murailles placentaires résistent et conservent leur histologie normale.

Le toit du placenta n'est donc pas un organe embryonnaire à sécrétion interne. Ce n'est qu'une portion du blastophore qui, tout comme ce dernier, finit par disparaître.

VII. — Formation des fentes branchiales.

Les organes se sont développés. La vésicule nerveuse se ferme. Les parois digestives sont en contact avec les parois cloacale et nerveuse. La gouttière pharyngienne délimite l'emplacement de la cavité centrale calymmocytaire qui communique toujours et sur une très grande partie de sa longueur avec la cavité cloacale.

Postérieurement à la vésicule nerveuse, la gouttière pharyngienne se sépare des parois latérales, si bien que deux fentes

branchiales font communiquer le cloaque et la cavité digestive par l'intermédiaire de la cavité centrale. Celle-ci se rétrécit de plus en plus. Bientôt la gouttière pharyngienne s'étale en un septum endodermique tapissé dorsalement par ce qui subsiste encore du plancher calymmocytaire de la cavité centrale. La cavité centrale n'est donc plus que virtuelle, puisque l'espace qu'elle occupait, et que délimite la gouttière pharyngienne, n'existe plus.

Enfin, les calymmocytes de l'ancienne cavité centrale disparaissent eux-mêmes et il ne reste donc rien de la cavité centrale calymmocytaire. Elle n'a eu qu'un rôle physiologique, favorisant les échanges nutritifs entre les éléments blastomériques.

Au moment où les organes se sont mis en rapport les uns avec les autres, et où l'embryon est coordonné, l'épibolie ectodermique s'accentue, de façon à envelopper l'embryon désormais constitué.

VIII. — Conclusion.

L'embryologie de *Salpa maxima* se complique d'annexes extrafœtales, dont le blastophore est la plus intéressante. Cet organe se constitue très tôt, très rapidement, de façon à servir de soutien à l'embryon quand celui-ci s'organisera. Mais son importance, son volume considérable, à un moment où l'ontogénie n'en est qu'au stade de la segmentation, marque l'embryologie de la Salpe et en brise le rythme organogénétique.

Le blastophore se creuse d'une cavité centrale, qui joue le rôle de vestibule entre les organes embryonnaires. Elle disparaît sans avoir rien donné, de sorte que le blastophore n'a aucun sens morphologique. La cavité blastophorale peut même ne pas se creuser, comme chez *S. democratica*. De sorte que, si l'on ne tient pas compte des modifications adaptatives, l'embryologie de *Salpa maxima* est celle d'un Tunicier : la cavité

digestive est endodermique, tandis que le système nerveux et le cloaque dorsal sont d'origine ectodermique. Leur formation peut se ramener à un phénomène d'invagination ectodermique accélérée.

AUTEURS CITÉS.

(1881) Barrois, J., *Mémoire sur les membranes embryonnaires des Salpes.* (Journ. Anat. Phys., 17e année, 1881.)

(1893) Brooks, W.-K., *The* Genus Salpa, *a Monograph.* (Mem. Biol. Lab. Johns Hopk. Univ., vol. II, 1893.)

(1895) Heider, K., *Beiträge zur Embryologie von* Salpa fusiformis. (Abh. Senckenberg. Ges. Frankfurt a. M., 18. Bd, 1895.)

(1895) Korotneff, A., *Embryologie der* Salpa democratica. (Zeitschr. f. wissensch. Zool., 59. Bd, 1895.)

(1883) Salensky, W., *Neue Untersuchungen über die embryonale Entwicklung der Salpen.* (Mitth. Zool. Stat. Neapel, 4. Bd, 1883.)

(1916) Salensky, W., *Sur l'Organogenèse de* Salpa fusiformis. [Bull. Acad. Impér. des Sciences, 1916, p. 1361 (en russe).]

(1875) Todaro, F., *Sopra lo sviluppo e l'anatomia delle Salpe.* (Atti d. R. Accad. dei Lincei, t. 2, ser. IIa, 1875.)

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

—

Alliaume (*M.*). Revue annuelle d'Astronomie 1921. Louvain-Paris, 1922; extr. in-8° (32 p.). [28.776]

Boussinesq (*J.*). Cours de Physique mathématique de la Faculté des Sciences. Paris, 1922; gr. in-8° (217 p.). [29.146]

Canovetti (*C.*). Osservazioni e critiche su errori commessi nel metodo di determinare la contrazione nel senso del moto nella teoria della Relativita. Verone, 1922; extr. in-8° (15 p.). [28.780]

De Kövesligety. Comptes rendus des séances de la Cinquième Conférence de la Commission permanente et de la Troisième et dernière Assemblée générale de dissolution de l'Association Internationale de Sismologie réunie à Strasbourg les 24 et 25 avril 1922. Budapest, 1922; in 4° (81 p.). [28.854]

Errera (*Alfred*). L'Origine et les Problèmes de l' « Analysis situs ». Bruxelles, 1922; extr. in-8° (15 p.). [28.779]

— « Analysis situs ». Une démonstration du théorème de Petersen. Bruxelles, 1922; extr. in 8° (pp. 56-61). [28.778]

Gérard (*R.-E.*). Message aux chercheurs individuels de la Vérité. Bruxelles, s./d.; in-8° (31 p.). [29.158]

Lagrange (*Ch.*) Leçons sur la Parole de Dieu. Bruxelles, 1922; in-8° (557 p. fig.). [28,533]

Lameere (*Aug.*) L'Évolution des Arthropodes. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (21 p.). [28.783]

— The Origin of Insect societies. Washington, 1922; extr. in-8° (pp. 511-521). [28.782]

Leclercq (*Victor*). Sur les Fonctions implicites. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (56 p.) [28.784]

Lockyer (*W.-J.-S.*). Aan the relationship between solar prominences and the corona. Londres, 1922; extr. in-8° (pp. 323-330). [28.781]

Pelseneer (*Paul*). Polymèles et « Monstres multiples » chez les Astéries. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (6 p., pl.). [29.160]

— Embryons multiples polyovogoniques chez les Mollusques. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (7 p., fig.). [29.159]

Somville (*O.*). Constantes des Sismographes Galitzine. Bruxelles, 1922; gr. in-4° (34 p., fig.). [28.855]

Swarts (*Frédéric*). Cours de Chimie inorganique. Bruxelles, 1922; in-8° (734 p.). [29.150]

Van Oye (*Paul*). Zur Biologie des Potamoplanktons auf Java. S/V., 1921; extr. in-8° (pp. 362-393). [28.777]

Anonyme. Hommage à la mémoire de Louis Pasteur. Gand, 1922; in-8° (129 p., portr.). [29.147]

ERRATUM.

Page 242. M. Raphaël-Georges Lévy, associé de l'Académie, était délégué de l'Académie des sciences morales et politiques de Paris.

Séance du samedi 2 décembre 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur;* Charles Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, A. Gravis, G. Cesàro, Max Lohest, Fr. Swarts, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, J. Cornet, J. Bordet, L. Crismer, Edm. van Aubel, *membres;* MM. A. Brachet, Th. De Donder, P. Fourmarier, O. Dony, O. Van der Stricht, M. Dehalu, *correspondants;* G.-A. Boulenger, *associé,* et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Massart et Lecointe, membres; Stuyvaert, correspondant.

CORRESPONDANCE.

M. le Premier Ministre, MM. les Ministres des Affaires étrangères, de l'Industrie et du Travail, de la Défense nationale, des Colonies, de l'Agriculture expriment leurs regrets de ne pouvoir assister à la séance publique de la Classe.

M. le Ministre de l'Industrie et du Travail fait connaître la composition du jury du Prix Guinard (11e période : 1918-1922).

M. Van den Dries remercie l'Académie du Prix qu'elle lui a accordé.

La Société des Nations (Commission de Coopération intellectuelle) adresse un appel en faveur des travailleurs intellectuels autrichiens et de la vie intellectuelle autrichienne. — La Classe décide d'ajourner sa réponse.

Le Comité organisateur du XIe Congrès international de Physiologie annonce que celui-ci se tiendra à Édimbourg du 23 au 27 juillet 1923. — La Classe décide, à l'unanimité, de

faire au président de ce Comité la communication suivante : « La Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique remercie Sir Edward Schafer de l'invitation à assister au XI[e] Congrès de Physiologie, qu'il lui a fait l'honneur de lui adresser. Elle regrette de ne pouvoir l'accepter, vu que ce Congrès sera accessible aux ressortissants des anciens empires centraux. Elle estime que le moment n'est pas venu de renouer les relations avec les savants allemands et de revenir sur l'exclusion dont ils ont été frappés en exécution de la décision prise à Londres en octobre 1918, sous les auspices de la *Royal Society*, par la Conférence des Académies des sciences interalliées ».

L'Académie a pris connaissance du compte rendu de la séance de la Chambre des Représentants du 18 octobre 1922. Au cours de cette séance, l'un des membres de la Chambre a prononcé les paroles suivantes :

« Je sais aussi que l'Académie, s'engageant sur un terrain politique qu'elle ferait mieux de ne pas aborder, a émis un vœu contre la « flamandisation » de l'Université de Gand. Elle a évidemment eu tort, mais elle l'a fait et je passe ».

La Classe, à l'unanimité, vote la résolution suivante :

« La Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique, ayant eu connaissance des critiques émises à la Chambre des Représentants (*Annales parlementaires*, 1922, p. 1814) concernant l'attitude prise par l'Académie dans la question de la flamandisation de l'Université de Gand, tient à affirmer une fois de plus son droit et son devoir d'émettre publiquement son avis sur toute question de nature à élever ou à abaisser le niveau intellectuel du pays et passe à l'ordre du jour ».

Cette résolution sera communiquée à MM. les Président et Membres de la Chambre des Représentants.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Recueil d'œuvres de Leo Errera (pédagogie, biographies).

Premiers compléments de la Gravifique einsteinienne, par Th. De Donder.

Les maladies charbonneuses des céréales et leur traitement, par Em. Marchal; *J. Chalon*, par le même.

Champignons parasites nouveaux pour la flore belge, récoltés en 1915-1918, par Ém. Marchal et F. Sternon.

— Remerciements.

COMMISSION DES FINANCES.

La Classe nomme pour faire partie de cette Commission : MM. Demoulin, Deruyts, Fredericq, Gravis et Massart.

MOTION DE M. VAN AUBEL.

La Classe décide, sur la proposition de M. van Aubel, qu'elle se rendra en corps, à l'issue de sa séance publique du 16 décembre, à la tombe du Soldat inconnu, pour y déposer une couronne, et qu'elle invitera les Classes des lettres et des beaux-arts à se joindre à elle.

TRAVAIL A L'EXAMEN.

Nivellement de haute précision d'une partie de l'Ourthe supérieure et études sur le creusement de cette vallée, par J. Pauwen. Renvoi à MM. Dehalu et le Paige.

RÉFORME DES DOCTORATS EN SCIENCES.

Conformément à sa décision antérieure, la Classe reprend l'examen de la question tout entière. N'ayant pu en terminer l'étude au cours de la séance, elle décide de la poursuivre à la séance de janvier 1923.

RAPPORTS.

Rapport de MM. Swarts et de Hemptinne sur le travail de M. Goris : *Dosage de l'alcool par décomposition catalytique sur l'alumine*. — Sur la proposition des rapporteurs, la Classe décide de renvoyer ce travail à l'auteur.

PRIX PERPÉTUELS.

Prix Fr. Deruyts.

3e période (1er mai 1910 au 30 avril 1922).

Conformément aux conclusions de MM. Stuyvaert, Demoulin et De Donder, rapporteurs, la Classe décide qu'il n'y a pas lieu de décerner le Prix.

Prix A. De Potter.

1re période.

GÉOLOGIE

Le jury, en passant en revue les travaux publiés par les géologues belges pendant la période de 1919 à 1921, a eu son attention retenue par un petit mémoire de MM. Fernand Delhaye et Maurice Sluys, ayant pour titre : *Les grands traits de la tectonique du Congo occidental. 1. Structure et stratigraphie du bassin schisto-calcareux* (1).

Ce travail n'est que la première partie d'une note préliminaire à une monographie étendue qui est en cours de publication, et il compte à peine seize pages d'impression, accompagnées d'un croquis géologique au 2 000 000e. Mais il se place au tout premier rang par l'importance des résultats qu'il expose, en termes concis, et qui sont le fruit de vingt mois d'un travail ardu dans une des régions les plus difficiles de l'Afrique équatoriale.

L'aire étudiée par MM. Delhaye et Sluys s'étend, au nord et au sud du Congo, depuis le bassin du Niari, en territoire français, jusqu'au delà de la frontière de la colonie de l'Angola, et elle comprend la région traversée par notre grand fleuve depuis le Stanley-Pool jusqu'au confluent de la Lufu.

Les auteurs donnent une description stratigraphique et lithologique du système schisto-calcareux du Congo occidental,

(1) *Annales de la Société géologique de Belgique.* Publications relatives au Congo belge, etc. Année 1919-1920. Annexe au t. XLIII des *Annales*. Liége, 1920.

depuis le conglomérat basal, qu'ils considèrent comme d'origine glaciaire, jusqu'aux dolomies et calcaires qui couronnent le système, à un millier de mètres de la base.

Ils font faire ainsi un progrès énorme à un chapitre de la géologie congolaise qui n'avait été qu'effleuré par leurs prédécesseurs.

Ils esquissent ensuite les grandes lignes de l'architecture de la région. Ils y distinguent quatre zones tectoniques :

1° La zone plissée que recoupe la vallée du Congo et qui a été disloquée par des efforts tangentiels venant de l'ouest.

2° La zone des plissements du Sud du Bas-Congo, où les poussées ont agi du sud vers le nord.

3° La zone de plissements et d'effondrements qui s'étend au nord du fleuve.

4° La zone de dislocation du Niari, où les compressions tangentielles se sont faites du nord au sud.

Les derniers plissements de la région ont intéressé le système schisto-gréseux Mpioka-Inkissi, superposé au système schisto-calcareux. Les auteurs se basent sur ce fait, en l'absence d'arguments paléontologiques, pour assimiler le système schisto-calcareux, comme le système schisto-gréseux, à la partie inférieure de la formation du Karroo.

MM. Delhaye et Sluys montrent que les ridements qui se sont succédé dans la région étudiée se sont toujours produits suivant la direction des plis antérieurs; ils estiment que les derniers de ces mouvements orogéniques sont antérieurs aux couches du Lualaba-Lubilash, et d'âge probablement triasique. Les mouvements les plus récents appartiennent à une phase épeirogénique d'âge jurassique et plus récent.

Le travail de MM. Delhaye et Sluys a fait faire à la connaissance du sol du Congo un progrès considérable. Les auteurs se sont montrés stratigraphes scrupuleux et précis, tectoniciens habiles et cartographes consciencieux. La valeur scientifique de leur étude dépasse celle des travaux ordinaires de *géologie colo-*

niale. Ils ont montré qu'entre des mains exercées, la méthode stratigraphique pure, la seule utilisable dans les terrains dépourvus de fossiles, peut donner des résultats satisfaisants.

Nous estimons qu'il y a lieu de proposer à la Classe des sciences de décerner à MM. Delhaye et Sluys un prix de trois mille francs pour les récompenser de leurs efforts et pour marquer que l'Académie ne reste pas indifférente à l'exploration scientifique de notre vaste colonie du Congo.

Conformément aux conclusions de MM. Lohest, Rutot et Cornet, rapporteurs, la Classe décide d'accorder un prix de trois mille francs à MM. Delhaye et Sluys.

Prix Aug. Sacré.

(2e période : 1er août 1910 au 31 juillet 1922.)

Conformément aux conclusions de MM. de la Vallée Poussin, Demoulin et Stroobant, rapporteurs, la Classe décide qu'il n'y a pas lieu d'attribuer le Prix.

Prix Charles Lemaire.

(Questions relatives aux Travaux publics.)

XIIIe période (1er juillet 1920-30 juin 1922).

Rapport des Commissaires délégués à Messieurs les Directeur, Secrétaire perpétuel et Membres de la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique (1).

MESSIEURS,

Pendant l'examen des mémoires soumis à notre avis, notre éminent collègue M. A. Dufourny, directeur général honoraire des Ponts et Chaussées, a succombé aux atteintes d'une maladie

(1) Le jury était composé de MM. DE HEMPTINNE, membre de l'Académie royale, *président;* LAMBIN, inspecteur général des Ponts et Chaussées; VAN BRABANDT, directeur général au Secrétariat général du Ministère des Chemins de fer, Marine, Postes et Télégraphes; LAGASSE DE LOCHT, directeur général honoraire des Ponts et Chaussées, ayant rang de secrétaire général du Ministère des Travaux publics, président de la Commission royale des Monuments et des Sites, *rapporteur.*

M. A. DUFOURNY, directeur général honoraire des Ponts et Chaussées, est décédé au cours des opérations du jury.

cruelle. Sa carrière technique, parcourue d'un bout à l'autre de la hiérarchie de cette administration savante, a été très active. Ce n'est point le lieu de la faire valoir en détail. Sa renommée s'est étendue bien au delà de nos frontières. Il laisse, à l'étranger comme dans la patrie belge, à laquelle il s'est dévoué corps et âme, une réputation qui honore sa famille autant que sa mémoire.

Quatre praticiens distingués ont adressé à l'Académie six mémoires énumérés ci-après suivant l'ordre alphabétique de leurs noms :

I. *Vulgarisation des principes qui régissent l'emploi des liants goudronneux et bitumeux pour la confection des routes.* Discours prononcé par E. Camerman, directeur du service des Essais des Chemins de fer de l'État, président de l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Gand, à l'Assemblée générale du 30 janvier 1921.

II. *Égouts publics,* par Ch. Dubosch, conducteur principal des Ponts et Chaussées, directeur technique du Haut-Commissariat royal de Flandre orientale-Anvers.

III. *Le calcul des colonnes,* par C. Lemaire, ingénieur A. I. Lg. A. I. M., ingénieur-conseil de Sociétés charbonnières.

IV à VI. *Calcul pratique des poutres continues en béton armé en tenant compte de la raideur des colonnes,* par G. Magnel, répétiteur à l'Université de Gand, chef des travaux au Laboratoire de Résistance des Matériaux.

Recherches expérimentales sur le coefficient d'élasticité du béton, par le même auteur.

Expériences sur le retrait du béton pendant le durcissement, par le même.

Si étudiés que soient les mémoires I et II, ils n'en constituent pas moins des aide-mémoire, des manuels utiles sans doute, mais ne répondant ni à la lettre, ni à l'esprit de la donation de Charles Lemaire.

Au surplus, l'un et l'autre auteurs annoncent des suites à leurs travaux.

Le mémoire III, très fouillé, est bon à consulter dans les bureaux d'ingénieur. Il ne résout que toute une série de cas particuliers, en se basant sur des hypothèses ingénieuses mais connues. Aucune synthèse, aucune généralisation n'y sont tentées. Par exemple, si le théorème intéressant, que M. Lemaire établit en remplaçant la colonne réelle par un élément fictif possédant un moment d'inertie constant et en calculant ainsi la flèche, s'était élevé au-dessus du cas particulier, la démonstration en aurait été faite d'une façon générale comme elle l'a été par M. le Prof[r] Keelhof.

De même, le mémoire IV renferme des exercices, des simplifications de calcul, des tables numériques, des abaques, le tout établi à l'aide des lignes d'influence déjà appliquées par ailleurs.

Un cabinet technique puisera dans ce travail abondant et consciencieux des renseignements de valeur. Il n'y a là, pourtant, aucune trouvaille, aucune découverte originale contribuant à l'un ou l'autre progrès marquant dans les *questions relatives aux Travaux publics*.

Les expériences, recueillies dans les deux autres mémoires de M. Magnel, quoique dignes d'attention, sont trop peu nombreuses pour qu'on en puisse faire état d'une façon définitive. L'auteur lui-même renvoie à un travail ultérieur.

Le jury est unanime pour proposer à la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique de ne point décerner, cette fois, le Prix Charles Lemaire.

Le Président,
A. DE HEMPTINNE.

Le Rapporteur,
LAGASSE DE LOCHT.

Les Membres,
A. LAMBIN, LÉON VAN BRABANDT.

La Classe se ralliant aux conclusions du jury, décide qu'il n'y a pas lieu de décerner le prix.

CONCOURS ANNUEL.

(Sciences naturelles, troisième question.)

Rapport de M. Max Lohest, premier commissaire.

L'étude du salmien est certainement l'une des plus ardues de la géologie belge. Elle ne peut être effectuée qu'à l'aide de la tectonique et de la pétrographie dans une région où les affleurements des roches du sous-sol font souvent défaut et où les plus belles coupes peuvent être interprétées de manières différentes. Pour pouvoir répondre à la question posée par l'Académie, l'auteur du mémoire *Patienter* a effectué un travail considérable. Il a revisé les levés de sept planchettes de la carte au $^1/_{20000}$ et a également porté ses investigations dans la partie du territoire allemand où le salmien est représenté. D'autre part, il a récolté un nombre considérable d'échantillons de roche qu'il a analysés, en lame mince, au microscope. Son travail comporte trois parties : l'une géologique, la seconde pétrographique; dans la troisième, il essaie, à l'aide de ses observations d'éclaircir la question de l'origine du métamorphisme de la région de la Salm.

Dans un problème aussi compliqué on ne peut guère espérer réunir l'accord de tous ceux qui ont écrit sur ce sujet ou qui ont pris position dans le débat.

Je laisse au second rapporteur le soin d'indiquer les recherches complémentaires qu'il y aurait lieu d'effectuer.

Mais, quoi qu'il en soit, je pense que l'auteur nous apporte aujourd'hui une contribution très importante à l'étude d'un problème d'une grande complexité et mérite largement la récompense promise par l'Académie.

Rapport de M. P. Fourmarier, second commissaire.

En mettant au concours la description pétrographique et géologique d'une région métamorphique de l'Ardenne, l'Académie avait certainement pour but de provoquer des recherches nou-

velles sur le problème encore si controversé de l'origine du métamorphisme des terrains anciens de la Belgique.

Dans l'étude d'une semblable question, la marche à suivre est tout indiquée : il faut tout d'abord établir avec certitude la stratigraphie des formations affectées par le métamorphisme; sans connaître l'ordre réel de superposition des couches, il n'est pas possible, en effet, de déterminer l'allure tectonique, de préciser l'importance des plis et des failles et, de manière générale, les dislocations de toute nature qui ont modifié la disposition originelle des sédiments. Lorsque ces questions de stratigraphie et de tectonique sont bien étudiées il convient de procéder à un examen lithologique soigné des terrains, afin d'indiquer, parmi leurs éléments constituants, ceux qui sont originels, c'est-à-dire datent de la sédimentation même, ceux qui ont pu se former par des combinaisons chimiques entre ces éléments originels et ceux qui ont nécessité, ou paraissent avoir nécessité, l'apport d'éléments étrangers. Cet examen lithologique doit évidemment porter non seulement sur la nature minéralogique des éléments, mais aussi sur leurs rapports relatifs, leur grandeur, leur pureté, le développement de leurs formes cristallines, l'ordre de formation, etc., et l'on conçoit qu'une telle recherche puisse nécessiter des analyses chimiques longues et délicates.

Les variations du facies originel et les variations dans l'état du métamorphisme doivent attirer particulièrement l'attention, en vue de rechercher, notamment, s'il existe une relation entre le développement du métamorphisme, d'une part, et la constitution originelle des roches, l'épaisseur des assises, la nature et la puissance des terrains qui ont recouvert les roches métamorphiques et que l'érosion a fait disparaître, d'autre part. Un autre point demande enfin des observations très soignées, à savoir les relations entre le développement de la cristallinité et les dislocations subies par des roches telles que les plis et les failles ou les déformations intimes comme les diaclases, le

clivage schisteux, les refoulements de la matière dans les charnières des plis anticlinaux ou synclinaux.

L'examen de ces divers points permettra, sans doute, d'établir les stades successifs dans les transformations subies par les roches et la nature réelle de ces modifications; alors seulement, il sera possible de rechercher la cause du métamorphisme.

L'auteur du mémoire remis en réponse à la question de concours et portant pour devise « Patienter » a choisi pour sujet d'étude le *Salmien métamorphique du sud du massif de Stavelot*. Son choix est heureux, parce que le cambrien du massif de Stavelot présente un développement fort inégal du métamorphisme, principalement dans l'étage salmien; la tectonique du massif est complexe; le cambrien a subi, à deux reprises, les efforts géodynamiques; le gedinnien qui le recouvre en discordance a été lui-même influencé par les phénomènes de métamorphisme. Tous ces caractères contribuent à rendre particulièrement favorable le choix de cette région pour le but proposé.

Le mémoire est divisé en trois parties : la première est consacrée à la stratigraphie du salmien et à la tectonique de la partie méridionale du massif cambrien de Stavelot; la seconde à l'étude lithologique des roches principales du salmien; la troisième à la recherche des causes du métamorphisme. C'est, en somme, la manière de procéder que je viens d'indiquer.

Pour ce qui concerne la stratigraphie du terrain salmien, l'auteur fait très justement remarquer que l'étude de la région est rendue difficile par la rareté des affleurements et l'absence presque complète de fossiles; aussi est-on en droit de s'étonner de le voir adopter sans discussion la dernière hypothèse émise sur la stratigraphie du salmien dans le défilé de la Salm; cette coupe naturelle est l'une des meilleures que l'on connaisse dans le sud du massif de Stavelot et cependant elle a été interprétée de manières très diverses par les géologues qui ont étudié le pays; si convaincu qu'il soit du bien-fondé de l'opinion qu'il

adopte, l'auteur devait tout au moins essayer de nous faire partager sa conviction en discutant l'interprétation d'une autre coupe, par exemple aux environs de Lierneux, où la série est tout aussi complète qu'entre Vielsalm et Salm-Château.

Toutefois, il faut reconnaître que la carte jointe au mémoire présente beaucoup de vraisemblance, et si quelques détails semblent manifestement exagérés, les grandes lignes sont tout à fait rationnelles; dans son tracé, l'auteur n'a pas eu besoin d'imaginer des failles dont la genèse serait difficilement explicable, et l'on garde l'impression que son interprétation de la structure géologique du pays est appuyée sur une base stratigraphique sérieuse.

La description tectonique de la région, qui constitue presque toute la première partie du travail, n'est en somme que l'explication des tracés adoptés.

La seconde partie du mémoire a été traitée de manière quelque peu sommaire. Les roches du salmien métamorphique ont déjà fait l'objet des recherches de plusieurs savants, et l'auteur trouve inutile d'entrer dans beaucoup de détails; il se contente de décrire quelques particularités remarquables qu'il a observées dans la constitution des roches et dans le développement de certains minéraux; il est ainsi conduit à créer deux nouvelles espèces minérales.

Je comprends que l'auteur ait évité dans son travail des redites inutiles. Cependant l'étude lithologique de la région envisagée est mise au premier plan dans le libellé de la question de concours et il convenait, me paraît-il, de procéder à un examen systématique des roches de la région dans une suite de coupes parallèles, afin de mettre en lumière les variations dans le développement du métamorphisme et de délimiter les zones où les modifications lithologiques ont atteint leur maximum d'intensité; la distribution de ces zones et leurs relations avec les autres particularités géologiques de la région pouvaient apporter quelque lumière sur l'origine du métamorphisme.

L'auteur a laissé ces questions dans l'ombre, notamment les relations entre le développement de la cristallinité et les déformations intimes des roches telles que le clivage schisteux; il y avait cependant à faire dans la région étudiée, des observations bien intéressantes à ce point de vue. C'est tout au plus s'il signale en passant et sans autre indication, une différence dans la cristallinité des roches ottrélitifères sur les deux flancs du synclinal du défilé de la Salm.

Aussi, dans la dernière partie de son travail, consacrée à la recherche de la cause déterminante du métamorphisme, ne peut-il apporter aucune précision et doit-il se contenter de marquer sa préférence pour l'une des opinions émises par ses devanciers, sans fournir de nouvel argument particulièrement décisif.

L'auteur du mémoire a parlé de façon succincte du métamorphisme du gedinnien de la bordure méridionale du massif de Stavelot. J'admets avec lui qu'il y a d'excellentes raisons de croire que le salmien a atteint son degré maximum de métamorphisme en même temps que le gedinnien; mais il faudrait d'autres recherches pour préciser les stades successifs dans les modifications subies par les roches cambriennes. Je n'insiste pas sur ce point, car le sujet est extrêmement vaste et je ne puis reprocher à l'auteur de n'avoir pas eu le temps nécessaire pour le scruter de manière plus approfondie.

En résumé, le travail présenté à l'Académie n'apporte qu'un petit nombre de données nouvelles sur le métamorphisme du salmien du sud du massif de Stavelot, mais il faut reconnaître que l'auteur a accompli un travail considérable en procédant à la revision complète du levé géologique de toute une région particulièrement difficile et en donnant une interprétation rationnelle de sa structure générale. Bien que ce travail ne réponde qu'imparfaitement, à mon avis, à la question posée, j'estime qu'il mérite largement d'être récompensé par l'Académie et je me rallie à l'avis du premier rapporteur pour proposer à la Classe des sciences d'accorder le prix à l'auteur

du mémoire portant la devise « Patienter » et de publier son travail dans les *Mémoires* de l'Académie.

Conformément aux conclusions des rapporteurs, la Classe accorde le Prix à l'auteur du travail, M. J. Anten, et décide l'impression du mémoire.

CONCOURS DÉCENNAL DES SCIENCES MINÉRALOGIQUES.

(Période 1907-1916.)

Rapport du jury à M. le Ministre des Sciences et des Arts (1).

Le jury chargé de décerner le prix décennal des sciences minéralogiques en 1920, pour la période 1907-1916, s'est réuni cinq fois.

Le jury a examiné les travaux publiés pendant cette période par MM. d'Andrimont, Anten, Anthoine, Asselberghs, Brien, Buttgenbach, Cesàro, Cornet, Delhaye, Deltenre, Fourmarier, Fraipont, Harroy, Maillieux, Renier, Robert, Rutot, Salée, Stainier, Thoreau, Van den Broek et Velge.

Chaque membre du jury a eu à étudier un certain nombre de ces mémoires, suivant sa compétence spéciale. Il en a fourni une analyse par écrit.

Les différents rapports ont été lus en séance et ont fait l'objet d'une discussion.

M. R. d'Andrimont, spécialisé dans les questions d'hydrologie et dans les affaires coloniales, a publié quelques travaux sur ces parties de la science géologique; ses courtes notes sur la structure de l'Afrique du Sud et sur le Katanga montrent l'esprit observateur de leur auteur. (Rapporteur : M. Lohest.)

La majeure partie des travaux de M. J. Anten tendent vers

(1) Le jury était composé de M. le lieutenant général B.-L. Greindl, de MM. le chanoine de Dorlodot, professeur à l'Université de Louvain; Lohest, professeur à l'Université de Liége; Schoep, chargé de cours à l'Université de Gand; Erculisse, chargé de cours à l'Université de Bruxelles.

un même but : l'étude des modifications subies par les sédiments, depuis leur dépôt jusqu'à leur état actuel et la recherche des relations possibles entre ces modifications et les phénomènes géologiques concomitants.

Leur caractéristique est l'effort, tenté par l'auteur, pour mettre en œuvre tous les moyens de recherche, fournis par les sciences minérales, applicables à son sujet d'étude.

M. Anten a poursuivi de front le travail sur le terrain et dans le laboratoire au moyen des méthodes de la stratigraphie pure, de la tectonique, de la pétrographie et de la chimie analytique.

L'auteur cherche, autant que faire se peut, à séparer les faits constatés de leur interprétation. Cette dernière tend toujours à atteindre un intérêt théorique aussi général que possible.

Dans le domaine de la constatation des faits, M. Anten, défenseur de Dumont, donne des arguments nouveaux en faveur de l'existence d'une discordance angulaire de stratification entre le cambrien et le dévonien au bord sud du massif de Stavelot.

Il montre également l'ennoyage des plis du cambrien vers l'est, à l'est du massif de Hourt.

Sa découverte de roches à Andalousite dans le salmien supérieur à Recht est d'un grand intérêt pour l'étude du métamorphisme de l'Ardenne.

En établissant nettement la formation, aux dépens de couches stratigraphiquement supérieures de la brèche de Dolhain, M. Anten a fourni un argument catégorique sur l'origine de ces curieuses formations de nos terrains.

Poussant, aussi loin que les circonstances le permettent, l'étude de la stratigraphie et de la tectonique du cambrien supérieur dans la coupe classique du défilé de la Salm, l'auteur, grâce à l'établissement d'une série d'observations précises nouvelles, arrive à justifier, par une interprétation simple, l'opinion d'André Dumont. Ce travail est particulièrement important pour l'étude ultérieure de la tectonique du massif de Stavelot.

Enfin, M. Anten a décrit de nombreuses roches, signalé la

présence et le gisement, nouveaux en Belgique, de minéraux ou de roches et établi le mode d'altération de la spessartine.

En ce qui concerne les méthodes, M. Anten a étendu un procédé déjà ancien à la recherche du charbon dans les roches broyées, procédé particulièrement recommandable dans les recherches par sondages profonds.

Au point de vue théorique, M. Anten a cherché à rendre compte des phénomènes de migration dans les roches cristallines du salmien métamorphique par la présence d'un ciment amorphe susceptible de dissoudre les constituants de la roche.

Enfin, discutant, au sujet de la profondeur de la zone de déformation plastique des roches, les travaux de ses prédécesseurs, M. Anten émet une théorie donnant une influence prépondérante au frottement interne des sédiments dans la genèse des pressions sous lesquelles les roches se sont déformées. Il en conclut que la pression sous laquelle un même niveau stratigraphique s'est déformé varie d'une région à l'autre avec la composition minéralogique des roches surincombantes. (Rapporteur : M. Lohest.)

M. R. Anthoine a publié quelques notes sur la géologie de la Belgique et des pays étrangers; son étude sur le silurien normand dans la région de Bourberouge fait bien augurer pour l'avenir scientifique de ce jeune ingénieur. (Rapporteur : M. Lohest.)

Nous devons au regretté Achille Bertiaux quelques travaux intéressants sur la structure du bassin houiller du Hainaut; ces recherches sont appréciées des ingénieurs, parce qu'elles ouvrent des horizons nouveaux sur la façon dont il faut interpréter l'allure des couches de houille en profondeur et peuvent ainsi orienter leurs travaux futurs. (Rapporteur : M. Lohest.)

Les travaux publiés par M. Ed. Asselbergs au cours de la période envisagée portent tous sur le dévonien. Un seul concerne le famennien. M. Asselbergs y donne le résultat d'une enquête instituée par lui *Sur la répartition géographique en*

Belgique de « Rhynchonella Omaliusi » de « Rh. Gonthieri » et de « Rh. Dumonti » *du famennien inférieur* (1). Ces espèces ont une extension plus grande qu'on ne croyait; elles se rencontrent toutes trois au nord et au sud des bassins de Dinant et de Namur. *Rh. Gonthieri* se trouve à tous les niveaux du famennien inférieur. *Rh. Omaliusi* et *Rh. Dumonti* caractérisent respectivement, mais seulement par leur abondance, la partie inférieure et la partie supérieure de cette contrée.

Dans sa *Description d'une faune famennienne inférieure du bord nord du bassin de Namur* (2), M. Asselbergs étudie une collection de fossiles recueillis jadis par le colonel Henne dans l'assise de Bovesse. Les formes les plus nombreuses sont des brachiopodes et des lamellibranches. L'auteur signale trente formes de brachiopodes, dont une nouvelle pour la science, sept nouvelles pour la Belgique, et une quinzaine d'autres qui, à ma connaissance, n'avaient pas été signalées encore dans le bassin de Namur. J'attirerai spécialement l'attention sur l'existence constatée par l'auteur dans le groupe de l'*Athyris concentrica*, d'une sorte de faux épiderme composé de tubulures spiriformes et caduques semblables à celles que l'on connaît depuis longtemps chez l'*Athyris Royssii*. La présence ou l'absence de cet « épiderme » dépendant uniquement de l'état de conservation du fossile, l'auteur conclut à la suppression de *Spiriger reticulata* Gosselet, et indique la répartition dans diverses espèces de variétés de *Spirigera reticulata*.

Sur vingt-quatre formes de lamellibranches reconnues par l'auteur, deux sont des espèces nouvelles pour la science, dix autres sont nouvelles pour la Belgique. On remarquera la présence de six espèces américaines, inconnues en Allemagne. Ce fait est de nature à faire étendre, du moins dans une certaine mesure, à notre frasnien la conclusion généralement admise sur les affinités américaines du famennien de la Belgique : peut-être

(1) *Bull. Soc. belge de Géol.*, t. XXVII (1913), Proc.-verb., pp. 202-210.
(2) *Ibid.*, t XXVI (1912), Mém , pp. 1-47, pl. I-VI.

pourrait-elle engager aussi à relever légèrement le niveau de l'étage de Hamilton.

Un fait important constaté par l'auteur est la présence dans le niveau *F r a* de plusieurs espèces que l'on croyait caractéristiques du niveau *G v b* de notre Carte géologique au 40 000e.

D'autre part, M. Asselbergs fait observer que des brachiopodes caractéristiques de zones stratigraphiques différentes dans le Boulonnais se trouvent associés au même niveau dans le nord de notre bassin de Namur.

Dans ses *Observations sur le frasnien des environs de Hotton* (bord oriental du bassin de Dinant) (1), M. Asselbergs montre que la plupart des zones paléontologiques établies par Gosselet et par M. Maillieux pour le frasnien (y compris le *G v b*) de la Fagne se retrouvent dans la partie sud du bord est du bassin de Dinant. La limite entre le *G v a* et le *G v b* y est également indiquée par une zone calcaire-schisteuse.

Les Observations sur l'eifelien des environs de Harzé doivent être considérées comme une simple note préliminaire. L'auteur y montre que les couches notées *C o* et teintées comme *C o a* au nord de la faille de Harzé se partagent en trois zones dont la plus élevée est d'âge givetien et doit être notée *G v p*.

Mais les recherches les plus importantes de M. Asselbergs portent sur le dévonien inférieur de l'Ardenne grand-ducale (Oesting) et du Sud de l'Ardenne belge. Ces travaux sont tout à fait fondamentaux pour la géologie de l'Ardenne : ils nous ramènent dans la voie tracée par André Dumont, dont tous nous nous étions éloignés à la suite de Jules Gosselet.

L'illustre géologue lillois, dans une suite de mémoires publiés à partir de 1883 et dont il a synthétisé les résultats dans son grand ouvrage, *L'Ardenne* (1888), battit en brèche l'œuvre stratigraphique de Dumont dans l'Ardenne centrale et méridionale S'appuyant principalement sur le principe de la direc-

(1) *Bull. Soc. belge de Géol.*, t. XVIII (1914), Proc.-verb., pp. 47-56.

tion, il arriva à des conclusions que l'on peut résumer comme suit :

1° La limite sud du gedinnien du nord du bassin de l'Eifel, au lieu de se recourber vers le N.-E. avant d'atteindre Fays-les-Veneurs, comme le pensait André Dumont, se continue, au contraire, directement vers l'ouest ; de telle sorte que le gedinnien occupe un très large espace au sud du massif cambrien de Serpont, les schistes biolitifères de Bertrix et les schistes de Sainte-Marie appartenant au gedinnien, aussi bien que les schistes aimantifères de Paliseul, dont ils ne diffèrent que par le facies et non par l'âge. De plus, le gedinnien, au lieu de se terminer à l'est près de Remagne, se prolonge en une longue bande anticlinale jusque bien au delà de Bastogne, les schistes ilménitifères de Bastogne appartenant également, d'après Gosselet, au gedinnien.

2° La bande de phyllades qui s'étend depuis les environs de Cugnon jusqu'à Trois-Vierges et que Dumont rangeait dans le hunsrückien supérieur, est la continuation des phyllades d'Alle : elle appartient donc, comme ces derniers, au taunusien. Cette seconde proposition sert de fondement à la première.

3° De même, les phyllades de Martelange, hunsrückiens supposés par Dumont, continuent directement la bande taunusienne principalement phylladeuse qui s'étend de Chiny à Anlier, au sud des quartzophyllades hunsrückiens de Herbeumont-Léglise. Ces derniers occupent donc le noyau du synclinal de l'Eifel.

4° Les bandes de quartzophyllades de Heinerscheid et de Schutbourg, qui bordent au nord et au sud le bassin de l'Eifel dans le Grand-Duché de Luxembourg, se continuent directement avec les quartzophyllades de Herbeumont-L'Église. Les quartzophyllades de Heinerscheid et de Schutbourg ne sont donc pas d'âge ahrien, comme le pensait Dumont, mais bien d'âge hunsrückien.

5° Les schistes rouges et bigarrés de Clervaux, que Gosselet

synchronise, comme Dumont, aux schistes burnotiens de Winenne, sont, par conséquent, séparés par une importante lacune des quartzophyllades de Heinerscheid et de Schutbourg, l'Ahrien faisant complètement défaut. L'assise des schistes de Clervaux elle-même fait d'ailleurs fréquemment défaut.

6° Les quartzites de Berlé, qui ne se rencontrent jamais qu'au-dessus des schistes de Clervaux, quand ces derniers existent, et à la base de la grauwacke de Wiltz, doivent être réunis à cette dernière, dont ils représentent un facies inférieur.

La grande autorité de Gosselet avait entraîné l'adhésion de la plupart des géologues. Cependant, en 1900, M. Stainier montra que le taunusien du bord sud du bassin de Dinant passe latéralement aux schistes de Sainte-Marie en contournant le gedinnien, ce qui permettait de conclure aussi avec une grande probabilité à l'âge taunusien des schistes de Bertrix, qui, d'après Gosselet lui-même, passent latéralement, et d'une manière insensible, aux schistes de Sainte-Marie. Cette conclusion fut admise par Malaise et par Dormal dans le tracé des feuilles Libin-Bras et Vivy-Paliseul de la Carte géologique de la Belgique au 40 000e. La première des propositions de Gosselet, énumérées ci-dessus, était donc fortement battue en brèche. On se souviendra néanmoins que, même en Belgique, les vues de Gosselet à ce sujet ne furent pas abandonnées par tous les géologues.

Quant aux autres points, tout en s'éloignant parfois de Gosselet sur quelque détail local, notre Carte géologique au 40 000e suivit ses errements, et G. Dewalque, lui-même, le défenseur attitré de Dumont, crut devoir sacrifier en partie la manière de voir de son illustre maître, en reconnaissant l'âge taunusien des phyllades de Martelange et des phyllades exploités au nord d'Herbeumont.

Un jeune géologue devait réussir pour son coup d'essai là où les maîtres avaient échoué. M. Asselbergs commença par établir l'exactitude des vues d'André Dumont dans le Grand-

Duché [1]; puis, poursuivant ses observations dans la partie belge de l'Eifel [2], il montra que, également dans cette région, il fallait en revenir aux conclusions de Dumont; il ajoutait en même temps à celles-ci quelques conclusions nouvelles. M. Asselbergs ayant marché de l'est à l'ouest, nous suivrons dans l'exposé de ses conclusions l'ordre inverse de celui que nous avons adopté en énumérant les conclusions de Gosselet :

a) Les quartzites de Berlé sont un faciès de l'assise des schistes de Clervaux, faciès que l'on peut rencontrer à tous les niveaux de cette assise. Leur faune est celle des quartzites de Coblence, ce qui fixe définitivement l'âge des schistes de Clervaux au niveau du Mittel-Coblenz ou Emsien moyen. L'assise de Clervaux ainsi comprise est absolument continue : elle est toujours intercalée stratigraphiquement entre la grauwacke de Wiltz, équivalent de la grauwacke de Hierges, dont la faune est bien celle de l'Ober-Coblenz, comme l'avait déjà reconnu Gosselet, et la grauwacke de Schutbourg et de Heinerscheid.

b) Il n'existe aucune trace de lacune entre l'assise de Clervaux et les quartzophyllades de Heinerscheid et de Schutbourg. La belle faune du gisement de Schutbourg, qui se rencontre vers la base de la grauwacke de Schutbourg, est celle de l'Unter-Coblenz ou Ahrien, et dénote plus spécialement la partie inférieure de l'Unter-Coblenz. Des fossiles moins nombreux, trouvés par l'auteur dans la bande de Heinerscheid, décèlent également

---

(1) *Contribution à l'étude du dévonien inférieur du Grand-Duché de Luxembourg.* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. XXXIX (1912), Mém., pp. 25-112, pl. II-IV.)

(2) *Age des couches des environs de Neufchâteau.* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. XXXIX, Bull., pp. 199-205.) — *Description des fossiles découverts par M. J. Duvigneaud aux environs de Neufchâteau.* (Bull. Soc. belge de Géol., t. XXVI (1921), Mém., pp. 189-215, pl. VIII.) — *Note préliminaire sur le dévonien inférieur de la région sud-est du Luxembourg belge.* (Ann. Soc. géol. de Belgique, t. XL (1913), Bull., pp. 3-7.) — *Le dévonien inférieur du bassin de l'Eifel et de l'anticlinal de Givonne dans le sud-est de l'Ardenne belge,* suivi d'un *Aperçu général sur le bassin de l'Eifel entre la Meuse et la Kyll.* (Mémoires de l'Institut géologique de l'Université de Louvain, t. I, pp. 1-174, pl. I-III.)

l'âge ahrien de cette bande. La bande de Schutbourg, fortement élargie vers le sud par une suite de plis en S, se continue directement vers l'est, dans l'Eifel, avec la grauwacke, où se rencontrent les gisements classiques de l'Unter-Coblenz. L'âge ahrien que lui avait attribué Dumont est ainsi définitivement confirmé par la paléontologie. L'étude stratigraphique a amené l'auteur à la même conclusion, comme nous allons le voir.

c) Les quartzophyllades de Heinerscheid et de Schutbourg ne se continuent pas avec les quartzophyllades hunsrückiens de L'Église. Les phyllades de la bande Trois-Vierges-Neufchâteau, après avoir suivi le bord N.-W. de la bande de Heinerscheid, s'épanouissent au sud de Longlier, pour entourer le contour sud-ouest qui réunit entre elles les bandes de Heinerscheid et de Schutbourg, puis ils envoient vers l'est un prolongement qui sépare nettement les quartzophyllades de L'Église à faune hunsrückienne des quartzophyllades de Schutbourg. Cette bande de phyllades se continue entre les quartzophyllades de Schutbourg et le prolongement de la bande hunsrückienne de Léglise jusqu'au méridien de Martelange, où les phyllades s'épanouissent subitement vers le sud. L'auteur a constaté que cet épanouissement ainsi que la terminaison vers l'est de la bande hunsrückienne sont dus à l'ennoyage de cette dernière que l'on voit s'enfoncer sous les phyllades par une série de plis anticlinaux.

L'âge des quartzophyllades qui s'enfoncent ainsi sous les phyllades est d'ailleurs rendu indiscutable par la faune nettement hunsrückienne que l'auteur y a recueillie. Les phyllades de Martelange sont donc supérieurs à la grauwacke hunsrückienne et inférieurs à la grauwacke ahrienne de Schutbourg. Ils forment donc bien le sommet du hunsrückien et appartiennent au même niveau que les phyllades et schistes à grands feuillets des bassins de Dinant et de Houffalize, comme l'avait dit Dumont.

d) Le taunusien du sud du synclinal, dit de l'Eifel, bien qu'ayant la même direction générale que les phyllades de

Martelange, n'est nullement en continuité avec ces phyllades : il en est séparé par une large bande transversale des quartzophyllades fossilifères hunsrückiens, qui occupent la plus grande partie de la forêt d'Anlier. Les allures relevées par l'auteur, tant dans le taunusien que dans le hunsrückien, montrent que le taunusien s'ennoie sous les quartzophyllades hunsrückiens par une série de plis en zigzag, comme ces derniers s'ennoient sous les phyllades de Martelange.

Après avoir ainsi contourné vers l'est la bande taunusienne de Chiny-Anlier, les quartzophyllades hunsrückiens en suivent le bord sud par Habay-la-Neuve et Habay-la-Vieille, jusqu'à Rulles, où ils disparaissent sous le manteau des couches mésozoïques. L'erreur de Gosselet provient de ce qu'il n'a pas compris que ce mode d'ennoyage pût donner l'illusion de la continuation en direction de couches d'âges très différents.

c) Vers l'ouest, les phyllades de la bande de Neufchâteau ne se continuent pas avec les phyllades d'Alle. Il se terminent vers l'ouest aux environs de Cugnon, comme l'avait dit Dumont [1].

De la large bande de quartzophyllades hunsrückiens, qui plus à l'ouest occupe le noyau du bassin de l'Eifel et dont la partie sud se continue avec la bande Herbeumont-L'Église, se détache vers le nord une branche, plus étroite mais tout à fait continue, qui borde au nord les phyllades de la Maljoyeuse-Neufchâteau et qui se poursuit au nord-nord-ouest du prolongement de ceux-ci le long des quartzophyllades ahriens de Heinerscheid, jusqu'aux abords de la frontière grand-ducale. L'étude des fossiles recueillis soit par lui-même, soit par Dormal ou par M. Duvigneaud, notamment dans les riches gisements de Petitvoir, de

---

[1] Dans son mémoire de 1913, l'auteur n'avait pu encore étudier en détail le mode de cette terminaison ; mais dans un travail dont la publication a été retardée par suite de la guerre, il nous a appris qu'elle se fait par une suite de plis serrés qui se relèvent vers l'ouest. (*Le noyau de hunsrückien du synclinal de l'Eifel dans la région Cugnon-Herbeumont.* [MÉM. DE L'INST. GÉOL. DE L'UNIV. DE LOUVAIN, t. II, pp. 21-35, pl. II].)

Royvaux, de Longlier et de Juseret, a montré à l'auteur que la forme de cette bande est identique à celle de la bande d'Herbeumont-L'Église. Elle forme donc le flanc nord d'un synclinal dont la bande d'Herbeumont-L'Église forme le flanc sud et dont le noyau est occupé entre Cugnon et le chemin de fer de Namur à Arlon par les phyllades, puis, plus loin vers l'est, par les couches emsiennes (Coblenzschichten), que ces phyllades enveloppent. L'importance de cette bande de roches quartzoschisteuses fossilifères, qui n'avait pas échappé à Dumont, a été complètement méconnue par Gosselet, qui a exploré cependant le gisement de Juseret (1); il le considère comme situé à la limite entre le taunusien supérieur (phyllades de Neufchâteau) et le taunusien inférieur (schistes ilménitifères de Tournai). L'auteur, en établissant l'âge incontestablement hunsrückien des quartzophyllades de Juseret, Longlier, Royvaux, prouve, en même temps, que les schistes de Tournai doivent être rangés au sommet du taunusien, à moins qu'ils n'appartiennent encore en partie au hunsrückien. Les fossiles recueillis dans les schistes de Tournai ne peuvent trancher la question : les espèces sont communes au hunsrückien et au taunusien.

f) M. Asselbergs n'a pas poursuivi plus loin l'étude de la bande hunsrückienne, du nord du bassin; mais le large épanouissement des phyllades de Trois-Vierges vers le nord montre qu'elle ne peut se continuer bien loin au delà de la frontière du Grand-Duché et qu'elle se recourbe sans doute vers le nord, contournant l'anticlinal de Bastogne, pour aller rejoindre la grauwacke fossilifère hunsrückienne du bord sud du bassin dit de Houffalize. L'étude des fossiles recueillis par M. Duvigneaud à Longwilly, Moinet, Bœur, Tavigny, Corvau, puis à Vellereux, au sud du bassin de Houffalize, sans être tout à fait démonstrative, tend à confirmer cette induction. Les observations très détaillées faites, depuis lors, par M. Ed. Leblanc en ont défini-

(1) *L'Ardenne*, p. 304.

tivement établi le bien-fondé; elles ont montré, en même temps, que c'est avec raison que M. Asselbergs pensait que le mode d'ennoyage de l'anticlinal de Bastogne doit être analogue à celui qu'il a constaté pour l'anticlinal de Givonne.

g) De l'identité des relations des schistes ilménitifères de Bastogne et des schistes ilménitifères de Tournai, M. Asselbergs conclut que ces deux formations sont stratigraphiquement identiques, ce qui infirme l'extension du gedinnien dans la région de Bastogne et confirme les vues de Dumont et de M. Stainier sur la limite du gedinnien dans cette direction. Quant à l'âge des schistes de Bertrix et de Sainte-Marie, l'auteur, sans se prononcer absolument, pense avoir fourni quelques éléments en faveur de l'opinion de Dumont et des auteurs de la Carte géologique au 40 000e. Les schistes de Tournai représentant non la base du taunusien, mais le sommet de cette assise, il est, en effet, naturel de penser que la base du taunusien pourrait être représentée par les couches affleurant plus au nord.

Les conclusions de M. Asselbergs s'appuyant en partie sur le critère paléontologique, il a tenu, dans une seconde partie de son mémoire de 1913, à fournir quelques détails sur les fossiles recueillis dans la grauwacke qu'il rapporte au siegenien et sur le gisement de chaque espèce, tant dans la région qu'il a explorée que dans les régions voisines. La démonstration paléontologique de l'âge des couches qu'il rapporte aux différents niveaux de l'emsien (Coblenz-Stufe) ayant été donnée suffisamment dans son mémoire de 1912, il ne croit pas devoir y revenir.

De cet examen, l'auteur tire les conclusions suivantes au sujet du synchronisme des couches étudiées par lui, avec les niveaux stratigraphiques du sud du bassin de Dinant, de l'extrémité occidentale du bassin de l'Eifel (golfe de Charleville de Gosselet), du siegerland et du hunsrück et du taunus :

1° Se référant aux travaux de M. Maillieux sur les formes du sud du bassin de Dinant, l'auteur conclut que les quartzophyllades fossilifères de Longlier et de L'Église appartiennent au

niveau *Sg20* de M. Maillieux, c'est-à-dire au hunsrückien inférieur au sud du bassin de Dinant, comme le voulait Dumont. Les phyllades de Neufchâteau et de Martelange, situés entre les quartzophyllades de Longlier et de L'Église et les quartzophyllades fossilifères de Schutbourg, sont donc de l'âge des schistes à grands feuillets du bassin de Dinant qui séparent le hunsrückien inférieur de la zone quartzoschisteuse fossilifère sur laquelle repose le grès de Vireux et que Dumont plaçait à la base de son ahrien; les caractères spéciaux de la faune de cette zone sont, en effet, les mêmes que ceux de la faune de Schutbourg.

L'auteur montre ensuite que l'argument de passage latéral, qui avait amené Dumont aux mêmes conclusions, permet réellement de les établir. Les caractères lithologiques des assises s'accentuant à mesure qu'on marche vers l'est sur le bord sud du bassin de Dinant et qu'on se dirige ensuite vers le bassin de l'Eifel, en passant par le bassin de Houffalize. Il montre d'ailleurs, dans un autre travail (1), que la succession des couches au point de vue lithologique et paléontologique, telle qu'elle se présente au sud du bassin de Houffalize et au sud-est du bassin de Dinant, se continue sur le flanc est de ce dernier bassin, au moins jusque dans la région d'Érezée.

2° Les quartzophyllades de Nouzon de M. Gosselet qui, à l'ouest de Cugnon, occupent le noyau du bassin de l'Eifel ont fourni à Dormal de nombreux fossiles qui sont déposés aujourd'hui au service géologique de Belgique. Leur étude a permis à M. Asselbergs de constater que, dans son ensemble, la faune des quartzophyllades de Nouzon correspond à celle des quartzophyllades de Longlier et de L'Église. Il pense que les caractères paléontologiques et lithologiques des schistes gris verdâtre et quartzites de Nouzon, que Gosselet réunit, d'ailleurs

(1) *Le hunsrückien inférieur des environs d'Érezée (bord oriental du bassin de Dinant).* (Bull. Soc. belge de Géol., t. XXVII (1913), Proc.-verb., pp. 136-142.)

avec doute, au taunusien, doivent les faire ranger aussi dans l'assise hunsrückienne de L'Église, et qu'il ne faut conserver dans le taunusien que les phyllades noirs avec quelques bancs de quartzite et lentilles de grès blanc fossilifère.

3° La comparaison des faunes du sud de l'Ardenne avec celles du Siegerland amène d'abord l'auteur à conclure que les phyllades de Neufchâteau et les schistes de Tournai appartiennent, aussi bien que les quartzophyllades de Longlier, à la Siegenerstufe ou siegenien, l'équivalent de la Coblenzstufe ne commençant qu'avec la base des quartzophyllades de Schutbourg, c'est-à-dire de l'ahrien tel que le limitait Dumont. Ensuite, il montre que la faune de quartzophyllades de Longlier et de L'Église en fait le représentant exact de l'*Horizont 5*; il fait remarquer, en outre, que l'analogie ne s'arrête pas à l'identité des espèces de niveau, mais s'étend jusqu'aux dimensions des fossiles et à l'abondance des Tabulés. Il synchronise enfin l'*Horizont 6* aux phyllades de Neufchâteau et l'*Horizont 4* aux schistes de Tournai. Il est probable, d'après cela, que le taunusien tel que Dumont le comprenait dans la région comprend les quatre Horizons inférieurs des Siegenerschichten.

4° Enfin, M. Asselbergs pense que c'est avec raison que Dumont avait assimilé respectivement au Taunusquartzite et aux Hunsrückschiefer les couches qu'il a rangées chez nous dans son taunusien et son hunsrückien.

Avant de terminer ce résumé, il n'est pas sans intérêt d'attirer l'attention sur la présence dans les quartzophyllades hunsrückiens de quelques espèces réputées « hercyniennes ».

Les travaux de M. Asselbergs sur le dévonien inférieur du sud de l'Ardenne, en établissant le bien-fondé des conclusions d'André Dumont, montrent combien il est dangereux d'abandonner la méthode créée par l'immortel auteur du *Mémoire sur la constitution géologique de la province de Liége*. Il est incontestable, en effet, que les erreurs de Gosselet proviennent de ce qu'il s'est laissé guider par le *principe*, souvent trompeur, ***de la***

direction [1] plutôt que par le principe bien compris de la symétrie et par le *principe de l'ennoyage.*

Quant à la méthode paléontologique, elle ne peut produire tous ses fruits que si on la manie avec beaucoup de prudence, sans quoi elle expose à des erreurs inévitables.

C'est pour avoir fait un emploi judicieux de la méthode géométrique et pour avoir mis à l'étude des fossiles recueillis et de leur signification stratigraphique un soin excluant tout danger d'erreur que M. Asselbergs est arrivé à rétablir sur des fondements solides la géologie de l'Ardenne. (Rapporteur : M. de Dorlodot.)

M. Brien, professeur à l'Université de Bruxelles, a publié une série de notes relatives à la prospection des mines en Afrique et sur différents gîtes métallifères du Congo, ainsi qu'une série de travaux sur le calcaire carbonifère en Belgique. Il apporte une contribution sérieuse à la prospection de l'Afrique. (Rapporteur : M. Erculisse.)

M. Buttgenbach a publié de nombreuses notes sur des observations minéralogiques et géologiques faites par lui en Afrique. Il a aussi apporté une très importante contribution à la connaissance des minéraux de notre colonie.

Élève de M. Cesàro, il met en pratique dans tous ses travaux la discipline du maître. Ses écrits sont marqués au coin d'une très grande précision et ses déterminations révèlent une grande maîtrise expérimentale.

Outre ses nombreux travaux personnels, M. Buttgenbach a publié un important traité sur les minéraux et les roches. (Rapporteur : M. Erculisse.)

---

(1) Rappelons, à ce propos, que, en 1844, C.-F. Roemer reprochait à Dumont de ranger à des niveaux stratigraphiques différents des couches qui se continuent en direction. Nous savons aujourd'hui que ces couches sont les unes cambriennes, les autres dévoniennes. Le reproche que Gosselet faisait à Dumont d'avoir tracé ses divisions à travers bancs est la cause des erreurs de Gosselet : cela résulte clairement des faits décrits par M. Asselbergs.

Les publications de M. Cesàro pendant la période considérée peuvent se ranger en trois catégories.

A. *Études de cristallographie pure.*

M. Cesàro s'est, durant la décade, surtout consacré au domaine de l'optique cristallographique.

Il convient de citer tout particulièrement parmi ses travaux une série de notes d'un très grand intérêt théorique concernant l'étude optique des cristaux en lumière convergente. Ces études, entreprises dès 1899, présentent de très grandes difficultés pratiques, et les résultats obtenus, au point de vue de l'application, ne sont pas proportionnés à la somme de travail consacrée à la solution de problèmes aussi délicats en raison du manque de sensibilité de compensateurs habituels.

Quoi qu'il en soit, cette série de quarante-deux notes présente un très réel intérêt et constitue une contribution importante à l'étude de cette question.

D'autres notes sont consacrées à l'étude des lames parallèles au plan des axes optiques, lames auxquelles l'auteur semble s'être intéressé plus particulièrement. Citons encore des études sur la biréfringence.

Dans le domaine de la cristallographie géométrique, il y a lieu de mentionner une démonstration nouvelle du théorème de Gauss-Miller, une propriété numérique de l'ensemble des axes de symétrie situés dans les plans de symétrie d'un polyèdre.

Enfin, dans le domaine de l'application, il faut mentionner l'étude optique de certains glycérides. Cette méthode, très simple et très élégante, est d'un emploi courant en analyse de denrées alimentaires. Elle constitue un bel exemple d'habileté technique.

B. *Études de chimie minérale.*

M. Cesàro a consacré plusieurs travaux à la discussion de formules de minéraux. On sait combien ce domaine est encore

obscur pour la classe des silicates en particulier. Les travaux de Clartze, de Tschermak, de Doelter n'ont fait qu'entamer le problème et montrer la complexité de sa nature.

Les divers travaux de M. Cesàro dénotent une très grande justesse de conception, un esprit critique très sûr et ils contribueront certainement au progrès de la science dans ce domaine.

C. *Études de minéralogie descriptive.*

Il n'est pas nécessaire de commenter en particulier les nombreux mémoires relatifs à ce domaine. Tous ces travaux sont faits avec un soin méticuleux et assignent à leur auteur la première place parmi les minéralogistes belges. M. Cesàro a également contribué au progrès des sciences minérales en Belgique.

Le jury, après examen du règlement définissant ces attributions, a estimé que son œuvre scientifique relève de la compétence spéciale du jury de mathématiques appliquées. (Rapporteur : M. Erculisse.)

M. J. Cornet a publié, sans interruption, durant ces dix années, de nombreux mémoires et notices sur les sujets les plus divers de la géologie de la Belgique et de la Colonie.

On n'a retenu ici que quelques-uns d'entre eux, rangés dans un ordre géologique. Tous sont empreints des qualités propres aux ouvrages de l'auteur : la précision et la clarté.

Dans une note sur la structure du bassin houiller du couchant de Mons, l'auteur expose sa manière de voir sur la question; elle est basée sur les découvertes les plus récentes faites dans la tectonique du bassin houiller du Hainaut.

Nous ne pouvons songer à résumer tous les travaux consacrés par l'auteur au crétacé du Hainaut, malgré leur intérêt scientifique incontestable et la grande originalité de plusieurs d'entre eux.

Dans l'un de ceux-ci, M. Cornet émet une théorie nouvelle sur la formation des silex de la craie et, se basant sur des consi-

dérations stratigraphiques, parvient à établir que ces silex se sont formés à une époque postérieure au crétacique. La découverte d'un tronc d'arbre lignitifié dans la craie phospatée de Ciply, tronc entouré d'une zone de craie phosphatée beaucoup plus riche en phosphate que l'ensemble du gisement, amène l'auteur à des conclusions qui, comme il le dit lui-même, ne sont pas d'accord avec la théorie qu'il a émise autrefois sur le même sujet avec A.-F. Renard.

Il admet que du phosphate de chaux s'est déplacé à l'état dissous dans la craie phosphatée après la sédimentation et qu'il a joué un certain rôle dans la phosphatisation de la craie de Ciply.

Le mémoire le plus important publié par M. Cornet sur le crétacé est sans aucun doute celui intitulé : *Le turonien entre Mons et l'Escaut.*

C'est une étude systématique et comparative de tous les renseignements fournis sur le turonien par les affleurements de ce terrain et par les puits de sondages où il a été rencontré dans la région qui s'étend entre Mons et l'Escaut.

L'auteur arrive à la conclusion que les assises qui constituent le turonien dans le bassin de Mons se continuent régulièrement vers l'ouest sous le territoire français en ne subissant que des changements lithologiques d'ordre secondaire.

Tertiaire. — Les sables blancs de Leval-Trahegnies seraient, d'après M. Cornet, plus anciens que le landénien inférieur, alors qu'on a l'habitude de les rapporter au landénien supérieur.

Dans un autre travail l'auteur conclut, de plusieurs observations, à la disposition transgressive du landénien marin dans le bassin de la Haine, disposition analogue à celle qui existe dans le bassin de Paris.

Enseignement. — C'est pendant cette décade qu'ont paru les trois volumes de géologie de M. Cornet, ouvrage de maître et source de renseignements et d'étude.

Congo belge. — En ce qui concerne la Colonie, l'auteur

a continué l'étude des dislocations du bassin du Congo. La première partie de cette étude : *Le Graben de l'Upemba*, a paru dans les Annales de la Société géologique de Belgique en 1905, tome XXXII.

Dans la seconde partie de son étude sur les dislocations du bassin du Congo, l'auteur démontre que les chutes de Wolf qui barrent le cours du Sankuru vers le 3e parallèle sont dues à l'existence d'une faille dirigée est-ouest. Cette faille aurait rabaissé d'environ 250 mètres le plateau gréseux que traverse le Sankuru entre la chute de Wolf et Lusambo.

Dans ses *Contributions à la géologie du bassin du Congo*, M. Cornet expose quelle est dans ses grandes lignes la géologie du sous-sol de l'ensemble du bassin du Kasaï. Celui-ci est constitué par les couches qui forment le système du Lubilache. Dans certaines vallées où l'érosion a été assez accentuée on peut voir le substratum sur lequel ce système repose.

La possibilité de l'existence de gisements de pétrole au Congo, la présence de diamants dans le Kasaï, la répartition des tremblements de terre au Congo sont autant de sujets de travaux dont l'originalité ne le cède en rien à la grande portée scientifique.

Depuis ses remarquables explorations dans le bassin du Congo et au Katanga, M. Cornet n'a cessé d'avoir l'attention fixée sur tout ce qui touche à la géologie et à la géographie physiques de cette grande région africaine.

Son travail : *Observations sur les terrains anciens du Katanga*, publié en 1887, a posé les bases de la géologie d'un immense territoire complètement inconnu. Ce mémoire est, dès à présent, une œuvre classique de la géologie congolaise et servira de fondement à toutes les recherches géologiques futures au Katanga.

Les recherches effectuées dans cette région par les jeunes géologues n'ont fait que confirmer et compléter les données considérables recueillies par M. J. Cornet lors de son exploration au Katanga. Il a, dès l'abord, dessiné magistralement les grands

traits de la géologie et de la géographie physique de cette intéressante et vaste partie de notre colonie.

Le travail relatif à la Colonie, que je signale tout spécialement, puisqu'il envisage un problème général qu'il a, plus que tout autre, contribué à éclaircir, porte le titre : *Tectonique et Morphologie du Katanga.*

Ce travail comprend cinq parties :

1. L'ensemble de l'Afrique, le bassin du Congo, le Katanga.
2. Les régions physiques du Katanga.
3. Les plissements du Katanga.
4. Les grandes fractures du Katanga.
5. Les grandes vallées du Katanga.

Dans la première partie l'auteur montre d'abord la connexion du bassin du Congo au point de vue géologique avec le reste de l'Afrique. Il résume ensuite la géologie du bassin du Congo comme suit :

La stratigraphie de la région comprend l'archéen dont la partie inférieure est la plus métamorphosée et disloquée; la partie supérieure des formations primaires n'a plus subi de métamorphisme et l'on constate que les plissements y sont beaucoup moins importants. Ces terrains paléozoïques ont subi une dénudation intense et de date très ancienne. Sur les massifs anciens arasés reposent en discordance les formations non disloquées du bassin du Congo, qui sont, de bas en haut, les couches du Kundelungu, les couches du Lualaba et les couches du Lubilache.

Ces formations postprimaires non disloquées (couches du Lualaba et du Lubilache) recouvrent toute la partie centrale du Congo, tandis que les terrains paléozoïques et archéens affleurent surtout vers les parties relevées de la périphérie du bassin. Dans l'intérieur de celui-ci l'érosion fluviale a mis à découvert les couches postprimaires en des endroits situés dans les régions relativement centrales; des fractures du sol sont, pour certains de ces endroits, en rapport avec l'affleurement du granite (chutes de Wolf).

Les couches du Lubilache qui comprennent les grès tendres du Lubilache sont la vraie formation caractéristique du bassin du Congo, dont ils occupent toutes les parties centrales. Ce sont ces grès qui donnent à tout le pays ce relief au caractère remarquablement régulier qui contraste avec le relief compliqué du Katanga. Ce changement de la topographie coïncide avec un changement complet dans la nature du sol. C'est un système compliqué de collines, de vallées profondes et ramifiées, parfois très larges, parfois très encaissées. Les altitudes croissent dans cette zone à mesure qu'on avance vers le sud, pour atteindre l'altitude de 1,500 mètres à la surface d'un plateau ondulé, découpé par des ravins et dont le sol est toujours formé de roches cristallines. En avançant encore vers le sud on se trouve brusquement devant un nouvel escarpement; il est formé de couches horizontales; il mène à un plateau de 1,600 mètres d'altitude, c'est la Manika. Après l'avoir traversé on arrive, après quelques kilomètres, dans la grande dépression de la Lufila moyenne, dont l'altitude ne dépasse pas 1,000 mètres et qui constitue le cœur même du Katanga.

Ce qui précède montre que le Katanga, par sa composition géologique et par son altitude, généralement supérieure à 900 mètres, diffère du bassin du Congo et se rattache au massif élevé qui sépare le bassin du Congo de celui du Zambèze.

Dans la seconde partie du mémoire, l'auteur établit dans le Katanga des distinctions entre les régions physiques du Katanga:

1. Le Bas-Katanga, dont la partie caractéristique est la grande plaine de la Lufila.

2. La Manika (1,600 m.), formée par les couches horizontales de Kundelungu. D'après la carte géologique Studt, ce plateau commence au nord de Ruwé. On remarque dans ce plateau entre le 9° et 9°30 une boutonnière creusée dans les couches du Kundelungu et montrant à nu les terrains anciens. C'est dans cette boutonnière que se trouve la source thermale de Kachiba.

3. Le Kundelungu est un plateau de 1,700 mètres qui

se termine parfois par une véritable falaise du côté du Bas-Katanga.

La Manika et le Kundelungu ont été autrefois reliés l'un à l'autre; ils sont séparés maintenant par le Bas-Katanga;

4. Le Haut-Katanga, ou la région des mines de cuivre, est le prolongement vers le sud et le sud-ouest du Kundelungu. Dans la région qui va du sud du plateau de la Manika vers Lukafu, le Bas et le Haut-Katanga sont séparés par des pentes rapides auxquelles on a donné le nom de monts Koni.

5. Les monts Bia, prolongés au sud-est par les monts Nzilo, forment une région extraordinairement accidentée. Ils forment le flanc oriental du Graben de l'Upemba.

Ils sont flanqués à l'est par les hauts plateaux de la Manika, etc.; à l'ouest de Ruwe les monts Nzilo s'abaissent rapidement.

6. La plaine du Lualaba, depuis le Lubudi jusqu'au Luapala, plaine d'alluvions, occupe le fond du Graben de l'Upemba.

7. Les monts Hakanson, qui constituent le flanc est du Graben de l'Upemba, depuis le Lubudi jusqu'à Lofoi.

Dans la troisième partie de l'ouvrage l'auteur étudie la carte de Studt et fait ressortir les deux directions de plissements des terrains primaires du Katanga; l'une, qu'il appelle la direction du Lualaba (N 45° E), l'autre la direction de la Lufila (N 45° W). L'auteur fait remarquer que des terrains de même âge sont intéressés dans les deux systèmes de plissement et que les discordances réciproques qui se présentent dans la région montrent que si des plissements se sont produits à plusieurs époques, il n'en est pas moins vrai qu'un même système stratigraphique a été, à une même époque, affecté de plissements, de directions si contradictoires dans les régions assez voisines que les plis paraissent se croiser. Il s'agit en réalité de plissements orthogonaux, plissements très prononcés et même très serrés, dont l'un va buter contre l'autre sans toutefois y pénétrer.

On trouve la démonstration de la thèse de l'auteur dans la région située à l'ouest de la Dikuluwe vers 10°30 de latitude sud; là on voit les anticlinaux et les synclinaux des couches de la Lufila et de Kambove passer de la direction NW aux directions WNW, W, WSW, SW, pour venir se placer parallèlement aux plis de la direction du Lualaba. Ce serait, d'après l'auteur, un bel exemple de rebroussement comparable à celui des plis armoricains et varisciques de l'Europe occidentale. C'est ce que l'auteur appelle le rebroussement de Ruwe. Il fait remarquer à ce propos que le plus grand nombre de gisements de cuivre du Katanga se trouvent précisément dans la région de la déviation des plis de la direction de la Lufila. Les fractures, dit-il, résultant de la torsion de l'écorce terrestre dans cette région ont évidemment favorisé l'ascension des fluides métallifères.

L'auteur fait encore remarquer que c'est dans une région de rebroussement également que se trouve la région minière, particulièrement riche en étain, entre le Haut-Lualaba et la Fongwe; dans cette région les plissements sont orientés N 45° E, mais sur le versant ouest du Graben de l'Upemba, les couches ont des orientations absolument différentes; elles sont dirigées nord-sud près du lac Kabele, et plus vers l'ouest leur direction est N 40° W.

Dans la quatrième partie l'auteur, après avoir exposé dans ses grandes lignes les traits principaux de la tectonique africaine, montre que les grandes dislocations de l'Est-Africain se continuent vers l'ouest au delà du Tanganyika. Dans ce travail-ci il reprend et résume la thèse qu'il a défendue dans un mémoire paru en 1905 et intitulé : *Les dislocations du bassin du Congo.*

Reprenant ses remarquables *Observations sur les terrains anciens du Katanga*, il parvient à démontrer, en se basant presque exclusivement sur ses propres observations géologiques et topographiques, que la région disloquée de l'Est-Africain se continue en effet au delà du Tanganyika, au sud-ouest de ce lac, dans le Katanga. La conclusion à laquelle il arrive, après un exposé

magistral des faits, peut se résumer de la manière suivante : La plaine alluviale du Lualaba, depuis les rapides de Konde jusqu'à la Kalumengongo, occupe le fond d'un *Graben* de 200 kilomètres de longueur sur 30 à 40 kilomètres de largeur. Sa direction est N 30° E. Les profils transversaux de la vallée du Lualaba, établis par les diverses missions qui ont en différents endroits traversé la vallée, sont tous concordants à cet égard. M. Cornet découvrit dans le fond de ce *Graben* quelques sources thermales sulfureuses; on en a découvert d'autres depuis. Or, ce sont là des manifestations thermo-minérales qui accompagnent les dislocations récentes dans les pays à plissements anciens. D'ailleurs les observations géologiques de M. Cornet ont établi que toute cette région est bien un pays de plissements anciens; toutes les observations géologiques ultérieures sont venues confirmer la chose.

De ces dislocations qui ont créé la région déprimée où coule aujourd'hui le Lualaba, les unes seraient de date très ancienne antétriasique, mais postpermiennes, les autres beaucoup plus récentes, notamment celles de la région du Graben de l'Upemba. C'est à cet affaissement récent que serait due l'origine du grand lac aujourd'hui envasé qui a primitivement occupé le fond du Graben et dont les lacs Upemba, Kabele, etc., représentent des vestiges en voie de disparition. Se basant sur la topographie et sur les faits révélés par la carte de Studt et sur ses observations personnelles au Katanga, l'auteur conclut à l'existence de quelques grandes failles, à savoir : l'escarpement oriental du massif ancien des monts Bia, auxquels se sont adossées les couches de la Manika; une autre faille qui met en contact aux environs de Ruwe les couches de Nzilo et celles de la Lufila; enfin, l'auteur croit voir dans le relief accusé des monts Koni la preuve de l'existence d'une grande faille parallèle aux plis de la Lufila et analogue à la première parallèle aux plis du Lualaba.

La dernière partie du mémoire est surtout consacrée à l'étude des grandes vallées du Katanga; c'est ce que l'auteur appelle le

côté sculptural de la morphologie du Katanga. Ce qui frappe avant tout au Katanga, c'est le contraste entre le fait démontré de la haute antiquité du régime continental et les caractères de jeunesse de l'érosion continentale. Ce contraste est d'ailleurs frappant pour tout le bassin du Congo.

Les causes de ce contraste ne peuvent être dues qu'à des causes internes ayant amené un soulèvement d'ensemble par rapport au niveau de l'océan, accompagné de dislocation, etc.

Les grandes rivières du Katanga proprement dit sont considérées par l'auteur comme des cours d'eau antécédents. Mais puisque sur une partie au moins de leur cours elles traversent des massifs plissés qui étaient recouverts au moment de l'ouverture du nouveau cycle d'érosion d'un revêtement de couches à peu près horizontales, l'auteur les considère dans ces sections comme des rivières surimposées. (Rapporteur : M. Schoep.)

Les travaux les plus importants de M. Delhaye se rapportent aux calcaires construits du frasnien. Il considère ces formations comme des lentilles concavo-convexes à contour circulaire ou elliptique entièrement comprises au milieu des schistes et reposant sur un soubassement schisteux.

Il croit pouvoir distinguer cinq phases dans le phénomène corallien qui a donné naissance aux récifs; ces phases sont caractérisées par les niveaux suivants que M. Delhaye distingue dans ces masses de calcaire :

Première phase : Schistes inférieurs à Acervularia.

Deuxième phase : Niveau des calcaires inférieurs rouge-brun à Stromatactis alternant avec les calcaires à polypiers. Les coquilles y sont relativement peu abondantes et limitées à quelques espèces communes.

Troisième phase : Niveau des calcaires moyens; calcaires roses pouvant devenir entièrement gris à la partie supérieure. Les Stromatactis y font défaut ou sont rares. Les mollusques y sont abondants et variés et réunis dans des poches des récifs.

Quatrième phase : Niveau des calcaires supérieurs.

Les polypiers reprennent peu à peu l'aspect qu'ils avaient au niveau inférieur.

Cinquième phase : Schistes supérieurs à Acervularia et à Smithia. Ils s'appuient contre les parois latérales des récifs.

Dans une autre note l'auteur revient sur certains points qu'il n'avait touchés que succinctement dans le travail dont nous venons de donner les conclusions.

L'auteur s'attache à y montrer le passage graduel des calcaires construits aux schistes.

Il s'étend ensuite en détail sur l'origine de ce que les exploitants de ces calcaires appellent des terrasses.

Ce sont ces limés argileux qui suivent l'allure des marbres dans leurs plus petites sinuosités et qui se trouvent à tous les niveaux du calcaire.

Pour M. Delhaye ces nombreuses terrasses seraient dues à des ablations locales et répétées lors des fortes tempêtes. Le calme rétabli, les eaux chargées de particules argileuses auraient abandonné celles-ci sur les récifs plus ou moins aplanis. (Rapporteur : M. Schoep.)

Feu Hector Deltenre fut un savant modeste et consciencieux qui étudia avec un soin tout particulier la flore du terrain houiller du Hainaut dans la région du Centre-Nord; il avait accumulé des documents des plus précieux dont il ne publia malheureusement qu'une partie, notamment dans un mémoire sur la stratigraphie, la faune et la flore des houilles dans la concession de Mariemont. (Rapporteur : M. Lohest.)

Pendant la période envisagée les principaux travaux de M. Fourmarier ont eu pour objet des questions de tectonique. Ils peuvent être regardés comme la suite logique des recherches antérieures à 1907, recherches qui avaient déjà été hautement appréciées par le jury chargé de décerner le prix décennal des sciences minéralogiques pour la période 1897-1906. Les rapporteurs, MM. Fraipont et Greindl, écrivaient : « L'ensemble de ces travaux tectoniques, tous consacrés au développement

d'une idée, scrutée sous ses diverses faces, travaux qui ont conduit à ces conceptions magistrales de phénomènes analogues à ceux démontrés récemment dans la formation des Alpes, a été hautement apprécié par le jury ; il assigne à M. Fourmarier une des premières places parmi ses confrères. »

Les études de M. Fourmarier l'avaient conduit à envisager le massif de Theux comme une fenêtre apparaissant dans une nappe de charriage à la suite de l'érosion ; la faille de Theux, limitant cette fenêtre, n'était dans sa manière de voir que la réapparition de la faille eifelienne. Les grands traits du problème étaient résolus ; il restait à en préciser les détails.

Dans ses premières recherches sur la fenêtre de Theux, l'auteur s'était vu dans l'obligation de revoir les levés d'une vaste région, comprenant, notamment, le massif de la Vesdre, depuis Liége jusqu'à la plaine du Rhin, depuis Spa jusqu'aux plateaux de Herve. Il reprit successivement l'étude de divers points de cette région.

Il convenait de fixer le passage de la faille eifelienne à l'est d'Angleur et d'établir ses relations avec les failles qui découpent les terrains primaires du massif de la Vesdre. M. Fourmarier entreprit, à cet effet, l'examen détaillé de la région particulièrement complexe formant promontoire entre les vallées de l'Ourthe et de la Meuse, au sud-ouest d'Angleur. Dans son travail : *La terminaison occidentale de la faille de l'Ourthe,* il démontre que cette dernière est, en réalité, le prolongement direct de la faille eifelienne, au lieu d'être simplement rattachée à celle-ci par des cassures transversales comme on le croyait auparavant ; la faille de l'Ourthe limite donc la grande nappe de charriage sous laquelle apparaissent une série de lambeaux de poussée, notamment ceux de Kinkempois et de Streupas, jouant le même rôle tectonique que le lambeau de Chèvremont situé plus à l'est ; cette étude précise ainsi le tracé de la faille eifelienne, qui suit la Vesdre et se prolonge par la faille de Magnée.

En 1910, M. Fourmarier, poursuivant ses recherches sur la même région, publie un travail intitulé : *Sur la structure de la partie méridionale du bassin houiller de Herve.* L'auteur étudie la partie du bassin de Herve comprise au sud des exploitations des charbonnages du Hasard, de Maireux-Bas-Bois et de Herve-Wergifosse et démontre l'existence, dans cette région, de trois lambeaux de poussée venant recouvrir le houiller exploité; puisque la faille de Magnée représente le prolongement de la faille eifelienne, ces lambeaux sont, au point de vue tectonique, dans une situation analogue à celui de Chèvremont, c'est-à-dire qu'ils forment des lames coincées dans la faille principale.

Dans une note sur la géologie des environs de La Rochette (Chaudfontaine), l'auteur précise quelques points du tracé de la faille eifelienne et interprète d'une façon qui paraît plus rationnelle la structure de cette petite région où les dislocations sont particulièrement nombreuses.

La faille des Aguesses, qui sépare le bassin de Liége du bassin de Herve, avait été considérée autrefois comme le prolongement direct de la faille eifelienne; M. Fourmarier, dans ses premières études sur la question, en avait fait une branche de cet accident; dans son étude sur le sondage de Melen, il cherche à établir le passage de cette faille en profondeur, afin de poser un nouveau jalon pour déterminer le rôle réel de cette fracture.

Toutes ces observations sur les phénomènes de charriage dans la province de Liége semblaient devoir rester longtemps à l'état de spéculations purement théoriques. En 1906, des industriels entreprirent de sonder, dans la province de Liége, pour rechercher le prolongement du terrain houiller sous la nappe charriée. Deux de ces sondages seulement atteignirent le houiller; les autres furent arrêtés avant d'avoir traversé tout le dévonien; il n'empêche que ces recherches démontrèrent, d'une manière éclatante, le bien-fondé des idées théoriques de M. Fourmarier.

Dans son travail sur *Les résultats des recherches par sondages au sud du bassin houiller de Liége,* publié en 1913, M. Fourmarier donne la coupe des sondages et cherche à interpréter les résultats obtenus; à la lumière de ces faits nouveaux, il a pu donner une nouvelle contribution, de la plus haute importance, pour la connaissance de la structure du sous-sol dans la province de Liége; il montre notamment que le terrain houiller se présente aux sondages de Pepinster avec un facies différent de celui qu'il présente dans les autres bassins belges; cette constatation permet d'entrevoir des considérations des plus intéressantes sur l'évolution de notre pays à l'époque primaire.

Le rapport de M. Lohest sur ce travail à la Société géologique de Belgique s'exprime comme suit :

« On sait le scepticisme avec lequel beaucoup de géologues accueillirent le mémoire publié en 1905 par M. Fourmarier sur la structure du massif de Theux.

» L'excursion organisée à cette occasion par le Congrès des Mines fut considérée comme consacrée à l'étude d'une question de pure théorie et n'eut guère de participants. Ce mémoire était cependant la synthèse de longues et minutieuses recherches sur l'allure de la faille eifelienne, à l'est de Liége, recherches au cours desquelles M. Fourmarier s'était cru obligé de lever à nouveau la carte géologique d'une région très étendue, comprenant un quadrilatère borné à l'est par Eschweiler, au nord par Visé et au sud par Spa.

» La conclusion de ce mémoire de M. Fourmarier ne tendait à rien moins qu'à supposer que le massif de Theux avait été jadis recouvert d'un énorme paquet de terrains charriés, démantelés en partie par l'érosion. Ce démantèlement permettait précisément d'observer à Theux une parcelle des terrains inférieurs cachés par la nappe charriée.

» Ces hardies conceptions, qui venaient assimiler la structure de l'Ardenne à celle des chaînes de montagnes aussi disloquées que les Alpes, ne pouvaient être considérées comme définitivement

acquises pour la science que par une vérification faite à l'aide de sondages profonds.

» Ces sondages furent effectués. Et, chose étonnante, il sont venus vérifier, mathématiquement pourrait-on dire, les indications fournies par notre savant confrère.

» Dans une coupe méridienne, allant de Theux au pays de Herve, M. Fourmarier avait indiqué, à Pepinster, la présence probable du terrain houiller à une profondeur de 400 à 500 mètres sous les terrains plus anciens.

» Le houiller fut précisément trouvé à la profondeur prévue, et cette rencontre peut être considérée comme un des résultats les plus remarquables obtenus par l'étude de la tectonique.

» Mais si le géologue peut arriver à prédire la rencontre du houiller dans un sondage qui s'amorce dans des terrains beaucoup plus anciens, il lui est impossible de prévoir la richesse en houille de ce terrain.

» Le terrain houiller rencontré dans deux sondages à Pepinster et traversé sur une épaisseur de 700 mètres contenait bien les roches et les fossiles les plus caractéristiques de ce terrain, mais était sans valeur industrielle. Dans l'un des sondages une couche de houille de $0^{m}25$ fut trouvée; dans l'autre, quelques lames de charbon sans importance, et cela sur une épaisseur de plus de 700 mètres, ce qui est sans exemple dans notre pays.

» Les géologues qui liront la description des sondages avoueront qu'il s'en est fallu de bien peu qu'on ne rencontrât quelques couches exploitables et que M. Fourmarier ne devienne ainsi, pour les industriels, le plus grand géologue de notre époque.

» En s'appuyant sur les résultats acquis à Pepinster, où le charriage du terrain dévonien sur le houiller était définitivement démontré, d'autres sondages furent entrepris au sud et à l'est de Liége et placés dans le dévonien. Les résultats de tous ces sondages furent négatifs par suite d'un relèvement du plan de faille.

» Dans ces derniers temps, des sondages placés au sud de Charleroi, dans des conditions géologiques, ont enfin rencontré, après quelques tentatives également peu intéressantes au point de vue industriel, des couches exploitables.

» De telle sorte que l'hypothèse de M. Fourmarier, celle d'un grand charriage de tout le bassin de Dinant sur celui de Namur, fut de nouveau et rigoureusement démontrée. »

M. Fourmarier termine son mémoire sur les résultats des sondages au sud du bassin de Liége, en faisant observer que la direction générale du plissement est approximativement la même dans le massif de Theux, dans la nappe charriée et dans le bassin houiller affleurant au nord, et il conclut :

« De ce parallélisme, nous pouvons conclure, pensons-nous, que si dans la région de la Vesdre le houiller s'étend sous les terrains refoulés, jusqu'à une distance de 12 kilomètres au moins de la bordure nord de la nappe, il est très probable qu'il en est de même sur toute la longueur du bassin de Sambre-Meuse, et que, dans le Hainaut, aussi bien qu'à Liége, on a chance de découvrir ce terrain à une distance énorme au sud de la faille eifelienne ».

Cette thèse fut défendue la même année dans deux autres mémoires intitulés : *Les phénomènes de charriage dans le bassin de Sambre-Meuse et le prolongement du terrain houiller sous la faille du Midi dans le Hainaut* et *L'extension méridionale du bassin houiller de Sambre-et-Meuse*. L'auteur cherche à montrer que la faille eifelienne est bien le prolongement de la faille du Midi telle qu'elle est connue dans le Hainaut et qu'il existe une relation entre l'allure des terrains et l'allure des failles de charriage; puis il essaie d'établir les grandes lignes de la constitution du terrain houiller sous la faille du Midi en se basant sur les résultats des tout premiers sondages; il montre ensuite que selon toute vraisemblance, le houiller doit se prolonger vers le sud dans le bassin de Valenciennes comme il le fait en Belgique.

Les considérations de l'auteur sur le prolongement méridional du bassin houiller du Hainaut sont basées sur l'identité tectonique de la faille eifelienne, d'une part, de la faille du Midi, d'autre part; plusieurs géologues n'admettaient pas que ces deux failles se prolongeaient dans la bande silurienne de Sambre-Meuse, pour ne constituer en réalité qu'un seul et même accident tectonique. Déjà en 1908, M. Fourmarier s'était préoccupé de la question et avait publié un mémoire : *La structure du bord nord du bassin de Dinant entre Wépion-sur-Meuse et Fosses*. Dans ce travail, il montre que le bord nord du bassin de Dinant est mis en contact par la faille avec la crête silurienne et que cette faille se prolonge de part et d'autre dans le silurien et qu'elle est accompagnée de lambeaux de poussée; il n'est pas difficile, dans ces conditions, de concevoir que cet accident représente le passage de la faille du Midi.

C'est dans le même ordre d'idées que M. Fourmarier a étudié la structure de la crête silurienne du Condroz dans sa partie occidentale; il a montré que l'allure du silurien est, en réalité, bien plus complexe que ne le laissaient supposer les tracés existants; la présence d'un lambeau de gedinnien à Sart-Eustache, en pleine bande silurienne et à proximité du bord sud du bassin de Namur, montre que l'hypothèse du prolongement de la faille du Midi dans la bande silurienne de Sambre-Meuse est tout à fait vraisemblable, et, dans ces conditions, toutes les observations étant concordantes, il en résulte que l'on peut admettre le raccord direct entre les deux grands accidents qui à Liége et dans le Hainaut refoulent le dévonien inférieur sur le terrain houiller.

Les lambeaux de poussée qui accompagnent la faille du Midi présentent un intérêt particulier; tel est notamment le cas pour le massif de Fontaine-l'Évêque-Landelies. Des doutes s'étaient élevés sur le point de savoir si la structure indiquée par Briart était tout à fait correcte. M. Fourmarier a entrepris un nouveau levé de ce massif et a montré que, s'il est traversé par quelques

failles secondaires, celles-ci n'ont pas l'importance que leur attribuait Briart.

Tous les travaux précités concourent donc au même but : préciser les conditions dans lesquelles s'est produit le charriage vers le nord des plis du bassin de Dinant; l'auteur a eu soin d'indiquer quels sont les points qui restent encore obscurs dans l'étude d'une question aussi complexe. C'est ainsi que, dans son mémoire sur les résultats des recherches par sondages au sud du bassin houiller de Liége, il a émis des doutes sur le point de savoir si la faille des Aguesses est bien la branche inférieure de la faille eifelienne comme il l'avait cru tout d'abord, ou si elle ne constitue pas un accident indépendant, opinion de nature à provoquer des recherches nouvelles.

D'autres travaux de tectonique locale ont encore été publiés par M. Fourmarier; dans une étude sur les failles d'Hasoumont et de Louveigné, il montre que ces cassures suivent l'allure de la grande faille de Xhoris; toute cette partie orientale du bassin de Dinant se présente ainsi avec une unité de structure remarquable. Dans une note sur la structure du bassin houiller de la province d'Anvers, il a discuté la manière de voir dont il convient d'interpréter l'allure des couches dans cette partie de notre nouveau bassin houiller.

Les faits locaux de la tectonique ne sont pas dus au hasard; ils se rattachent tous entre eux; sans vouloir prétendre que la tectonique obéit à des lois immuables, il est pourtant certaines règles qui dominent l'allure d'ensemble des terrains primaires de l'Ardenne belge, règles qu'on retrouve dans d'autres régions du globe dont l'évolution géologique est comparable à celle de notre pays. M. Fourmarier avait compris qu'il devait en être ainsi; après avoir montré, par l'étude du massif de Theux, qu'il existe en Belgique des phénomènes de charriage comparables à ceux des grandes chaînes de montagnes, il voulut voir si les dislocations de nos terrains anciens sont comparables à celles des autres zones plissées de l'écorce terrestre;

c'est ainsi qu'il fut amené à poursuivre ses recherches jusque dans l'Eifel; les résultats de ses observations sont consignés dans un important mémoire, intitulé : *La tectonique de l'Ardenne;* ce travail est essentiellement documentaire, puisqu'il comporte la description d'un grand nombre de coupes relevées avec le plus grand soin sur toute l'étendue du territoire; de ces observations. l'auteur a tiré des conclusions remarquables sur l'allure des plis secondaires dans les grandes unités tectoniques; il a montré que les plis secondaires ont une tendance au déversement vers l'axe des synclinaux principaux et que les anticlinaux principaux prennent ainsi en quelque sorte une disposition en éventail; il a montré que l'allure des failles est en relation avec celle du plissement, que la continuité des plis secondaires est influencée par les changements dans le sens de la poussée; enfin, il a envisagé une explication du métamorphisme du dévonien inférieur de l'Ardenne en rapport avec les particularités de sa tectonique. Ce travail, accompagné de cartes, de nombreuses coupes et de croquis, a jeté un jour nouveau sur la structure des formations paléozoïques belges; antérieur à plusieurs travaux de tectonique locale, il a été pour ces derniers le cadre où ils devaient tout naturellement prendre place.

Dans cet important mémoire sur la tectonique de l'Ardenne, M. Fourmarier n'avait examiné que d'une façon sommaire le massif du Brabant, dont l'étude est rendue difficile par la discontinuité des affleurements; plus tard, il entreprit l'étude détaillée de ce massif et remit à l'Académie un volumineux travail intitulé : *La tectonique du Brabant et des régions voisines*, qui, en 1912, fut couronné par la Classe des sciences; je regrette que pour des raisons d'ordre matériel ce travail n'ait pu être imprimé jusqu'à présent et que je sois ainsi dans l'impossibilité d'en donner une analyse détaillée.

M. Fourmarier compléta ce travail par un autre intitulé : *La poussée calédonienne dans le massif siluro-cambrien du Brabant.* La disposition des plis, des failles et du clivage schisteux

prouve que le massif a pris sa structure actuelle sous l'effet des poussées orogéniques qui se sont exercées dans nos régions immédiatement après le dépôt du silurien; cette structure est le résultat d'une poussée relative dirigée du nord au sud. L'ensemble du siluro-cambrien belge, du Brabant à l'Ardenne, se présente sous la forme d'un vaste synclinal dont les deux flancs montrent, dans leurs accidents secondaires, une tendance à la poussée vers l'axe du pli principal; cette disposition est identique à celle observée pour les plis de premier ordre de la série dévono-carbonifère, et M. Fourmarier nous fait voir ainsi que les plissements se sont faits suivant les mêmes règles aux époques calédonienne et hercynienne.

La question des variations de facies dans les terrains primaires de la Belgique a fait également l'objet des études de M. Fourmarier; dans un travail sur les calcaires dévoniens de l'Ardenne belge, il a essayé de schématiser la distribution des facies du couvinien, du givetien et du frasnien et il a montré que les limites des zones de même facies suivent, dans les grandes lignes, l'allure générale du plissement.

En appliquant des notions de tectonique et des idées générales sur les variations de facies, M. Fourmarier a étudié le gedinnien de l'anticlinal de l'Ardenne entre les massifs cambriens de Rocroy et de Serpont; il a cherché à démontrer que le poudingue de l'Arkose de Bras est l'équivalent du poudingue de Fépin et de l'Arkose d'Haybes; que tout le gedinnien est représenté autour du massif de Serpont et non pas seulement son assise supérieure, et que les roches noires situées au sud du massif appartiennent en partie au gedinnien, comme le pensait Gosselet. Les découvertes paléontologiques qui ont suivi la publication du travail de M. Fourmarier ont montré le bien-fondé de sa manière de voir.

Les études de M. Fourmarier ne se sont pas limitées au territoire de la Belgique. A la suite d'un voyage au Katanga en 1913, il a publié plusieurs travaux qui ont une grande valeur pour

la connaissance de l'évolution géologique et géographique de la région du lac Tanganyika.

Dans un premier travail : *Observations géologiques dans la vallée de la Malagarasi* (Afrique orientale allemande), M. Fourmarier a étudié en détail la géologie de la basse vallée de la Malagarasi et d'une partie de la côte du Tanganyika au sud d'Udjidji ; ses observations ont porté sur une bande de territoire ayant près de 125 kilomètres de longueur et sur laquelle on ne possédait encore que des données très peu précises Nous ne pouvons mieux faire pour juger ce travail, que de reproduire les conclusions du rapport de M. J. Cornet, dont personne ne niera la compétence en ces matières ; ce rapport a été publié, à la suite du mémoire, dans les *Annales de la Société géologique de Belgique :*

« Je ne puis terminer sans féliciter M. Fourmarier de cette belle étude faite, somme toute, incidemment au cours d'une mission déjà bien absorbante portant sur un tout autre territoire. Comme je l'ai dit plus haut, la région décrite dans son mémoire avait déjà été explorée géologiquement et plus longuement que par notre confrère, qui n'a pu consacrer à ce travail qu'un petit nombre de jours pris sur un temps très mesuré. Il n'en est pas moins vrai que c'est lui qui nous a fourni pour la première fois une description stratigraphique et tectonique complète et détaillée, précise et claire des territoires du bas Malagarasi et de la côte du Tanganyika au sud d'Udjidji. Il a fait honneur à la géologie belge. »

Dans un travail plus important, M. Fourmarier a condensé ses observations géologiques sur la région de la Lukuga et de la Lulumba au voisinage du lac Tanganyika.

Cette étude porte sur le substratum cristallin dont l'auteur décrit les particularités partout où il a pu l'observer et sur les terrains permo-triasiques et notamment sur la série à couches de houille de la Lukuga. L'auteur donne à la tectonique une place importante dans son travail ; il montre que la région est

affectée par trois systèmes de dislocations dont l'un prend la prépondérance : c'est le système du Tanganyika marqué par de grandes failles orientées à peu près parallèlement au grand axe du lac; il cherche à mettre en lumière les relations existant entre la tectonique et les variations dans la composition de la série permo-triasique; il montre ainsi que les mouvements du sol se sont manifestés pendant une très longue période toujours dans le même sens et que les dernières dislocations ne sont que la conséquence de mouvements beaucoup plus anciens.

L'auteur a consacré une grande partie de son travail à décrire en détail les dépôts glaciaires qui se rencontrent dans la haute vallé de la Lukuga; il cherche à démontrer qu'il y une relation entre leur distribution actuelle et les phénomènes tectoniques qui ont affecté la région.

Dans son rapport à la Société géologique de Belgique en vue de l'impression de ce mémoire, M. Cornet écrit :

« Ce travail est ce qu'il devait être, venant de notre confrère M. Fourmarier : remarquable en tous points. C'est un exposé très consciencieux et très clair d'observations faites avec le plus grand soin et de conclusions qui me paraissent généralement judicieuses ».

M. Fourmarier a publié en 1919 un travail présenté en 1914 à l'une des séances de la Société géologique de Belgique et dont l'impression a été retardée par la guerre; ce mémoire a pour titre : *Observations sur la géographie physique dans la région du Tanganyika. Les grands lacs de l'Afrique centrale.* C'est une description de l'aspect physique des pays à l'est et à l'ouest du Tanganyika, mettant en évidence des rapports existant entre la morphologie et la géologie et la tectonique de la région; l'auteur y expose les grands traits de l'hydrographie du pays et montre ses relations avec les mouvements tectoniques; il cherche à prouver qu'il existe une relation entre la distribution des grands lacs et les fractures qui ont affecté la région et qui appartiennent à plusieurs systèmes, ainsi qu'il l'a établi pour la région de la Lukuga, qu'il a particulièrement étudiée.

Dans le rapport qu'il a rédigé sur ce travail et qui a été publié dans les *Annales de la Société géologique de Belgique*, M. Cornet écrit :

« Le travail de M. Fourmarier est éminemment objectif et c'est en même temps une œuvre strictement personnelle. L'auteur expose ce qu'il a vu et les conclusions que lui suggèrent ses observations. D'aucuns pourront s'étonner de ne trouver aucune allusion aux travaux antérieurs faits sur la même région, qui possède une littérature déjà passablement fournie. De mon côté, je ne puis qu'approuver M. Fourmarier de ne pas s'être lancé dans l'exposé et la discussion des observations, ordinairement imparfaites et décousues, qui ont été publiées, et des opinions, pour la plupart très subjectives, qui ont été émises sur l'origine du Tanganyika, sur ses variations de niveau, sur sa forme, etc. Il y a une telle distance entre ces travaux antérieurs et l'étude positive et réellement scientifique de M. Fourmarier, que l'on ne doit pas regretter l'absence d'un « Historique » en tête de son travail.

» Le mémoire de notre confrère est un exposé très documenté et très moderne de la morphogénie de la région du Tanganyika, une des plus intéressantes du continent africain. C'est avec le plus grand plaisir que je propose l'insertion de ce travail dans nos publications, où elle tiendra certainement un rang distingué ».

Ces appréciations d'un savant tout spécialement compétent dans les questions de géologie africaine me dispensent de m'étendre davantage sur l'importance de l'œuvre accomplie en Afrique par M. Fourmarier; elle porte à la fois sur la stratigraphie, sur la tectonique et sur la géographie physique d'une vaste région ; elle n'est pas seulement descriptive; l'auteur a tiré de ses observations des conclusions rationnelles sur l'évolution de ce pays si intéressant; il a montré qu'il existe une relation intime entre les dislocations du sol, les variations dans les facies des terrains et la constitution géographique du sol.

L'auteur a appliqué en Afrique les mêmes méthodes de recherches qu'en Belgique; il est arrivé à des résultats remarquables, et son œuvre, au cours de la période envisagée, prend ainsi une unité de conception qu'il importe de mettre en relief.

Indépendamment de ces travaux principaux, M. Fourmarier a publié un grand nombre de notes portant sur la stratigraphie et la lithologie des terrains sédimentaires de la Belgique, sur la paléontologie du terrain houiller; il a dressé plusieurs coupes de sondages en Campine et dans le sud du bassin du Hainaut; il a rédigé de nombreux rapports sur des travaux présentés à la Société géologique de Belgique. Il convient de signaler également les rapports annuels présentés à cette Société par M. Fourmarier, qui en est le secrétaire général; ces rapports constituent une revue critique des travaux publiés chaque année avec des vues originales sur l'état d'avancement de la science et aussi sur des questions particulièrement délicates de la géologie de la Belgique.

Autrefois, la stratigraphie était la préoccupation principale des géologues; après en avoir établi les grands traits, ils ont voulu perfectionner l'édifice en compliquant les classifications et ils ont fait appel dans ce but aux données précieuses de la paléontologie. Depuis quelques années, la géologie a évolué; les questions de tectonique ont, dans le monde entier, pris une importance primordiale. Mais, comme pour la stratigraphie, il faut établir les grandes lignes avant d'aborder le détail; il faut rechercher les traits principaux de la structure des zones disloquées de l'écorce terrestre et tâcher d'en trouver les règles dominantes; il importe aussi d'établir les relations entre les dislocations et les changements de faciès, et cette étude de la lente évolution du globe à travers les dislocations successives permettra seule de faire la lumière dans le dédale de nos stratigraphies locales.

C'est la voie qu'a suivie M. Fourmarier dans l'ensemble de ses travaux les plus remarquables; pour entreprendre les études de

détail il faut avoir une base solidement établie; c'est cette base que M. Fourmarier a essayé de nous donner dans ses travaux.

Les recherches de M. Fourmarier représentent le résultat d'un travail énorme judicieusement dirigé vers l'étude des problèmes nouveaux. Les solutions proposées par l'auteur intéressent à la fois le point de vue utilitaire et celui de la science pure.

A mon avis, le nom de M. Fourmarier doit être mis en toute première ligne pour l'attribution du prix décennal des sciences minéralogiques. (Rapporteur : M. M. Lohest.)

M. Charles Fraipont a publié, pendant la période décennale, une soixantaine de travaux relatifs à l'ensemble des sciences géologiques et paléontologiques.

Il convient de citer, en première ligne, son importante contribution à la paléontologique humaine, dont une partie lui a permis d'obtenir le titre de docteur spécial et le fit nommer correspondant de l'École d'Anthropologie et de la Société d'Anthropologie de Paris; son travail de paléontologie expérimentale, effectué à la station zoologique de Naples, dont il ne put publier qu'un résumé, les Allemands ayant détruit dans son laboratoire de l'université les moulages très nombreux qu'il avait rapportés d'Italie.

A citer aussi l'étude du limon hesbayen de la Hesbaye, qu'il publia en collaboration avec M. M. Lohest; des descriptions de fossiles nouveaux, des travaux de géographie physique, de géologie générale, de tectonique, etc.

Mais la partie la plus importante de l'œuvre de M. Charles Fraipont, celle qui pourrait davantage retenir l'attention du jury, nous paraît sortir du cadre des sciences minérales et devoir plutôt être considérée comme zoologique, Nous voulons parler de ses travaux d'anthropologie. Nous tenons cependant à citer son travail de paléontologie expérimentale comme une œuvre absolument originale et d'une grande importance géologique et paléontologique; son travail sur l'allure du contact entre le révinien et le salmien à Naze; son étude des cailloux

roulés de bois et de sable du littoral belge; enfin ses recherches sur les sables, 0^{m}, 0^{m}, de la haute et moyenne Belgique. (Rapporteur : M. M. Lohest.)

M. J. Harroy a publié une belle étude sur les marbres rouges du frasnien belge, qui apporte des renseignements intéressants sur la structure de ces formations. (Rapporteur : M. M. Lohest.)

Au cours du décennat 1907-1916, M. Eugène Maillieux a publié un grand nombre de travaux sur la paléontologie et la stratigraphie du dévonien et principalement du dévonien de la région classique du bord sud de la région de Dinant. Les découvertes de ce savant ont grandement enrichi nos connaissances sur la faune de notre dévonien et la répartition des espèces selon les niveaux stratigraphiques.

Par la description de nombreuses espèces nouvelles ou de formes incomplètement connues et, par suite, mal classées, il a fourni aussi de précieuses contributions à la science paléontologique. Nous citerons en premier lieu la note *Sur une cause fréquente d'erreurs dans la détermination de certains brachiopodes de l'infradévonien*, où l'auteur montre comment l'épaississement de la coquille au cours de l'évolution ontogénique modifie sa surface interne, ce qui a fait décrire comme appartenant à des espèces différentes des moules internes de coquilles qui ne différaient que par leur âge. Puis le mémoire de l'auteur sur les spirifères du dévonien de la Belgique, ouvrage fondamental pour la paléontologie stratigraphique du dévonien, et ses diverses notes sur les *Chonetes*, les *Athyris*, les *Pentamerus* et sur divers *Aviculidés*.

Ces travaux de paléontologie descriptive ne se prêtent guère à un résumé; par contre, nous pouvons énumérer rapidement le résultat des travaux de l'auteur sur la stratigraphie de notre dévonien, en suivant l'ordre ascendant des étages de ce système.

Au sujet du gedinnien, nous ne retiendrons que la découverte dans les schistes de Mondrepuits du *Protoschistophoria personata*, espèce considérée jusque-là comme caractéristique de la *Siege-*

nerstufe des Allemands (taunusien et hunsrückien), et qui prélude au genre *Schizophoria*, destiné à prendre un très grand épanouissement dans le dévonien.

Les faunes des niveaux plus élevés du dévonien inférieur, niveaux que Gosselet réunit sous le nom de *coblenzien*, ont retenu beaucoup l'attention de M. Maillieux. Leur étude détaillée l'a amené aux conclusions suivantes :

1° La limite entre le dévonien inférieur et le dévonien moyen doit être tracée au-dessus de la grauwacke de Hierges proprement dite à *Spirifer arduennensis* abondant et au-dessous de la zone à *Spirifer cultrijugatus* dont la faune est essentiellement couvinienne, malgré la persistance de quelques espèces rhénanes. C'est la limite admise par Gosselet en 1861 et qu'il n'avait abandonnée que pour des raisons pratiques.

2° La faune de la grauwacke de Hierges a trop d'analogies avec la faune ahrienne pour qu'on puisse tracer une limite d'étage et à plus forte raison une limite de série au-dessous de l'ahrien, comme le fait, à la suite de Dumont, la légende de notre Carte géologique au 40 000e. C'est ce qu'a toujours soutenu Gosselet.

3° Par contre, les couches quartzoschisteuses sur lesquelles repose, lorsqu'il existe, le grès de Vireux, et que Gosselet et notre Carte géologique au 40 000e, contrairement à Dumont, rattachent au hunsrückien, ont une forme essentiellement ahrienne, bien qu'elles contiennent un petit nombre d'espèces qui ne s'élèvent pas plus haut.

C'est aussi à ce niveau qu'appartiennent les grès de Mormont, que M. Stainier, d'accord avec Dumont, a rangés dans l'ahrien.

Cette confirmation, par le caractère paléontologique, de la limite tracée par Dumont n'est pas purement fortuite, comme on pourrait le croire à première vue. Dumont s'est basé sur la succession d'une assise quartzoschisteuse à une assise généralement schisteuse. Or, nous savons aujourd'hui que ce changement dans la nature du dépôt s'observe au même niveau en

Allemagne et en Angleterre et qu'il correspond à un changement important dans le niveau du fond des mers. Il n'est donc pas étonnant que ce changement géographique ait fait subir à la faune des modifications assez sensibles

4° Au-dessous de ce niveau, qu'il convient de restituer à l'ahrien, M. Maillieux a distingué dans notre hunsrückien deux zones constantes dont les faunes se distinguent parce qu'on voit apparaître dans la plus élevée quelques espèces ahriennes, tandis que l'inférieure a une faune qui se rattache beaucoup plus intimement à la faune taunusienne.

Pour le couvinien, nous avons déjà vu que l'auteur commence cet étage à la zone à *Spirifer cultrijugatus* qui en forme l'assise inférieure. Il subdivise l'assise supérieure du couvinien en quatre zones dont la plus élevée est le calcaire à *Orthoceras nodulosum*, où se rencontre pour la dernière fois la *Calceola soudalina*, d'ailleurs en grande abondance, et où le *Spirifer speciosus* devient rare et disparaît également.

Les schistes qui recouvrent ce calcaire et le séparent du calcaire de Givet sont encore rattachés au couvinien par notre Carte géologique au 40 000e. L'auteur pense qu'il faut les placer à la base du *givétien*, parce qu'ils contiennent en grande abondance la mutation givétienne du *Spirifer* (*Brachythyries*) *nudiferus*, en même temps que les premiers stringocéphales. Au-dessus de ces schistes : *Spirifer nudiferus*, qui forment pour M. Maillieux le givétien inférieur, sans qu'il puisse affirmer pour cela qu'ils sont synchroniques à la *Crinoïdenschicht* de l'Eifel, vient le givétien supérieur ou calcaire de Givet, qui se partage lui-même en deux niveaux dont le supérieur, riche en coraux et en gastropodes, contient le célèbre gisement de Nismes et correspond au calcaire de Paffroth.

Le *frasnien* fut de tout temps l'objet de prédilection de M. Maillieux.

Avec Gosselet, il range à la base du frasnien et non dans le givétien l'assise notée *Gvb* sur notre Carte géologique au 40 000e.

L'auteur a été amené à cette conclusion par les affinités nettement frasniennes de la faune des calcaires avec délits schisteux dits à *Aviculopecten Neptunis* (*Lyriopecten Duponti* et *Lyriopecten Gilsoni*), qui couronnent des calcaires à Stromatoporoïdes et qui ne peuvent guère en être séparés et dans lesquels les Stringocéphales ont disparu. Cette assise est, pour l'auteur, le frasnien inférieur; l'assise de Frasnes à *Rhynchonella cuboïdes* et l'assise de Matagne à *Buchiola palmata* forment le frasnien moyen et le frasnien inférieur.

On sait que l'assise de Frasnes a été subdivisée par Gosselet en zones stratigraphiques caractérisées par des fossiles spéciaux. Le grand nombre de fossiles recueillis par M. Maillieux dans les différents niveaux lui ont permis de confirmer l'existence de ces zones : il intercale toutefois une nouvelle zone, qu'il nomme *Calcaires à Pentamerus brevirostris*, entre la zone à *Receptaculites Neptuni* et la zone à *Camarophoria (Leiorhynchus) formosa*.

En outre, alors qu'on avait cru que tous les calcaires récifaux rouges se trouvent au sommet de l'assise ou bien au sein des schistes de Matagne, M. Maillieux a établi qu'il existe un ensemble de récifs de marbre rouge au niveau de la zone à *Pentamerus brevirostris*. Ces récifs (type de l'Arche) diffèrent de ceux du sommet (type des Vermiats et de Philippeville) par l'absence d'*Acervularia* et de *Philipsastœa* et par l'abondance de *Cyathaphyllum* fasciculés *(Phacellophyllum)*.

D'après M. Maillieux, ces récifs ne se sont édifiés qu'au cours du dépôt des calcaires à *Pentamerus brevirostris*; bien que leur sommet soit parfois enseveli sous les schistes à *Camarophoria formosa*, les conditions dans lesquelles se sont déposés les schistes à *Camarophoria formosa* étant incompatibles avec la construction de récifs de ce genre, M. Maillieux semble avoir établi, en effet, que ces schistes se sont déposés dans des eaux relativement profondes; car, s'il s'y rencontre des brachiopodes qui témoignent des conditions néritiques, plusieurs de ces

derniers sont cependant peu ornés; les tétracorralliaires composés ont disparu; on ne trouve plus que de rares polypiers de petite taille ou de formes rampantes, et ces organismes sont associés à des formes de caractère bathyal parfois abondantes (*Batrites*, *Gephyroceras*, *Buchiola*, *Posydonomya*, *Entomis serrato striata*).

M. Maillieux pense même que c'est l'affaissement, sans doute assez rapide, qui a arrêté le développement des récifs et qui ne leur a pas permis de réaliser les dernières phases décrites par M. Delhaye pour les récifs à *Acervularia* de la zone supérieure.

Par contre, les récifs de calcaire gris à *Pachystroma* ou mieux à *Stromatoporides* et algues siphonées qui ont commencé à se former à l'âge des calcaires à *Camarophoria megistana*, semblent avoir continué à se développer pendant le dépôt de la partie inférieure des schistes à *Spirifer pachyrhynchus*. Ils ont sans doute pris naissance à une profondeur plus grande que les récifs de marbre rouge : leur puissance énorme, qui atteint 170 mètres, ne semble pouvoir s'expliquer que si l'affaissement du fond de la mer continuait; mais leur accroissement progressait sans doute plus vite, ce qui aura amené leur sommet à un niveau où les hydrozoaires constructeurs ne pouvaient plus prospérer.

Mais lorsque ces récifs morts eurent été ensevelis sous les schistes à *Spirifer pachyrhynchus*, des conditions favorables se présentèrent pour le développement des *Acervularia* et autres organismes constructeurs des récifs supérieurs de marbre rouge, qui se sont formés dans des eaux peu profondes. Il est à remarquer à ce sujet que les observations nombreuses et précises de M. Maillieux ont fini par l'amener à la conclusion que, du moins dans la plaine des Fagnes, les récifs à *Acervularia* sont toujours stratigraphiquement superposés à des récifs à hydrozoaires. Il arrive aussi, il est vrai, que des récifs à hydrozoaires sont superposés à des récifs à *Phacellophyllum*, mais ce fait ne semble pas général.

Quant aux récifs à *Acervularia*, ils n'ont pu continuer à se développer dans les conditions bathyales où se sont déposés les schistes de Matagne. Ils sont donc entièrement contemporains de la zone à *Spirifer pachyrhynchus*, bien qu'ils soient en partie et parfois presque entièrement au niveau des schistes de Matagne qui les ont enfouis.

De nombreux faits recueillis par M. Maillieux sur la répartition géographique et stratigraphique des récifs du frasnien, sur les détails de leur structure et sur leurs faunes, ainsi que les conclusions théoriques qu'ils lui ont permis d'ajouter à celles de M. Delhaye, méritent les plus grands éloges. Il est seulement regrettable qu'il ne rende pas justice à Gustave Dewalque, lorsqu'il déclare que « c'est incontestablement à Édouard Dupont que revient le mérite d'avoir découvert la nature récifale des curieux mamelons de calcaire construit isolés au sein des sédiments frasniens ». La nature récifale des calcaires massifs du frasnien avait été énoncée expressément comme probable par Dewalque (1). Sans doute, Dupont a fait de nombreuses observations sur les calcaires récifaux du frasnien; mais tout ce que sa théorie corallienne a de spécial est erroné; M. Maillieux a contribué pour sa part à le prouver : il établit ainsi la vérité de la théorie corallienne, telle que la concevait Dewalque, contre la théorie corallienne de Dupont. C'est pour nous un devoir de justice de le constater.

Quelque constantes que paraissent les zones fossilifères du frasnien au sud du bassin de Dinant, M. Maillieux a soin de faire observer, dans son *Étude comparative de la répartition des espèces fossiles dans le frasnien du bord méridional du bassin dinantais et dans les niveaux synchroniques du Boulonnais*, que les mêmes espèces se trouvent parfois cantonnées à des niveaux différents suivant les lieux. Aussi les zones du frasnien du sud du bassin de Dinant, comme celles du Boulonnais, présentent-

(1) C. Dewalque, *Prodrome d'une description zoologique de la Belgique*, p. 68.

elles dans une certaine mesure un caractère local. Cela ne diminue pas l'intérêt que présentent leur étude et les phénomènes dont elles sont les témoins. (Rapporteur : M. de Dorlodot.)

Les principaux travaux publiés par M. Armand Renier au cours du décennat concernent le houiller, sa faune et sa flore. Les plus importants traitent de la structure de certaines plantes houillères ; nous estimons qu'elles sont plutôt de la compétence du jury pour les sciences botaniques.

Il en est autrement des descriptions de nouvelles espèces de plantes houillères. La plupart de ces nouvelles espèces proviennent de l'assise de Chokier (410). Leur description forme un complément à l'étude de la flore houillère de Baudour, publiée par l'auteur à la fin du décennat précédent ; il y avait établi, contrairement à l'avis de Schimper et de Kidston, qu'il n'y a pas de changement radical de la flore à la limite conventionnelle du dinantien et du westphalien. Toutefois la découverte, faite par l'auteur, dans les couches 410 d'un vrai *Dicranophyllum*, genre qui n'était pas connu d'une manière certaine avant le stéphanien, semble indiquer qu'il y a eu introduction de certains éléments nouveaux, ce qui n'infirme pas néanmoins le caractère général de la flore tel qu'il avait été défini par M. Renier.

L'assise de Chokier a fait l'objet d'une étude spéciale de M. Renier dans le bassin d'Anhée. Il montre que, pas plus pour la faune que pour la flore, il n'y a passage brusque entre le dinantien supérieur et la base du westphalien. D'accord avec M. Cornet, l'auteur ne limite pas l'assise de Chokier aux ampélites et aux phtanites de la base. Mais, même avec l'extension qu'il lui donne, l'assise de Chokier est entièrement d'origine marine : on n'y rencontre pas de « roche de mur » ; la faune, exclusivement marine, est, en somme, la même qu'à Baudour, bien que plus riche en ce qu'elle contient des *Phillipsia* ; la flore est pauvre et constituée exclusivement, comme ailleurs à ce niveau, d'éléments hétérochtones.

Les limites assignées à ce rapport ne nous permettent pas de relever les nombreuses observations locales faites par M. Renier à des niveaux plus élevés du houiller : la découverte de niveaux marins y occupe la première place. L'auteur s'est efforcé d'établir le synchronisme des toits marins observés en Belgique entre eux et avec ceux qui ont été signalés à l'étranger ; ses conclusions ont généralement été admises par les géologues les plus compétents.

Deux questions d'intérêt général ont retenu spécialement l'attention de M. Renier : la question du mode de formation de nos couches de houille et l'application au houiller de la méthode paléontologique.

On sait que M. Renier est un défenseur attitré de la formation sur place de la houille et qu'il a, antérieurement au décennat qui nous occupe, apporté en faveur de cette théorie des arguments de première importance. M. Renier est revenu plusieurs fois sur ce sujet au cours du présent décennat.

Il a montré notamment que la présence de Goniatites dans les schistes des toits ou dans les lentilles carbonatées ne peut être opposée efficacement à la théorie de la formation sur place. Les lentilles contenues dans la couche de houille ne contiennent jamais de Goniatites, et leur étude en coupes minces établit que l'amas de végétaux qui constituait la couche de houille en formation servait de sol d'implantation à ceux dont les restes ont continué à s'accumuler, ce qui répond à la définition des tourbières vivantes. Quant aux Goniatites des schistes des toits, elles n'ont pu se déposer en mer profonde, puisqu'elles sont associées à des espèces à habitat néritique : l'alternance de couches marines présentant de pareils caractères avec des couches continentales et spécialement avec des dépôts de tourbières marécageuses n'a rien d'invraisemblable.

Au sujet de l'application de la paléontologie à la stratigraphie des terrains houillers, l'auteur distingue avec une grande précision deux méthodes. La première est celle que l'on prend

souvent exclusivement sous le nom de méthode paléontologique. Elle est basée sur le fait constaté que chaque espèce végétale ou animale a une durée limitée.

Pratiquement, pour le houiller, ce sont surtout les végétaux qui seront utilisés, et, pour arriver à une précision relative, il faudra reconnaître un ensemble d'espèces.

Mais, même appliquée de cette façon, la méthode ne permettra pas, par elle-même, d'établir le synchronisme exact d'une couche déterminée.

L'autre méthode, basée sur le principe de la variation des faunes et des flores avec les conditions du dépôt, permettra, lorsque son application est possible, une plus grande précision. Ce sont surtout les toits à fossiles animaux, et tout spécialement les toits à fossiles marins, qui seront utilisés dans ce but.

Les toits à Goniatites, lorsque ces fossiles sont spécifiquement déterminables, donneront lieu à l'application simultanée des deux méthodes. Sous ce rapport, nous devons attirer spécialement l'attention sur le travail où l'auteur établit avec certitude la présence de *Goniatites carbonarius* dans notre assise de Châtelet et montre que la succession des Goniatites est la même chez nous qu'en Angleterre.

Faut-il accorder aux toits à *Lingula* la valeur de toits marins? La question avait été mise en doute, parce que l'on croyait avoir observé côte à côte, dans certaines strates houillères, des Lingules avec des coquilles d'eaux continentales. M. Renier semble avoir démontré que ces coquilles ne se trouvaient pas dans le même lit, mais seulement dans des lits voisins. De plus, il montre que les toits à Lingules passent latéralement à des toits à fossiles marins incontestables.

Il discute les conditions d'habitat des Lingules et montre que ces conditions ont dû être les mêmes pendant la période houillère qu'aujourd'hui.

L'étude de certaines Goniatites remplies de matière charbonneuse a amené M. Renier à se demander comment cette matière

a pu pénétrer dans tout l'intérieur de la coquille de ces céphalopodes. Il conclut qu'on ne peut l'expliquer que par un écoulement de matières hydrocarbonées; il s'agit, en outre, d'un phénomène électif. L'auteur se demande à ce propos si la matière sapropélienne de certains toits n'a pu parfois s'infiltrer dans la couche de houille sous-jacente et en modifier la composition.

Notre attention a été attirée par les notes où M. Renier analyse les divers modes de fossilisation des végétaux houillers (1). les remarques de l'auteur à ce sujet, de même que les conseils qu'il donne dans ses écrits sur l'application au houiller des méthodes paléontologiques, ne sauraient être trop méditées des ingénieurs de charbonnages.

Nous nous abstenons de faire rapport sur le grand travail synthétique de M. Renier, intitulé : *Les gisements houillers de la Belgique*, parce que les premières feuilles de cet ouvrage ont seules paru avant la guerre. Le travail entier appartient donc, d'après des règles admises, au décennat suivant.

Parmi les découvertes de M. Renier, nous devons noter spécialement la démonstration de l'origine sapropélienne de couches de calcaire noir situées stratigraphiquement dans la partie moyenne du calcaire violacé de Leffe (2), ainsi que la présence de sols de végétation dans le dévonien moyen du bassin de la Vesdre (3). (Rapporteur : M. H. de Dorlodot.)

Dans l'étude sur l'hydrologie des morts-terrains dans le bassin de la Haine, après avoir relevé d'une manière régulière les hauteurs de l'eau dans plus de mille puits répartis dans tout le bassin de la Haine, M. Maurice Robert est parvenu à montrer la variation de ces hauteurs et à établir les différentes nappes aquifères.

---

(1) *Ann. Soc. scient. de Bruxelles*, t. XXXIV. Séances des Sections, pp. 139-141; *Ann. Soc. géol. de Belgique*, t. XXXVII. Bull., pp. 9-14.

(2) *Mémoires de la Société géologique de Belgique*, t. II, pp. 85-91.

(3) *Ann. Soc. géol. de Belgique*, t. XL (1913), Bull., p. 495.

L'auteur montre ensuite que la nappe aquifère du Quaternaire et celle des alluvions du fond de la vallée se confondent avec celle du landénien, qui les prolonge sur les flancs du synclinal. Quant aux eaux de la craie du synclinal, elles sont retenues par la base relativement imperméable du landénien qui la recouvre, sauf en un certain nombre de points où l'érosion a enlevé les couches landéniennes.

En se basant sur des considérations théoriques, M. Robert a pu déterminer quels sont les points du bassin de la Haine où l'on peut espérer trouver de grandes quantités d'eau. Les données recueillies dans la suite ont confirmé sa manière de voir. L'auteur établit aussi par un grand nombre de documents les relations étroites qui existent entre la variation de niveau des nappes et les quantités d'eau tombées pendant l'année.

Le système du Kundelungu au Katanga constitue un mémoire important de M. Robert, relatif à la géologie congolaise.

Il est divisé en cinq chapitres :

Le premier chapitre fait l'exposé détaillé des observations sur le terrain.

Le deuxième est un essai de la stratigraphie du système du Kundelungu.

Le troisième traite de la tectonique de la région.

M. J. Cornet, qui fut rapporteur du travail pour la Société géologique de Belgique, où il fut présenté, dit à propos de ce troisième chapitre :

« Ce n'est pas le moins intéressant du travail. Les couches du Kundelungu sont beaucoup plus dérangées que je ne l'avais observé sur mes itinéraires de 1891 à 1893 ».

Le chapitre quatrième est consacré à des considérations générales sur la position qu'occupe le système du Kundelungu dans la série des couches géologiques reconnues dans l'Afrique du Sud et dans l'Inde.

L'auteur rapporte les conglomérats de la base du Kundelungu

au *Dwyka Conglomerate* d'origine glaciaire, et les couches plus élevées aux *Ecoa Beds* de l'Afrique du Sud.

Le chapitre V étudie dans ses grandes lignes la géographie physique du pays. (Rapporteur : M. Schoep.)

Durant la décade, M. A. Rutot a continué ses laborieuses et patientes recherches concernant le Quaternaire et spécialement ses remarquables travaux au sujet des industries humaines.

Il a brillamment représenté la science belge dans les controverses passionnées qu'ont suscitées les découvertes d'industries dénotant l'âge reculé de l'humanité. Il a mis au service de ces études, qui touchent à la préhistoire, une connaissance approfondie de la stratigraphie du Quaternaire et des hypothèses sur la succession des phénomènes glaciaires. Il a, au cours de ces travaux, fixé un grand nombre de repères communs à la France et à la Belgique.

Ces études difficiles ont été, au cours de leur avancement, exposées par M. Rutot dans une série de mémoires, dont plusieurs, de synthèse, mettent à jour les connaissances acquises sur l'ensemble du Quaternaire. (Rapporteur : baron L. Greindl.)

M. Achille Salée a publié d'importants travaux sur les polypiers du calcaire carbonifère.

Le premier, qui a pour titre : *Contribution à l'étude des polypiers du calcaire carbonifère. Le genre Caninia*, a été couronné au concours universitaire des sciences minérales en 1910 et publié, à la demande du jury, sous les auspices du Ministère des Sciences et des Arts. M. Salée y applique, pour la première fois en Belgique, la méthode de l'étude des polypiers en coupes minces sériées. Il y résout la question si discutée de l'autonomie du genre *Caninia* et de ses relations avec les genres *Zaphrentis* et *Cyathophyllum*. La fossette fermée et toujours profonde, l'absence de toute zone vésiculaire externe, même à l'âge adulte, distinguent essentiellement le genre *Zaphrentis* du genre *Caninia*, qui a une fossette ouverte, généralement peu profonde, et chez lequel la muraille stéréoplasmique, se décol-

lant à un âge plus ou moins avancé selon les espèces, détermine la formation d'une zone vésiculaire externe, où les cloisons, non revêtues de stéréoplasme, sont minces et parfois incomplètement développées; dans ce dernier cas, l'auteur y distingue une sous-zone extérieure à vésicules extraseptales et une sous-zone plus interne à vésicules interseptales. L'étude, au moyen des coupes sériées, du processus de ce décollement et de la formation des zones vésiculaires est une des parties les plus intéressantes du mémoire. Le genre *Cyathophyllum* diffère du genre *Caninia* parce que la fossette et la symétrie bilatérale deviennent indistinctes par l'absence de tout épaississement stéréoplasmique localisé, ce qui donne une épaisseur uniforme aux septa, et l'absence de muraille interne stéréoplasmique ainsi que par le nombre plus grand de septa, la régularité et le nombre plus grand des vésicules interseptales.

Le *Caninia potula*, et surtout sa variété *densa* du sommet du tournaisien et de la base du viséen, conduit aux *Cyathophyllum* du viséen. Ce fait semble indiquer que ces *Cyathophyllum* descendent des *Caninia* et devraient ainsi former un genre différent des *Cyathophyllum de dévonien.*

L'auteur décrit avec grand détail, dans ce mémoire, trois espèces et trois variétés (1) de *Caninia* ainsi que leur développement. Il ramène à ces trois espèces un bon nombre de polypiers décrits par les auteurs sous des noms divers.

Les espèces décrites dans ce mémoire appartiennent au tournaisien supérieur et à la base du viséen (zone à *Caninia* d'Arth. Vaughan). Dans un second mémoire intitulé : *Quelques formes nouvelles de « Caninia »* (2), l'auteur décrit deux formes appartenant au tournaisien intérieur et dont l'une y est très commune, et une troisième au sommet du viséen (3). La découverte de

(1) *Caninia cornucopiae* et sa variété *vesicularis; Caninia cylindrica* et sa variété *herculina; Caninia patula* et sa variété *densa.*

(2) *Bull. Soc. belge de Géol.*, t. XXVI (1912), Proc.-verb., pp. 41-49, pl. A.-D.

(3) *Caninia cylindrica* var. *hasteriensis* et *Caninia Dorlodoti* du tournaisien inférieur; *Caninia samsonensis* du viséen supérieur à *Productus giganteus.*

Caninia dans le tournaisien inférieur de la Belgique a eu un grand retentissement en Angleterre, où ce genre est inconnu à ce niveau.

Les travaux de M. Salée sur le groupe de Clisiophyllides a peut-être plus d'importance encore que ses mémoires sur le genre *Caninia*. Les résultats en sont consignés dans une note : *Sur quelques polypiers carbonifères du Muséum d'histoire naturelle de Paris* (1) et *Contributions à l'étude des polypiers du calcaire carbonifère de la Belgique II. Le groupe des Clisiophyllides* (2). L'auteur ayant retrouvé au Muséum d'histoire naturelle de Paris le type admirablement conservé du *Londaleia Bromier* de Milne Edwards et Haime, a constaté que ce type avait été mal figuré et mal décrit par les savants auteurs.

La columelle des *Londoleia* n'est pas formée, comme l'ont répété tous les auteurs classiques à la suite de Milne Edwards et Haime, « de feuillets tordus qui se recouvrent complètement les uns les autres », mais bien — et il en est ainsi pour tous les Clisiophyllides — du prolongement des planchers qui se recourbent fortement en forme de dômes, et sur lesquels s'élèvent des lamelles, prolongement des septa, courbées en spirale chez *Londoleia*. La coupe transversale pratiquée par l'auteur dans l'échantillon type de *Londoleia Bromis* permet de compléter la caractéristique du genre *Londoleia* et aussi les caractères généraux de la famille des Clisiophyllides. L'étude que l'auteur avait faite précédemment du décollement de la muraille séréoplasmique et des diverses sortes de zones vésiculeuses externes lui a servi aussi à mieux comprendre ces phénomènes, qui se présentent aussi chez la plupart des Clisiophyllides.

L'auteur a précisé les caractères de six genres de Clisiophyllides : *Londoleia*, *Clisiophyllum*, *Dibunophyllum*, *Carcinophyl-*

(1) *Bull. du Muséum national d'histoire naturelle*, année 1913, n° 6, pp. 365, 376. XIV-XVI.

(2) *Mém. de l'Inst. géol. de Louvain*, t. I.

lum, *Caruthersella*, *Aulophyllum* (1) et décrit un bon nombre d'espèces recueillies en Belgique, dont neuf nouvelles, en indiquant leur répartition stratigraphique. Outre l'intérêt de cette étude au point de vue de la paléontologie pure, elle est d'un grand intérêt pratique pour la reconnaissance de l'âge précis des affleurements. Plusieurs séries philogénétiques proposées par l'auteur semblent très plausibles.

Il nous reste à signaler deux notes de l'auteur, intéressantes au point de vue lithogénique : l'une (2) sur une *Syringopora* autour des mérides de laquelle des cristaux de calcite se sont implantés radiairement, de façon à simuler à première vue un Zoanthaire massif, par un phénomène analogue à celui qui s'est produit sur les fenestelles du calcaire waulsortien à veines bleues; l'autre *Sur un mode d'écrasement de polypiers du marbre noir de Denée* (3), écrasement qui ne peut s'expliquer que par une compression s'accroissant lentement comme celle qui se produit dans la condensation des gels : ce phénomène confirme l'origine sapropélienne des marbres noirs. Nous devrions ajouter la note sur le synchronisme du calcaire carbonifère du Boulonnais avec celui de la Belgique et de l'Angleterre (4), si elle n'avait été faite en collaboration avec un membre du jury. Bornons-nous à dire que les synchronismes qui y sont proposés ont été confirmés par les études plus récentes. (Rapporteur : M. H. de Dorlodot.)

Les nombreux travaux publiés par M. Stainier pendant le

(1) Le genre *Aulophyllum* n'était pas connu en Belgique. L'auteur l'a décrit d'après le génotype *Aulophyllum frugites*, retrouvé par lui au Muséum de Paris et d'après un topotype provenant de Kildare (Irlande), ainsi que de nombreux exemplaires recueillis par lui-même en Écosse. Depuis lors, l'auteur a découvert en Belgique des *Aulophyllum* qui, comme dans les îles Britanniques, se rencontrent au sommet du viséen.

(2) *Sur un polypier du waulsortien de Sosoye.* (BULL. SOC. BELGE DE GÉOL., t. XXI, Proc.-verb., pp. 115-119, 3 fig. dans le texte.)

(3) *Bull. Soc. belge de Géol.*, t. XXV, Proc.-verb., pp. 133-135.

(4) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t. CLIII.

décennat portent sur les sujets les plus divers : géogénie, paléontologie, tectonique, stratigraphie détaillée, métamorphisme, géologie appliquée, anthropologie préhistorique, dynamique externe, et se rapportent à la plupart des terrains de l'échelle stratigraphique, du moins de ceux que l'on rencontre en Belgique. Tous ces travaux dénotent un grand talent d'observation, un grand soin de ne négliger aucun détail qui puisse intéresser le sujet et une grande précision dans la description des faits et dans le repérage exact des observations.

Il y a lieu de signaler comme spécialement intéressants :

1° Le mémoire in-4° *Sur le mode de gisement et l'origine des roches métamorphiques de la région de Bastogne;*

2° Les travaux de l'auteur sur la géologie de la Campine;

3° Ses travaux sur notre vieux bassin houiller et tout spécialement le mémoire publié en trois parties dans les Annales des Mines de Belgique, sous le titre : *Structure du bord sud des bassins de Charleroi et du Centre, d'après les récentes recherches.*

Dans le premier de ces mémoires, outre le sujet indiqué par le titre, l'auteur s'occupe de questions stratigraphiques du plus haut intérêt. A ce point de vue, il faut relever sa démonstration du passage latéral du taunusien du bord sud du bassin de Dinant et du petit bassin de Houffalize aux schistes de Sainte-Marie du bord nord du bassin de l'Eifel.

Quant au métamorphisme qui forme le sujet principal du mémoire et qui seul figure dans le titre de celui-ci, il est traité avec beaucoup de soin et de compétence. L'auteur décrit un ensemble d'observations très précises et du plus haut intérêt sur les accidents tectoniques et le clivage schisteux, sur les effets généraux du métamorphisme propre à la région de Bastogne, sur l'aire d'extension du métamorphisme, tant général que sporadique, et sur le mode de gisement des roches provenant de ce dernier mode de métamorphisme. Il distingue et décrit aussi un grand nombre de types de roches métamor-

phiques, mais seulement d'après leurs caractères macroscopiques. La discussion sur la cause des phénomènes métamorphiques de la région de Bastogne est fort bien menée.

Les travaux que l'auteur a publiés sur la Campine, soit seul, soit avec la collaboration du P. G. Schmitz, ont jeté la plus grande lumière sur le sous-sol de cette importante région.

Je me bornerai à rappeler que l'auteur a établi que le trias y est bien plus complet qu'on aurait pu se l'imaginer, qu'il nous révèle l'existence, en Campine, de dépôts liasiques marins du facies continental de l'assise d'Aix-la-Chapelle, de dépôts continentaux intercalés, les uns entre le maestrichtien et la base du heersien, les autres entre l'oligocène supérieur et la base du pliocène, dépôts qui doivent, par conséquent, être classés respectivement dans le montien et dans le miocène. La découverte de sables à faune oligocène supérieure bien caractérisée, recouverte par un cailloutis supportant d'autres sables qui passent sous la base du diestien, et la démonstration de la relation de ces dépôts avec ceux du Bolderberg fut, on s'en souvient, un événement sensationnel; il tranchait, en effet, la question du boldérien dans le sens de Dumont et de Dewalque, et contrairement à l'opinion de Gosselet, que la plupart des géologues belges avaient embrassée.

A ces découvertes sur les « morts-terrains », ou terrains postprimaires de la Campine, il faut ajouter de précieuses contributions à la connaissance du houiller de la région, notamment la découverte de plusieurs niveaux à fossiles marins, qui ont permis à l'auteur d'établir une synonymie certaine et détaillée avec les différents bassins belges et étrangers et une estimation sérieuse de la puissance du houiller de la Campine et de ses subdivisions.

Rappelons enfin que l'auteur a fait connaître, le premier, le véritable type tectonique du « bassin » de la Campine, si différent de celui des autres régions paléozoïques de notre pays,

et que les idées de l'auteur à ce sujet ont été pleinement confirmées par les recherches poursuivies dans les Pays-Bas.

La *Structure du bord sud des bassins de Charleroi et du Centre d'après les récentes recherches* a paru en trois parties, respectivement dans les fascicules I et II du tome XVIII (1913) et dans le fascicule III du tome XIX (1914) des Annales des Mines de Belgique.

Cet important travail est le résultat de plus de vingt-cinq années d'observations assidues poursuivies par l'auteur dans tous les bassins houillers de la Belgique.

Comme toute étude tectonique sérieuse a pour base la connaissance exacte de la stratigraphie des couches dérangées, l'auteur n'a pu, en effet, parvenir aux brillants résultats qu'il résume dans ce travail que grâce à sa connaissance approfondie de la stratigraphie de notre terrain houiller.

L'un des éléments les plus importants pour l'étude de la stratigraphie houillère est fourni par les horizons à fossiles animaux. Autrefois, on croyait ces fossiles très rares dans notre houiller, à l'exception du « houiller sans houille », tel que l'entendait Dumont. Plus tard les recherches de Cornet et Briart et de quelques autres observateurs montrèrent qu'ils sont moins exceptionnels qu'on le pensait. Mais avant les recherches méthodiques de M. Stainier, les données que l'on possédait sur les fossiles animaux de notre houiller étaient en somme peu importantes et l'on n'avait pu songer à les utiliser pour établir des raccordements stratigraphiques, surtout à des distances un peu considérables.

Les résultats des recherches de l'auteur à ce sujet ont été consignés dans une suite de notes et de mémoires s'échelonnant de 1891 à 1914. Ces recherches lui ont fait reconnaître la grande extension de la plupart des niveaux à fossiles animaux, dont beaucoup s'étendent à tout notre vieux bassin et au delà. Les importants résultats obtenus par lui ont engagé d'autres chercheurs à le suivre dans la même voie. Aussi, s'il reste vrai

que le plus grand nombre des données relatives aux niveaux de fossiles marins de notre houiller nous ont été fournies directement par les observations de M. Stainier, il n'est que juste d'ajouter que l'honneur des découvertes faites par d'autres observateurs rejaillit en partie sur lui, puisque c'est à son exemple et aussi à son active propagande que nous les devons.

Mais les caractères paléontologiques, malgré leur importance, ne suffisent pas pour mener à bonne fin une étude stratigraphique très détaillée du houiller. Aussi M. Stainier fit-il marcher de pair avec l'étude des zones à fossiles animaux l'examen détaillé de tous les caractères de chaque couche de houille, de son toit et de son mur, ainsi que de la série des couches qui forment les stampes intermédiaires. Cette étude, qui devait se faire dans les galeries souterraines, n'était pas exempte de difficultés. L'auteur en avait conscience, et pour s'y préparer, il consacra deux ans à l'examen, en pleine lumière, des roches rapportées de la profondeur. C'est seulement après cela qu'il put aborder, pour de bon, le levé détaillé des coupes souterraines dans des galeries abandonnées ou dans des travaux non encore boisés. Pendant plus de quinze ans, il pratiqua, dans ce but, en moyenne trois descentes par semaine.

Les synthèses résultant de ses observations furent publiées successivement, en 1894 pour les bassins d'Andenne (1) et pour la Basse-Sambre (2), en 1901 pour l'ensemble des districts de Charleroi et de la Basse-Sambre (3), en 1905 pour le bassin de Liége (4). Les deux derniers mémoires (3 et 4), sont désormais le *vade mecum* obligé de tout géologue ou ingénieur qui veut contribuer utilement à l'exploration scientifique de notre vieux bassin houiller.

Depuis lors, M. Stainier a pris part à un grand nombre de

(1) *Bull. Soc. belge de Géol.*, t. VIII (1894), p. M3-22.
(2) *Ibid.*, t. VIII (1894), pp. M5, 5-66.
(3) *Ibid.*, t. XV (1901), pp. M3-60.
(4) *Ibid.*, t. XIX (1905), pp. M3-120.

travaux de recherches, souvent entrepris sur ses conseils, et l'on peut dire, sans exagération, qu'il a en main un champ d'expériences dont n'avait jamais disposé avant lui aucun géologue belge. C'est ce qui l'a mis à même d'élaborer, avec une entière compétence, le travail qu'il nous reste à analyser.

Ce travail se divise en trois parties. La division est d'ordre géographique. La première partie, après un exposé historique et quelques considérations générales, étudie le bord sud du bassin dans le district minier de Charleroi jusqu'à la concession du *Beaulieusart* ou *Fontaine-l'Évêque;* la seconde, la région du Centre sud; enfin, dans une troisième partie, parue plus d'un an après les deux premières, l'auteur cherche à relier, au moyen des résultats des plus récentes recherches, les allures de la région du Centre à celles du Borinage, et confirme ainsi, du moins en règle générale, les hypothèses qu'il avait proposées dans la seconde partie.

Nous suivrons, en général, l'ordre de l'auteur et nous ne nous en éloignerons parfois un peu que dans le but de donner à ce résumé plus de brièveté ou de clarté.

PREMIÈRE PARTIE.

Avant de résumer les résultats énoncés dans cette première partie, nous rappellerons la règle admise pour la dénonciation des failles, règle que l'auteur, nous avons le regret de le constater, n'a pas toujours observée. Une faille de chevauchement est définie par le massif qui repose sur la faille. La faille ne peut donc pas changer de nom du moment où ce massif demeure le même.

Les principales failles de la région étudiée, et dont l'autonomie est reconnue par tout le monde, sont :

1° La *Faille du Carabinier*, sur laquelle repose le *massif dit du Carabinier*, c'est-à-dire le gisement supérieur exploité par ce charbonnage et dont les couches décrivent notamment un bel anticlinal, connu sous le nom d'anticlinal du Carabinier.

2° La *Faille d'Ormont*, sur laquelle repose le *massif de Bouffioulx*, c'est-à-dire le massif auquel appartient le calcaire carbonifère exploité dans la vallée de Bouffioulx et dont la continuité avec le massif qui forme les Roches Saint-Pierre à Franière est bien établie. Rien n'empêche d'ailleurs de nommer ce massif *massif d'Ormont*, comme le fait l'auteur.

3° La *Faille de Chamborgniau*, sur laquelle repose le massif qui commence à affleurer sur le plateau situé à l'ouest de Bouffioulx et qui, entre le hameau de Chamborgniau et la Blanche-Borne, présente une série renversée s'étendant depuis le calcaire frasnien jusqu'aux couches supérieures du viséen. L'auteur dénomme ce massif *massif de Chamborgniau*.

4° La *Faille de Wespes*, qui n'est connue que dans la partie ouest de la région étudiée dans cette première partie, et sur laquelle repose un lambeau de calcaire carbonifère supérieur et de houiller inférieur en allures presque complètement retournées.

5° La *Faille de La Tombe*, sur laquelle repose le calcaire carbonifère de La Tombe de Marcinelle et tout un complexe de couches descendant jusqu'au calcaire frasnien (1).

6° Enfin, la *Faille du Midi*, sur laquelle repose le grand *massif du Midi*.

La présence de paraclases locales déchiquetant le massif qui définit une faille n'empêche pas la faille de conserver son nom, du moment où ces accidents peuvent être considérés comme secondaires, et que les diverses masses séparées localement par ces fractures se présentent comme appartenant à une même nappe de refoulement.

Mais, lorsque deux surfaces de failles, horizontales ou plus ou moins inclinées, viennent à se confondre en profondeur, par

(1) Depuis l'époque où a été présenté ce rapport, **M.** Stainier a démontré que ce complexe se répartit entre deux massifs bien distincts.

suite de la disparition du massif intermédiaire, il convient de conserver à la faille unique, qui représente la somme des déplacements des deux failles, le nom de la faille supérieure; et cela est nécessaire surtout, lorsqu'on donne à la faille le même nom qu'au massif qui a servi à la définir d'après la règle énoncée tantôt.

Nous regrettons de devoir dire que l'auteur s'est affranchi de cette règle, lorsqu'il donne le nom de *Faille d'Ormont* à la faille qu'il considère (avec raison, pensons-nous) comme provenant de la synthèse des failles d'Ormont et de Chamborgniau, par suite de la terminaison en coin vers l'ouest du massif d'Ormont. Son excuse est qu'édité par les *Annales des Mines*, le mémoire s'adresse spécialement à des ingénieurs et que cette faille est généralement connue, dans la région, sous le nom de « Faille d'Ormont », par suite d'une erreur de la *Carte des Mines*. Aussi, ne songerions-nous peut-être pas à relever cette incorrection de langage, si elle ne contribuait à rendre moins clair l'exposé de l'auteur; d'autant plus que, fidèle à son principe de donner le même nom à la faille et au massif qui repose sur cette faille, il nomme à l'ouest « massif d'Ormont » le massif qu'il avait baptisé à l'est du nom de « massif de Chamborgniau ».

Hâtons-nous de dire qu'il n'y a en tout ceci *aucune erreur de fait ni de théorie*, mais seulement une incorrection de langage.

Pour plus de clarté, nous nous affranchirons dans les lignes qui suivent de ce défaut de rédaction, et nous nommerons Faille et Massif de Chamborgniau la faille et le massif que l'auteur considère comme étant réellement la continuation de cette faille et de ce massif, même lorsqu'il leur donne abusivement le nom de « Faille » et de « Massif d'Ormont ».

Venons-en maintement à l'énoncé des principales conclusions de la première partie du mémoire.

I. — *Massif et faille de la Tombe.*

1° La faille de la Tombe se continue, vers le nord, au-dessous des gisements exploités autrefois par les concessions de la Réunion, à Mont-sur-Marchienne, et de Saint-Martin, à Marchienne-au-Pont.

Cette conclusion, qui s'oppose aux opinions émises en dernier lieu par Smeysters, mais qui s'accorde avec la manière de voir antérieure de cet éminent ingénieur, est basée sur la concordance parfaite des allures exploitées autrefois par le charbonnage de la Réunion avec les allures du calcaire carbonifère. Elle est confirmée par le sondage de Mont-sur-Marchienne (n° 25), qui a montré l'exactitude de la coupe AA de la note publiée par Smeysters en 1892.

2° Les allures en dressant de La Réunion, à Mont-sur-Marchienne et de Saint-Martin ne peuvent appartenir au même massif que les grands dressants de Fontaine-l'Évêque. Cette conclusion est une conséquence forcée de la première, puisque le calcaire carbonifère du massif de La Tombe repose, tantôt directement, tantôt par l'intermédiaire du massif de Forte-Taille (massif de Chamborgniau), sur les massifs des grands dressants de Fontaine-l'Évêque.

L'auteur envisage les arguments qui semblent militer pour l'hypothèse contraire : analogie des deux gisements, direction vers le S.-S.-E. que prend à l'est le grand chassage levant de la veine Saint-Alfred (Fontaine-l'Évêque). Il estime que ces faits, qui ne sont pas démonstratifs, ne peuvent l'emporter sur sa conclusion qui se déduit de constatations directes. Toutefois, avec sa prudence habituelle, l'auteur ajoute : « Si l'on venait à trouver qu'ils se raccordent (les deux gisements en litige), ce serait la preuve évidente que la Faille de La Tombe séparerait les calcaires des gisements houillers de Saint-Martin et de La Réunion ».

II. — *Massif et faille de Chamborgniau.*

1° Le gisement supérieur gras de Marcinelle-Nord appartient au massif de Chamborgniau.

2° Ce massif vient buter en profondeur contre le massif de La Tombe à l'est, au sud et au sud-ouest; il n'est séparé, en effet, par aucune faille notable du massif supérieur de Forte-Taille, et ce dernier se continue avec un massif qui, à Fontaine-l'Évêque, repose sur le massif des grands dressants de Fontaine et d'Anderlues et se termine en coin sous le Calcaire carbonifère du massif de La Tombe.

La première de ces conclusions est une brillante découverte de l'auteur. Nous ne croyons pas devoir nous attarder à résumer l'argumentation serrée sur laquelle il l'appuie, cette conclusion n'ayant pas trouvé, pensons-nous, de contradicteur. Or, elle présente un intérêt théorique énorme. En 1894, M. de Dorlodot avait attribué au rejet propre à la faille de Chamborgniau une valeur minima de huit kilomètres.

Il s'en était tenu là, des renseignements erronés ne lui ayant pas permis d'englober dans le massif de Chamborgniau les couches supérieures à la partie inférieure du houiller proprement dit (H2).

Or, M. Stainier ayant démontré que l'échelle stratigraphique de ce massif monte jusqu'à la mi-hauteur de l'assise de Charleroi, nous pouvons dire maintenant que le bassin qui s'étend sous la faille du Midi, au sud de la racine de l'anticlinal de Bouffioulx et du flanc sud duquel est arraché le massif de Chamborgniau, a une profondeur et, par conséquent, une largeur beaucoup plus grande que le minimum supposé, et que, par conséquent, le rejet de la faille de Chamborgniau est très supérieur au minimum assigné précédemment.

M. Stainier établit comme suit la seconde conclusion :

« Les couches les plus inférieures de ce gisement (gisement supérieur de Marcinelle-Nord, dit M. Stainier, p. 15) s'étendent

à travers la concession du Bois-du-Cazier, à l'extrémité sud de l'ancienne concession de la Réunion, où elles ont été exploitées par une multitude d'anciens puits, qui ont établi la continuité des couches dans cette région. De là ces couches passent dans la concession de Forte-Taille ».

Cette affirmation ayant été contestée, le rapporteur a cru de son devoir d'examiner à nouveau la question, tant au moyen des documents relatifs à d'anciens travaux que par des observations faites sur le terrain. Il en est résulté pour la conviction la plus absolue que l'assertion de M. Stainier, confirmée d'ailleurs aussi par celle de Bertiaux, est seule compatible avec les faits observés.

Nous dirons plus loin comment M. Stainier établit la continuation du massif plus loin vers le nord-ouest : la démonstration de ce dernier point n'a, d'ailleurs, pas rencontré de contradicteur.

III. — *Massif et faille d'Ormont.*

1° La faille d'Ormont, au lieu de se relever au sud, accentue, au contraire, son pendage vers le sud.

Des recherches récentes, sur lesquelles le rapporteur a reçu des renseignements, confirment malheureusement cette conclusion de l'auteur.

2° Le massif de Bouffioulx ou d'Ormont a été rencontré, en quelques points, sous le massif de Chamborgniau, mais il ne tarde pas néanmoins à se terminer vers l'ouest, les failles d'Ormont et de Chamborgniau venant à se réunir.

Cette dernière conclusion, déjà prévue par M. de Dorlodot, est incontestablement établie. Mais un fait intéressant, relevé par l'auteur, d'après les données du sondage de Loverval (n° 23), sondage exécuté sur ses conseils et dont l'étude lui a été confiée, c'est qu'à ce sondage *le massif de Bouffioulx est représenté, non par du calcaire carbonifère, mais par du houiller;* ce qui indique, comme il le fait ressortir, un fort contour vers le sud de la limite, entre le calcaire carbonifère et le houiller. En

d'autres termes. l'anticlinal de Bouffioulx, après avoir disparu sous la faille de Chamborgniau, subit un rapide ennoyage. Il n'est pas nécessaire d'insister sur les conséquences de ce fait, dont l'importance n'échappera à personne.

IV. — *Continuation vers l'ouest de la faille de Chamborgniau.*

La faille de Chamborgniau se continue avec la faille de Masse.

Cette conclusion est, au point de vue scientifique, l'une des plus importantes du mémoire. L'auteur, pour l'établir, est obligé d'empiéter sur le territoire qui fait l'objet de la seconde partie du mémoire.

Le gisement de Forte-Taille, appartenant au massif de Chamborgniau, est caractérisé par les allures exceptionnelles de ses couches inclinées en plateure vers le nord. La continuation de ces allures a été constatée de l'autre côté de la Sambre, dans la concession Leernes-Landelies, où elles prennent une direction N.-W. Cette direction les amènerait dans la concession de Fontaine-l'Évêque (Beaulieusart) au sud du puits n° 1. Or le sondage de la Hougarde (n° 19) a traversé en cet endroit, sous la faille de Wespes, un massif de houiller inférieur présentant les mêmes allures. Plus au nord le puits n° 1 a recoupé, depuis la surface jusqu'à 140 mètres du houiller proprement dit, figuré jusqu'ici comme étant en dressants renversés, mais qui, en réalité, est en plateure. Ces dernières allures doivent représenter le flanc nord du synclinal dont le flanc sud est traversé par le sondage de la Hougarde sous la faille de Wespes. Elles reposent sur les grands dressants de Fontaine et d'Anderlues.

Au méridien du puits n° 2 de Fontaine-l'Évêque, situé plus à l'ouest, ces allures ont disparu et le massif des grands dressants s'affleure sous les morts-terrains. La surface de la faille de Chamborgniau est donc remontée au-dessus de la surface d'ara-

sement par un relèvement transversal. Mais dans la concession de Ressaix, on exploite un massif qui repose, comme M. Stainier l'a démontré, sur le massif des grands dressants d'Anderlues par l'intermédiaire d'une faille qui s'enfonce vers l'ouest et qui se relève vers l'est de manière à émerger vers l'extrémité ouest de la concession d'Anderlues. Dans ce massif, que M. Stainier nomme *Massif de la Masse*, on retrouve certaines allures caractéristiques du gisement supérieur de Forte-Taille. Ce fait donnerait déjà un fort argument en faveur de l'identité primitive (c'est-à-dire avant l'arasement) du massif de Masse et du massif de Forte-Taille-Chamborgniau, la séparation des affleurements devant être attribuée uniquement à un relèvement transversal, qui se manifeste d'ailleurs aussi dans les allures du massif sous-jacent des « grands dressants ». Mais l'auteur a pu établir, en outre, la continuité des deux massifs en profondeur, sous la grande faille du Midi, par la comparaison des données des différents sondages qui, plus au sud, ont été forés à travers cette dernière faille.

Le sondage d'Aulne (n° 21), qui a rencontré, sous la faille du Midi, le poudingue houiller et les couches avoisinantes en plateure, montre que les couches que nous avons vues s'incliner au nord, au sondage de la Hougarde, se recourbent en anticlinal pour plonger en plateure vers le sud. D'autre part, la faille de Chamborgniau, sur laquelle reposent ces allures et qui était déjà fort peu inclinée au méridien de Forte-Taille, comme le prouve le sondage de Gozée (n° 24), s'est tout à fait aplatie en profondeur au sud de Fontaine-l'Évêque, comme le montre la comparaison entre le sondage de la Hougarde (n° 19) et le sondage d'Aulne (n° 21). Or, plus à l'ouest, les sondages qui ont traversé la faille du Midi pénètrent d'abord dans un massif de houiller inférieur limité inférieurement par une faille qui se relève vers le midi; car ce massif, qui a été rencontré jusqu'à 558 mètres au sondage de la Vausselle, n'existe plus au sondage de Montifaux, situé plus au sud, ce dernier ayant traversé, sous la faille du

Midi, à 455 mètres, les riches couches en plateure du houiller proprement dit appartenant à un massif inférieur (massif que nous verrons tantôt être le massif du Carabinier). Il semble donc bien que cette lame de houiller inférieur doive appartenir au massif de Chamborgniau-Forte-Taille, qui, interrompu au nord par le relèvement transversal d'Anderlues, demeure continu plus au sud.

V. — *Massif et faille du Carabinier.*

Le Massif du Carabinier, auquel appartient notamment la « voûte du Carabinier » et les plateures reconnues au sud de cette voûte au siège de Saint-Charles du Casier, se prolonge largement vers l'ouest. Au méridien de la concession de Forte-Taille, sur le prolongement en direction de l'anticlinal du Carabinier, on voit s'y dessiner un grand anticlinal, dont les allures nord en dressant forment un riche gisement sous la faille de La Tombe, tandis qu'au sud s'ouvre un bassin d'une richesse prodigieuse.

Cette découverte, du plus haut intérêt théorique et qui a ouvert à l'industrie une source inouïe de prospérité, est le fruit des recherches méthodiques exécutées sur les conseils et sous la surveillance de M. Stainier.

Le sondage intérieur de Forte-Taille (n° 1 de Forte-Taille, n° 22 des *Annales des Mines*), pratiqué à l'extrémité nord du bouveau de l'étage, 280 mètres du puits Avenir, avait été commencé le 2 juillet 1906. Après avoir traversé la faille sur laquelle repose l'ancien gisement de Forte-Taille et qui est la faille de Chamborgniau, au lieu de rencontrer un gisement plus riche, comme on l'espérait, on ne trouvait que des couches stériles que les charbonniers du Hainaut ne connaissaient pas. Le sondage avait déjà plusieurs centaines de mètres, quand le directeur du charbonnage se décida à demander à M. Stainier d'étudier le sondage. M. Stainier n'eût aucune peine à recon-

naître qu'on était en présence de couches appartenant les unes au sommet du H^1, les autres à la base du H^2, qui se présentaient en dressants renversés interrompus par une fausse plateure. A la suite de cette constatation, il déclara au directeur que si l'on faisait un sondage plus au nord, en un point qu'il lui indiqua, on rencontrerait, sous le massif de La Tombe, du houiller productif, en dressants renversés, faisant suite aux dressants du sondage n° 1. Le sondage n° 2 (n° 33 des *Annales des Mines*, exécuté d'après ces conseils, et le puits qui s'ensuivit (puits Espinoy) ont montré le bien-fondé des déductions de l'auteur.

Sur ces entrefaites, le charbonnage de Fontaine l'Évêque avait commencé le sondage de La Hougarde (n° 19). A la rencontre du poudingue houiller en plateure, M. Stainier annonça la prochaine traversée de la veine Calvaire. La réalisation de cette prédiction donna à la direction une confiance en M. Stainier, qui fut bien nécessaire pour continuer le sondage lorsque, vers 725 mètres, on arriva à un banc très épais de calcaire à crinoïdes. On aurait pu croire que l'on avait atteint le calcaire carbonifère; mais M. Stainier avait reconnu le calcaire à crinoïdes situé sous le poudingue houiller et l'allure en dressants renversés : il put donc prédire qu'on allait pénétrer dans le houiller proprement dit et que, vers 850 mètres, on atteindrait la veine Léopold. La foi l'emportant sur les apparences, on décida de poursuivre le sondage jusqu'à ce niveau, et, la prédiction s'étant réalisée, on le continua plus bas : ce qui amena la découverte d'un superbe gisement de l'assise de Charleroi, en dressants renversés.

Sur ces entrefaites, d'autres sondages avaient recoupé, plus à l'ouest, le même gisement. On aurait pu croire (et l'on devait même croire d'après les vues de Smeysters) que ces dressants formaient l'extrême bord sud des couches exploitables, si l'étude de ce qui était reconnu plus à l'est — notamment dans la concession de Marcinelle-Nord, où, sous le massif de Chamborgniau, se voient les allures plissées du flanc nord de l'anti-

clinal du Carabinier, et au siège Saint-Charles du Bois du Cazier, où l'on avait traversé une longue série de plateures appartenant au flanc sud de cet anticlinal — n'avait convaincu M. Stainier que les gisements en dressant récemment découverts dans la région de l'Eau-d'Heure et plus à l'ouest forment le prolongement du flanc nord de l'anticlinal du Carabinier, et que, par conséquent, on devait retrouver plus au sud le prolongement de la grande série de plateures recoupée par le grand bouveau sud du siège Saint-Charles. C'est ce qui le porta à conseiller au charbonnage de Fontaine-l'Évêque d'entreprendre le sondage d'Aulnes (n° 21), qui recoupa le premier les plateures de ce qu'on a nommé « le nouveau bassin », ainsi que deux autres sondages en collaboration avec les Sociétés de Lobbes (n° 16 : Bois de la Houssière) et de Courcelles-Nord (n° 12 : Montifaux). Le succès de ces sondages, et spécialement du dernier, bientôt ébruité, provoqua la fin que nous avons connue. Le sondage d'Aulnes avait été terminé en juin 1912 et, avant la fin de l'année, au moins vingt-cinq nouveaux sondages étaient commencés ou décidés.

La dernière partie de ces recherches, celle qui a amené les découvertes les plus fructueuses, a été motivée, comme nous l'avons dit, par l'hypothèse de la continuation vers l'ouest du gisement supérieur du Carabinier au-dessous de la faille du Midi et de la faille de Chamborgniau. Le résultat, répondant exactement aux prévisions, a confirmé cette hypothèse, qui, aux yeux du rapporteur, doit être considérée aujourd'hui comme définitivement démontrée.

VI. — *Massif et faille de Wespes.*

La Carte géologique au 40 000^{e} semble supposer que le houiller dans lequel s'ouvre le puits n° 1 de Fontaine-l'Évêque appartient à la base du houiller proprement dit, en concordance avec les dressants fortement renversés du houiller inférieur et

du calcaire carbonifère de Wespes. Les sondages de la Hougarde ont montré que ces dernières allures appartiennent à un petit massif de chevauchement (massif de Wespes), séparé du massif de Forte Taille-Chamborgniau sous-jacent par une faille peu inclinée. M. Stainier a reconnu, en outre, comme nous l'avons dit plus haut, que les allures supérieures du puits n° 1 sont en plateure et qu'elles appartiennent à ce dernier massif. La faille qui limite inférieurement le massif de Wespes (Faille de Wespes) affleure donc au sud de ce puits.

VII. — *Faille du Midi.*

Les nouveaux sondages, connus en 1913, avaient confirmé ce que l'on admettait déjà sur l'allure générale de la Faille du Midi, mais en permettant certaines précisions. Le mémoire indique ces précisions et tire quelques règles générales des chiffres obtenus. L'auteur met cependant le lecteur en garde contre les espérances optimistes qui semblent se dégager de ces inductions; ces espérances ne sont, en effet, basées que sur des présomptions et non sur des preuves certaines.

DEUXIÈME PARTIE.

L'auteur, en commençant cette seconde partie, insiste sur la réserve avec laquelle il convient d'envisager les hypothèses basées sur des observations faites à distance. On peut dire qu'il a observé scrupuleusement cette réserve; car les preuves qu'il apporte en faveur de ces théories semblent si convaincantes, qu'on est porté à leur donner une valeur tout à fait démonstrative, que l'auteur n'ose revendiquer.

Il nous paraît utile de faire connaître l'historique des découvertes qui ont fait naître ces théories afin de faire ressortir la part qui en revient à M. Stainier.

I. — *Massif et faille de Masse.*

C'est en 1908 que M. Stainier, à la suite de l'étude qu'il avait faite du sondage de La Vausselle, arriva, par l'examen comparatif de ce sondage avec certaines observations faites au charbonnage de Ressaix et auxquelles on n'avait accordé jusqu'alors aucune importance, à formuler l'hypothèse d'une faille charriant, sur le gisement d'Anderlues, le gisement de Ressaix et le houiller inférieur rencontré plus au sud par les sondages. Cette idée fut formulée, pour la première fois, dans un rapport remis à la Société de Ressaix, le 19 octobre 1908, et contresigné par M. Cornet. M. Stainier nommait cette faille « Faille d'Anderlues », nom auquel il substitua plus tard le nom de « Faille de Masse ». L'existence de cette faille et son importance furent figurées dans les coupes et mémoires remis à l'Administration des mines pour demandes de concessions. La première publication, où il est question de cette faille, est, pensons-nous, une note publiée en 1910-1911 par M. Cambier, qui a soin, d'ailleurs, de réserver loyalement les droits de M. Stainier.

La faille de Masse, ainsi interprétée, devait nécessairement se relever vers l'ouest, pour mettre à nu le gisement d'Anderlues. Elle rendait compte ainsi de l'existence des dressants demi-gras de Ressaix sur le prolongement en direction des dressants gras d'Anderlues, fait que Smeysters avait cherché à expliquer par des décrochements horizontaux. Sur le conseil de l'auteur, la Société de Ressaix entreprit le sondage des Dunes (n° 14), pour vérifier cette hypothèse : ce sondage, après avoir traversé sur une grande épaisseur du Houiller improductif plissé en concordance avec les couches exploitées plus au nord, pénétra dans un gisement appartenant manifestement aux « grands dressants d'Anderlues ». L'existence de la faille, telle que l'avait supposée M. Stainier, était ainsi établie, et les travaux des puits de Leval et de Trieux démontrèrent le relè-

vement de la faille vers l'est, c'est-à-dire vers l'extrémité ouest de la concession d'Anderlues (Bois de la Haie). Enfin, le sondage de Montifaux (12), tout en montrant que le rejet de la faille de Masse est extrêmement considérable, puisque les dressants de Ressaix ne peuvent avoir leur racine qu'au sud des riches plateures recoupées par ce sondage, prouve que, non seulement la faille de Masse est une faille plate, mais qu'elle se relève même vers le sud, puisque le massif du Carabinier a été atteint immédiatement sous la faille du Midi. L'identité de caractères de cette faille et de la faille de Forte-Taille-Chamborgniau et l'analogie des caractères du massif surincombant amenèrent M. Stainier à supposer, comme nous l'avons dit précédemment, l'identité du massif de Masse et du massif de Chamborgniau, et de la faille de Masse avec la faille qu'il nomme « faille d'Ormont », pour la raison pratique que nous avons expliqué plus haut, mais qui, d'après les règles de nomenclature admises, doit se nommer faille de Chamborgniau.

Après avoir établi l'existence et la véritable nature de la faille de Masse, le relèvement vers l'est de sa partie nord et sa continuité, plus au sud, avec la faille de Chamborgniau, l'auteur poursuit vers l'ouest la faille et le massif de Masse.

Il démontre d'abord que cette faille ne subit pas vers l'ouest de relèvement analogue à son relèvement vers l'est : recoupée à 710 mètres, au sondage de Vausselle (n° 13), elle a été rencontrée par le sondage de Mahy-Faux (n° 11), situé à l'ouest et un peu plus au nord, à 8.000 mètres; ce qui prouve que sa portion sud continue à s'enfoncer vers l'ouest, du moins jusqu'au méridien du village de Ressaix. D'autre part, le houiller inférieur stérile, qui affleure aux environs de Binche et qu'ont rencontré les anciens puits de la Société de Waudrez, ne s'expliquerait pas, si le relèvement de la faille de Masse ramenait à la surface le massif sous-jacent du Carabinier; et on s'expliquerait encore moins les allures en dressants dominants du

nouveau sondage de Péronne (n° 9). En effet, dans cette hypothèse, on aurait dû rencontrer immédiatement sous les morts-terrains les grandes plateures qui suivent au nord les grands dressants de la voûte du Carabinier. Or, ces plateures n'ont été atteintes qu'à la profondeur de 750 mètres. C'est donc à ce niveau que passe ici la faille de Masse.

A environ 2 kilomètres au nord du sondage de Péronne et sensiblement sur la même méridienne, s'ouvre le puits du Quesnoy (Bois-du-Luc et Trivières réunis). Le bouveau sud de l'étage 380 mètres a rencontré d'abord une couche de houille à 15 % de matières volatiles, inclinée en plateure vers le sud : cette composition concorde bien avec celle des couches du massif du Poirier (massif de Saint-Éloi de Briart), exploitées plus à l'est par les puits n^{os} 1 et 2 de Sainte-Aldegonde. Puis le bouveau passe brusquement dans un faisceau de couches, également en plateures inclinées vers le sud, dont la teneur en matières volatiles varie de 23 à 26 %. Cela ne peut convenir qu'à des couches du massif de Masse; et ce que l'on observe ici n'est, en somme, que la répétition de ce qui s'était rencontré au puits n° 1 de Mont-Sainte-Aldegonde, où, sous des plateures, à 30 % de matières volatiles, appartenant au massif de Masse, on est arrivé à des plateures du massif de Saint-Éloi.

L'auteur conclut de ces faits que la faille de Masse se relève vers le nord, de manière à affleurer sur les morts-terrains à proximité du puits du Quesnoy, et que, d'autre part, le massif du Carabinier s'est terminé en biseau plus au sud, la faille du Carabinier s'étant relevée de manière à rejoindre la surface de la faille de Masse. Il importe de constater que les allures en plateure du massif de Masse traversées par le bouveau du puits du Quesnoy doivent appartenir au flanc nord d'un synclinal dont les allures traversées au sondage de Péronne représentent le flanc sud; de même que les plateures des niveaux supérieurs du puits n° 2 de Mont-Sainte-Aldegonde appartiennent au flanc nord d'un synclinal dont le flanc sud a été traversé jusque vers

350 mètres au puits du Trieu et par les bouveaux sud des étages supérieurs du puits n° 2 de Mont-Sainte-Aldegonde.

Il est beaucoup plus difficile de dire si la faille de Masse s'enfonce vers le sud, au sud du sondage de Péronne, ou si elle subit un relèvement comparable à celui qui révèle, plus à l'est, le sondage de Vauselle, les résultats de sondage de Waudrez pouvant être interprétés de diverses façons. Dans sa première partie, l'auteur inclinait pour la première hypothèse; dans la seconde partie, il se montre plutôt favorable à la seconde hypothèse. Une étude plus approfondie le ramènera, dans la troisième partie, à sa première opinion.

Quoi qu'il en soit de cette question, la continuité du massif de Masse depuis l'ouest de la concession d'Anderlues jusqu'au méridien de Péronne est bien établie, et les travaux de recherche entre le méridien de Bray et de Maurage ne permettent pas de douter que, loin de se relever, la faille de Masse s'enfonce encore dans cette direction, et que c'est au massif de Masse qu'appartiennent les allures traversées par le sondage de Maurage et les allures supérieures du sondage de Bray. L'auteur suppose que la faille de Masse a été traversée par ce dernier sondage à 922 mètres, profondeur où la coupe publiée par les *Annales des Mines* renseigne des terrains dérangés, au-dessous desquels on a traversé des strates à inclinaisons variées et fortes qui se sont régularisées plus bas. Il faut observer toutefois qu'à l'ouest de Péronne, le passage de la faille devient fort difficile à déterminer en profondeur, à cause de l'allure convergente des couches du massif de Masse et du massif du Carabinier, allure qui fait diminuer de plus en plus la valeur du rejet *stratigraphique* (ou suivant l'expression de l'auteur *chronologique*) de la faille de Masse.

Une des parties les plus intéressantes du mémoire est celle où l'auteur étudie les *variations des allures du massif de Masse*.

Depuis la limite est de la concession de Ressaix, jusque vers le méridien de l'église de Ressaix et du sondage de Mahy-Faux,

les allures s'ennoient vers l'ouest; mais elles se relèvent si l'on continue à marcher vers l'ouest. Il se forme ainsi à Ressaix un fond de bassin, qui se manifeste encore par le fait que les voies de niveau des couches décrivent des courbes fermées. En même temps que les arêtes des plis se relèvent à l'ouest de Ressaix, on voit aussi se relever, dans le même sens, les failles plates de faible rejet qui découpent le massif (faille des Marie et faille de Branches).

A ce *bassin* secondaire *de Ressaix* succède un dôme qu'ont fait connaître les travaux les plus occidentaux des puits de Péronnes (Sainte-Marie, Saint-Albert, Sainte-Barbe.....), puits situés fort à l'est du village de Péronnes. Tout à fait à l'extrémité ouest de ces travaux commence à se manifester un ennoyage en sens contraire, qui s'accentue plus loin et donnera naissance à un bassin plus profond que celui de Péronnes. Ce bassin que nous avons rencontré, déjà bien caractérisé au méridien du sondage de Péronnes et du puits du Quesnoy, s'approfondit considérablement vers l'ouest. M. Stainier lui donne le nom de *bassin de Maurage*. Les renseignements qu'il nous donne sur ce bassin sont du plus haut intérêt.

En premier lieu, les coupes transversales de ce bassin, tracées par l'auteur au moyen de toutes les données fournies par l'observation, montrent la plus grande analogie avec la coupe classique du bassin de Fléau : une série de dressants renversés, entrecoupés de « fausses plateures », se relie par un crochon de pied principal à des plateures faiblement inclinées au nord, formant le « comble midi » du bassin; puis les couches décrivent au fond du bassin une large coupe qui les amène à se relever doucement vers le nord, formant ainsi le « comble nord » du bassin. Cet ensemble est d'ailleurs recoupé par des failles horizontales paraissant avoir un faible rejet, tout à fait comparables aux plates-failles du Borinage. L'analogie est encore augmentée par le fait que le nord du bassin s'adosse à une zone failleuse.

En second lieu, l'examen de la direction des couches, telle qu'on peut la conclure de l'ensemble des observations, amène à reconnaitre que le bassin s'élargit lorsqu'on marche vers l'ouest tout au moins jusqu'au méridien de Maurage.

En troisième lieu, le bassin de Maurage s'est rapidement approfondi, et, à Maurage notamment, il contient une grande épaisseur de couches plus élevées que celles qui sont obtenues dans les autres gisements belges, à l'exception du bassin du Borinage. Ce fait est établi, non seulement par la richesse en matières volatiles s'élevant à 38 %, mais encore et surtout par la démonstration de l'existence de la couche Petit-Buisson du Borinage, sous 300 mètres de couches houillères, ce qui permet de conclure que les couches les plus élevées atteignent presque le niveau de la couche Brèse. D'autre part, le grand crochon de pied qui réunit les dressants aux plateures du comble du Midi est descendu à peu près, pour une même couche, de 500 à 638 mètres, entre les sondages de Trivières et de Bray.

Il n'est pas sans intérêt de rappeler comment l'auteur est arrivé à démontrer la présence de Petit-Buisson à Maurage. En débitant les carottes du sondage de Maurage avec M. Fourmarier, ces deux géologues constatèrent la présence de fossiles marins à une certaine distance au-dessus d'une veine recoupée, à 607 mètres sous l'ouverture du sondage. Immédiatement au-dessus de la veine, on trouvait des *Lingula mytiloïdes* avec végétaux hachés. M. Stainier venait d'apprendre que le P. G. Schmitz avait rencontré *Lingula mytiloïdes* au toit de la veine Petit-Buisson, au Levant du Flénu. Comparant ce qu'il savait au sujet des stampes situées au-dessus et au-dessous de cette veine dans le Borinage avec les matériaux du sondage de Maurage, il fut amené à conclure que la veine recoupée à 607 mètres est probablement identique à la veine Petit-Buisson du Borinage. C'est ce qu'il annonça dans une note signée de lui et de M. Fourmarier, qui fut présentée à la Société géologique de Belgique le 16 juillet 1911. Dans le but de vérifier son

hypothèse, il se livra ensuite à une étude stratigraphique détaillée des niveaux voisins de la couche Petit-Buisson, aux Produits du Flénu et au Levant de Flénu. Il y retrouva le niveau à fossiles marins de Maurage, au-dessus du toit à *Lingula*, et l'ensemble de ses observations lui permit d'établir avec certitude le bien-fondé de la synonymie supposée. (Cf. *Bull. Soc. belge de Géol.*, t. XXVI, p. 198 [22 oct. 1912] et p. 265 [19 nov. 1912].) Ajoutons qu'après la publication de la II[e] partie du mémoire que nous analysons, l'étude du sondage de Hyon et du bouveau sud de l'étage de 528 mètres du puits n° 3 de Maurage fournit à M. Stainier l'occasion de faire de nouvelles observations du plus haut intérêt au sujet de cet intéressant horizon. (*Bull. Soc. belge de Géol.*, t. XXVIII, p. v., p. 34. seq. et p. 114 seq., 17 février et 16 juin 1914.)

L'ensemble des faits laborieusement recueillis par M. Stainier sur le bassin de Maurage l'amena à formuler l'hypothèse que *le bassin de Maurage appartient aux mêmes allures que le bassin du Borinage; que, par conséquent, ce dernier appartient au massif de Masse et qu'il est refoulé par une faille plate de chevauchement, qui n'est autre que la faille de Masse.* Cependant l'extrême prudence qui caractérise l'auteur l'empêche encore d'affirmer cette conclusion comme absolument certaine, l'espace vierge d'observations suffisantes, qui sépare la région de Maurage de l'ouest de Mons, lui paraissant trop grand pour cela. Dans sa troisième partie, des observations nouvelles lui permettront d'être tout à fait affirmatif.

II. — *Massif et faille du Carabinier.*

Jusque vers le méridien de Ressaix, les plateures du sud, aussi bien que les dressants du nord de la voûte du Carabinier, ont été retrouvées sous la faille de Masse, avec les mêmes caractères et la même importance industrielle que sous la faille de Chamborgniau; mais on n'a atteint la faille du Carabinier

que plus au nord, sous les allures en plateure du bassin qui fait suite vers le nord à l'anticlinal du Carabinier.

Plus loin vers l'ouest, les sondages de Péronnes, de Trivières et de Bray ont atteint le massif du Carabinier, sous la faille de Masse; et il est possible que ce dernier ait traversé la faille du Carabinier vers 1,100 ou 1,400 mètres. Les dérangements constatés vers le fond des sondages de Trivières et de Péronnes pourraient aussi indiquer l'approche de cette faille. S'il en est ainsi, le massif du Carabinier tend à s'amincir entre les failles de Masse et du Carabinier à l'endroit de ces sondages. Nous avons dit déjà que l'auteur pense que, dans ces méridiens plus occidentaux, le massif du Carabinier a cessé d'affleurer au nord.

III. — *Massifs de Saint-Symphorien et d'Harmignies.*

C'est à M. Cornet que nous sommes redevables de la découverte du calcaire carbonifère de Saint-Symphorien et c'est lui également qui a établi qu'il faut voir dans le houiller inférieur d'Harmignies, aussi bien que dans le calcaire carbonifère de Saint-Symphorien, des lambeaux de refoulement, en tout comparables aux massifs de Landelies et de Boussu.

M. Stainier, ayant reconnu que le calcaire à crinoïdes du sondage d'Harmignies appartient à un niveau stratigraphique inférieur au poudingue houiller rencontré au fond du sondage, a confirmé l'âge houiller inférieur de ce lambeau et démontré que ses couches sont bien retournées, comme on le supposait déjà. D'autre part, un ensemble de faits relevés avec soin lui a permis d'établir que ces lambeaux sont séparés de l'affleurement de la faille du Midi sous les morts-terrains par une bande continue de houiller proprement dit : ce qui apporte une nouvelle confirmation à la théorie de M. Cornet.

A une date postérieure à la publication du mémoire que nous résumons, M. Stainier a fait connaître le résultat de l'étude qui lui a été confiée du calcaire carbonifère traversé par le sondage

de Saint-Symphorien. (*Bull. Soc. belge de Géol.*, t. XXVIII, pr. verb., p. 41, 17 février 1914). Ces observations sont du plus haut intérêt : mais en l'absence des fossiles, il nous serait difficile d'apprécier la valeur des conclusions que l'auteur ne formule d'ailleurs que sous les plus grandes réserves.

IV. — *Grande zone du Centre et du Borinage.*

Après avoir rappelé les caractères de la grande zone failleuse du Borinage, l'auteur fait remarquer qu'en gros, et malgré l'irrégularité des gisements, la teneur en matières volatiles y va en diminuant de haut en bas. Il en conclut que « les choses se passent comme si, dans un massif de couches très épais, une multitude de dérangements avaient, dans toute la hauteur du massif, supprimé, de distance en distance, plusieurs couches avec leurs terrains encaissants ». Il attire, en outre, l'attention sur le fait que la limite inférieure, au nord, de la zone failleuse est généralement très nette, des faisceaux à charbon plus maigre succédant brusquement au-dessus de la faille du Placard, qui constitue cette limite des charbons plus gras.

Cela dit, il fait observer que les zones failleuses, plus petites mais bien caractérisées, que l'on observe dans le district de Charleroi, sont dues invariablement au rapprochement des deux failles, rapprochement qui a déterminé le laminage et l'écrasement des faisceaux intermédiaires.

Les plus caractéristiques sont dus à la rencontre des failles plates du sud avec les failles plus inclinées du nord. Tel est notamment le cas pour la zone failleuse qui s'étend depuis Châtelineau jusqu'à Forchies, le long de la ligne où la faille de Chamborgniau et la faille de La Tombe viennent buter contre la faille du Carabinier. L'auteur attribue à une cause analogue la production de la zone failleuse du Borinage. A l'appui de cette conclusion, il fait observer que la faille du Carabinier se rapproche vers l'ouest de la faille du Centre; ce

qui, joint à l'avance vers le nord du massif de Masse qui finit par dépasser le massif du Carabinier, réduit à une faible épaisseur de couches, ne contenant plus qu'une seule veine de houille à 15 % de matières volatiles, le riche massif des Maîtresses Allures, qui, à Amercœur, a une puissance de 1,200 mètres.

L'auteur termine ce paragraphe en faisant remarquer que la grande zone failleuse peut être considérée comme constituée une fois que l'on a dépassé le cap des Estinnes, et que c'est là aussi que commence le bassin de Maurage avec des caractères si analogues à ceux du bassin du Borinage.

Après avoir dit un mot des lambeaux de poussée de Waudrez et d'Ansinelle et résumé ce que l'on connaissait alors de l'allure de la faille du Midi dans la région, l'auteur examine quelles sont les chances de trouver de nouveaux gisements de houille productifs dans la partie ouest du Hainaut.

TROISIÈME PARTIE.

Cette troisième partie, publiée comme nous l'avons dit déjà, plus d'un an après les deux premières, a principalement pour objet l'étude du raccordement entre la région précédemment étudiée et l'ouest de Mons, en mettant à profit les résultats des nouveaux travaux de recherche. Le nouveau puits de l'Héribus, les grands sondages d'Hyon et de Saint-Symphorien étudiés par l'auteur, ainsi que le sondage d'Estinnes-au-Val, dont l'étude, faite par MM. Cornet et Mathieu, a été publiée en 1913, jalonnent l'espace jusqu'ici inexploré qui sépare Havré, Maurage et Bray-de-Ghlin, Cuesmes et Ciply, tandis que le sondage de Sars-la-Bruyère a permis d'établir avec certitude la véritable tectonique du houiller du Borinage. L'auteur met aussi à profit le sondage d'Obourg.

Comme pour les parties précédentes, l'auteur divise son sujet d'après les divers massifs et les failles sur lequelles ils reposent.

I. — *Massif et faille de Masse.*

L'auteur commence par constater que le sondage de Sars-la-Bruyère (n° 39), en montrant que le massif auquel appartient le bassin classique du Borinage repose sur une grande faille de refoulement, dans des conditions tout à fait semblables à ce que l'on observe plus à l'est pour le massif et la faille de Masse, achève de mettre hors de doute la vérité de son hypothèse au sujet du prolongement de la faille de Masse dans le Borinage. L'étude de la région intermédiaire va d'ailleurs confirmer cette conclusion.

L'auteur cherche ensuite s'il est possible de déterminer le passage de la faille de Masse (qui a été recoupée à la profondeur de 940 mètres à Sars-la-Bruyère) dans les sondages de Hyon, de Saint-Symphorien et d'Estinnes-au-Val. Il commence par faire observer qu'en règle générale, il est d'autant plus facile de reconnaître le passage de la faille, qu'on se trouve dans une région plus méridionale : on ne doit donc pas s'attendre à voir les choses aussi clairement qu'à Sars-la-Bruyère.

Au sondage de Hyon (n° 33), l'auteur croit pouvoir fixer avec beaucoup de probabilité le passage de la faille de Masse vers la profondeur de 1,006 mètres.

Au grand sondage de Saint-Symphorien (n° 3), la détermination du passage de la faille est plus facile. On constate, en effet, à 1,190 mètres, une cassure, contre laquelle viennent buter les plateures régulières du massif supérieur appartenant manifestement au bassin de Flénu, et sous laquelle on n'a plus rencontré que des couches en dressants fortement renversés, jusque tout près de la fin du sondage.

Au sondage d'Estinnes-au-Val, étudié par MM. Cornet et Mathieu (1), M. Stainier pense que l'on n'a pas rencontré la faille de Masse, qui passerait, par conséquent, à une profon-

(1) Les deux sondages précédents ont été étudiés par M. Stainier lui-même.

deur supérieure à 1,000 mètres, à laquelle s'est arrêté le sondage.

En tout cas, il résulte clairement des données de ces sondages que la faille de Masse n'y passe pas plus haut que ne le suppose l'auteur : elle ne peut donc affleurer dans l'espace qui sépare Maurage et Bray de l'ouest de Mons.

M. Stainier examine ensuite directement la question du raccordement des allures du bassin de Maurage au bassin du Borinage. Par la comparaison entre les données du sondage d'Hyon et des exploitations du Levant du Flénu, il montre que ce sondage a traversé le « comble du Midi » du bassin du Borinage. Les plateures régulières avec charbons « flénus » recoupées par le grand sondage de Saint-Symphorien, situé à 2 kilomètres plus à l'est, ne peuvent appartenir qu'aux mêmes allures. Les allures en « comble nord » du sondage et du nouveau puits de Maurage, situées plus au nord et à 7 kilomètres à l'est, concordent trop bien avec les précédentes pour qu'on puisse mettre en doute la continuité du bassin.

L'examen composé des sondages de Bray et d'Estinnes-au-Val et des exploitations de Ciply, dans les allures et dressant renversés et le grand crochon de pied qui relie ces derniers aux « combles du Midi », permet d'établir pareille concordance. De cet ensemble de faits on peut conclure avec certitude que, comme M. Stainier l'avait supposé précédemment, le bassin de Maurage n'est autre chose que l'extrémité orientale du bassin du Borinage.

Il résulte également des faits exposés par l'auteur que l'ennoyage du bassin atteint un maximum entre le sondage d'Estinnes-au-Val et le méridien de Ciply et d'Hyon et il semble probable que ce maximum se rencontre dans un des méridiens passant par le lambeau de Saint-Symphorien.

Le relèvement des allures qui fait suite vers l'est à cet ennoyage atteint son maximum le long d'un axe transversal passant par la concession des Produits du Flénu et le sondage

de Sars-la-Bruyère. Puis vient un nouvel ennoyage qui s'accentue rapidement et atteint son maximum sous le massif de Boussu.

M. Stainier montre que les ennoyages et les relèvements de la faille de Masse coïncident avec les ennoyages et les relèvements du bassin.

Après avoir suivi le massif et la faille de Masse dans le sens longitudinal pour étudier les ennoyages, l'auteur les envisage en coupe tranversale, pour décrire l'allure générale de cette coupe et ses modifications de détail selon les différents méridiens.

Cette étude l'amène à formuler une suite de conclusions dont voici les principales :

1° Partout, à l'ouest du « cap des Estinnes », la coupe générale du bassin se dévoloppe suivant le type classique bien connu du Borinage.

2° Les dressants sont cependant plus renversés dans la coupe d'Hyon que dans celle du Borinage et, par là, rappellent plutôt ceux du centre sud.

3° Le massif de Masse est découpé en tranches, par des failles horizontales tout à fait analogues à celles du Borinage; peut-être même pourrait-on les identifier, mais ce raccordement ne pourrait être encore qu'hypothétique dans l'état actuel de nos connaissances.

4° Lorsqu'on s'approche du cap des Estinnes, les allures des niveaux supérieurs deviennent de plus en plus tourmentées; il est probable que le rejet des plates-failles augmente également. Ces faits s'expliquent par des phénomènes d'entraînement occasionnés sur les masses sous-jacentes par le refoulement du grand massif du Midi, qui s'est creusé dans la région du « cap des Estinnes » un véritable chenal dans le houiller. Une influence analogue semble avoir été exercée par le massif de Saint-Symphorien; les deux influences peuvent d'ailleurs se superposer.

Enfin l'auteur reprend, à la lumière des données nouvelles,

la question qu'il avait traitée à la fin de la seconde partie, de l'existence d'un bassin exploitable dans le sud du massif de Masse. Une coupe transversale, passant par le sondage d'Eugies (n° 2) et le sondage de Sars-la-Bruyère (n° 39), montre qu'au sud des dressants du sud du bassin du Borinage se dessine une large voûte de houiller inférieur, dans le noyau duquel a pénétré le sondage d'Eugies, ce qui explique l'insuccès de la partie supérieure de ce sondage, l'insuccès de la partie inférieure devant être attribué au fait que le noyau de l'anticlinal du Carabinier s'est localement placé au-dessous du noyau de l'anticlinal sud du massif de Masse, que l'auteur nomme « voûte d'Eugies ». Le sondage de Sars-la-Bruyère, situé plus au sud, a pénétré sous la faille du Midi, dans des plateures du flanc sud de l'anticlinal d'Eugies, appartenant au faisceau inférieur du houiller productif. Ces couches sont un peu plissées au voisinage de la faille du Midi; mais elles se régularisent bientôt et le sondage traverse la série descendante jusqu'au-dessous du poudingue houiller. Puis on arrive à la faille de Masse, au-dessous de laquelle on atteint un faisceau de couches grasses en plateure, situées au sud de l'anticlinal du Carabinier. Grâce donc au relèvement de la faille de Masse dans ce méridien, le bassin situé au sud de la faille du Carabinier, correspondant au « nouveau bassin » de l'est de Charleroi et du Centre sud, sera exploitable dans la région de Sars-la-Bruyère, tandis que le bassin sud du massif de Masse semble ne pas devoir donner de résultats bien fructueux.

II. — *Grande zone failleuse du Borinage et du Centre.*

Le sondage de Hyon montre que la « grande zone failleuse » ne s'étend pas partout en profondeur avec les caractères qui lui lui ont valu son nom. Au sein des deux cents premiers mètres traversés sous la faille de Masse, on a bien rencontré quelques cassures, mais les massifs intermédiaires semblaient réguliers.

III. — *Massif et faille du Carabinier.*

Nous avons vu que ce massif a été rencontré aux sondages d'Eugies et de Sars-la-Bruyère et nous avons dit dans quelles circonstances favorables pour ce dernier cas. L'auteur considère, avec doute cependant, comme représentant la faille du Carabinier un dérangement rencontré entre 1,134 et 1,184 mètres au sondage de Hyon : au-dessous de ce dérangement, il y a une remonte de 22 à 24 % de teneur en matières volatiles. Les couches en dressant rencontrées au grand sondage de Saint-Symphorien, sous la faille de Masse, doivent appartenir aussi au massif du Carabinier, mais pas plus qu'à Sars-la-Bruyère et qu'à Eugies, on n'y a atteint la faille du Carabinier.

IV. — *Massif et faille du Placard.*

Les nouveaux travaux envisagés dans cette étude n'ont donné aucun renseignement sur la faille du Placard. La succession des couches au-dessous de l'accident du sondage de Hyon, que l'auteur attribue à la faille du Carabinier, s'est faite sans que se présentât la remonte considérable en matières volatiles qui caractérise la faille de Placard.

V. — *Faille et massif du Midi.*

Les sondages les plus récents montrent clairement que la faille du Midi forme un anticlinal transversal sous le sondage de Sars-la-Bruyère (n° 39), ce qui confirme l'existence d'un axe de relèvement transversal selon la méridienne du « dôme des Produits ».

En résume, le mémoire de M. Stainier, intitulé *Structure du bord sud des bassins de Charleroi et du Centre, d'après les récentes recherches*, résultat de longs et laborieux travaux de l'auteur, jette un si grand jour sur la tectonique du bassin houiller du Hainaut, tant par les faits qu'il décrit que par les conclusions théoriques qu'il établit solidement sur les faits, qu'il

mérite incontestablement d'être classé parmi les meilleurs travaux publiés au cours du décennat. (Rapporteur : M. H. de Dorlodot.)

M. Jacques Moreau a publié un intéressant mémoire sur *Le minerai de fer oolithique d'Halansy et de Musson* (1).

L'auteur s'est proposé d'étudier, dans son prolongement septentrional extrême en territoire belge, le gisement de minerai de fer oolithique d'Halanzy.

Après une description stratigraphique de la « formation ferrugineuse », dont l'épaisseur totale est très réduite dans cette zone, l'étude comprend comme partie essentielle la description microscopique des caractères lithologiques du minerai et des lits stériles encaissants.

A tous les niveaux on observe des oolithes limoniteuses noyées dans un ciment calcareux ou argileux renfermant des grains de quartz et de très nombreux débris d'organismes (échinodermes, bryozoaires, spongiaires, foraminifères, débris de coquilles, etc.) ; les parties exploitées diffèrent du reste par l'abondance des oolithes. L'examen microchimique révèle l'existence chez toutes les oolithes d'un squelette siliceux généralement à texture zonaire vers la périphérie et d'aspect nuageux vers le centre. De plus, le plus grand nombre des oolithes montrent nettement en leur centre soit un petit grain de quartz, soit un débris d'organisme.

L'auteur discute ensuite les différentes hypothèses émises sur l'origine du gisement. Il considère comme la plus probable l'hypothèse de Benecke. (Rapporteur : M. H. de Dorlodot.)

L'attention du jury des sciences minéralogiques, qui a siégé en 1907, a déjà été attirée par le regretté M. Mourlon sur l'ouvrage alors en cours de publication de M. Ernest van den Broeck : *Les cavernes et rivières souterraines de Belgique*, publié avec la collaboration de MM. Martel et Rahir, mais les collègues

(1) *Annales de la Société géologique de Belgique*, t. XXXIX, Mém. 1912.

de M. van den Broeck reconnaissent qu'il en est le principal auteur surtout au point de vue scientifique.

Cette importante contribution à la connaissance approfondie du sous-sol belge ne se borne pas à être descriptive.

M. E. van den Broeck, doué d'un remarquable don d'observation, dans ses explorations méthodiques, a en vue le grand problème de l'alimentation du pays en eau potable.

Dans l'abondante étude du bassin de Dinant, à laquelle il s'est borné, vu le développement que prenait son travail, il confirme la proscription au point de vue alimentaire des eaux issues des calcaires dévoniens.

Par contre, il présente une thèse scientifique très nouvelle en exposant que les calcaires crinoïdiques tournaisiens, par la dissolution même du calcaire, laissent un résidu insoluble très fin, qui colmate les fissures et diaclases et constitue un puissant moyen de filtration, assurant des eaux alimentaires excellentes.

Cette découverte constitue un fait intéressant parmi les applications de la géologie qui mérite d'être retenu. (Rapporteur : baron L. Greindl.)

Tout en reconnaissant l'importance des travaux de M. G. Velge sur nos terrains récents, le jury regrette que la plupart de ces travaux ne rentrent pas dans la période 1907-1916.

Le jury, après cet examen, a retenu spécialement le travail de M. Asselbergs : *Le Dévonien inférieur du bassin de l'Eifel et de l'anticlinal de Givonne;* le travail de M. Cornet sur *la tectonique et la morphologie du Katanga ;* le travail de M. Fourmarier sur *la tectonique de l'Ardenne* et l'ensemble des travaux de M. Stainier sur *le houiller*. Ces divers travaux ont été jugés devoir être pris en haute considération avant qu'il fût émis de vote.

Le Secrétaire, ERCULISSE.

Le Président, L. GREINDL.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Interprétation physique de la relativité générale,**

par TH. DE DONDER, membre de l'Académie.

Nous nous proposons de montrer que la relativité générale, y compris la relativité restreinte, peut s'interpréter physiquement sans faire appel à l'espace à quatre dimensions.

VIDE D'EINSTEIN. — Pour atteindre ce but, nous considérons *un spectateur ultra-subtil* S, qui sera dit d'*Einstein :* quand ce spectateur étudiera les phénomènes physiques, il tiendra compte *explicitement*, non seulement des masses pondérables et des électrons, mais aussi *des ultra-électrons* (*). Ces particules massiques, ces électrons et ces ultra-électrons se mouvront dans *le vide d'Einstein.* Ce vide sera *euclidien :* son élément géométrique $\delta\sigma$ sera donc donné, en coordonnées rectangulaires, par la relation de Pythagore :

$$(\delta\sigma)^2 \equiv (\delta x)^2 + (\delta y)^2 + (\delta z)^2. \qquad (1)$$

La vitesse c *de la lumière*, mesurée par S est *constante*, par hypothèse, en tous les points et dans toutes les directions; soit $d\sigma$ l'espace parcouru, par la lumière, pendant le laps de temps dt, mesuré aussi par le même spectateur S.

(*) TH. DE DONDER, *Quelques réflexions sur la matière.* [BULL. ACAD. ROY. DE BELGIQUE (Classe des sciences), 16 décembre 1920.]

On aura

$$\frac{d\sigma}{dt} = c \tag{2}$$

ou

$$-(d\sigma)^2 + c^2(dt)^2 = 0, \tag{3}$$

ou encore

$$-(dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 + c^2(dt)^2 = 0. \tag{3'}$$

Écrivons la forme quadratique

$$-(\delta x)^2 - (\delta y)^2 - (\delta z)^2 + c^2(\delta t)^2 \tag{4}$$

ou

$$-(\delta\sigma)^2 + c^2(\delta t)^2; \tag{4}$$

ce sont les premiers membres des équations (3') et (3) dans lesquels on a remplacé les dx, dy, dz, dt par des différentielles quelconques δx, δy, δz, δt.

Vide de Lorentz. — Considérons maintenant un spectateur subtil $\bar{S}$, qui sera dit *de Lorentz :* quand ce spectateur étudiera les phénomènes physiques, il tiendra compte *explicitement* des masses pondérables et des électrons. Il lui est impossible de discerner un à un les ultra-électrons; il en tiendra compte *implicitement* ou d'une manière *statistique*, en généralisant la relation (4) de la manière suivante :

$$\sum_{\alpha}\sum_{\beta} g_{\alpha\beta}\delta x_\alpha \delta x_\beta, \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4). \tag{5}$$

où

$$x_1 \equiv x,$$
$$x_2 \equiv y,$$
$$x_3 \equiv z,$$
$$x_4 \equiv t.$$

Les symboles x, y, z, t conservent ici *la même signification* que dans (4).

Enfin, les symboles $g_{\alpha\beta}$ représentent 10 fonctions de x_1, x_2, x_3, x_4 qui permettent de *généraliser* la forme quadratique qui figure au premier membre de (4).

Les masses pondérables et les électrons, considérés par le spectateur $\bar{S}$ de Lorentz, se meuvent dans *le vide de Lorentz*. Le vide de Lorentz comprend donc le vide d'Einstein, *plus les ultra-électrons*.

Domaine spatial infiniment petit. — Si, dans la forme quadratique (5), nous voulons séparer les différentielles δx_1, δx_2, δx_3, relatives aux variables *spatiales*, de la différentielle δx_4 relative au *temps*, nous devons écrire l'expression (5) comme suit :

$$\left[\sum_i \sum_j g_{ij}\delta x_i \delta x_j - \frac{\left(\sum_i g_{i4}\delta x_i\right)^2}{g_{44}}\right] + \frac{\left(\sum_\alpha g_{\alpha 4}\delta x_\alpha\right)^2}{g_{44}}. \quad \begin{matrix} i,j = 1,2,3. \\ \alpha = 1,2,3,4. \end{matrix} \quad (5')$$

L'élément *spatial* $\delta\bar{\sigma}$ utilisé par le spectateur $\bar{S}$ de Lorentz sera donc défini par

$$(\delta\bar{\sigma})^2 \equiv -\left[\sum_i \sum_j g_{ij}\delta x_i \delta x_j - \frac{\left(\sum_i g_{i4}\delta x_i\right)^2}{g_{44}}\right]. \quad i,j = 1,2,3. \quad (6)$$

Le changement de signe se justifie par l'analogie de (5') avec (4). L'élément temporel $\delta\bar{t}$ utilisé par le spectateur $\bar{S}$ de Lorentz sera donné, en vertu de (5') et par analogie avec (4), par

$$c^2(\delta\bar{t})^2 \equiv \frac{\left(\sum_\alpha g_{\alpha 4}\delta x_\alpha\right)^2}{g_{44}}. \quad \alpha = 1,2,3,4. \quad (7)$$

Donc la forme quadratique (5) ou (5') devient

$$-(\delta\bar{\sigma})^2 + c^2(\delta\bar{t})^2. \quad (8)$$

En résumé, les nombres x_1, x_2, x_3, x_4 sont obtenus par les mesures effectuées par le spectateur S d'Einstein, tandis que les

nombres $\bar{\sigma}$ et $\bar{t}$ sont obtenus et utilisés par le spectateur $\bar{S}$ de Lorentz. Il s'agit de trouver *la manière de passer des premiers aux seconds*, et *réciproquement*.

Montrons d'abord que cette correspondance *ne* peut être fournie, en général, que dans un domaine *spatial* infiniment petit.

En effet, considérons, avec le spectateur S d'Einstein, une ligne *fermée* ACA' (donc A' ≡ A), *au même instant* t ; tout le long de cette ligne, on aura

$$\delta t = 0. \tag{9}$$

Alors, en vertu de (7), on trouve

$$\overline{t_{A'}} - \overline{t_A} = \frac{1}{c} \int_{ACA'} \frac{\sum_i g_{i4} \delta x_i}{\sqrt{g_{44}}}. \qquad i = 1, 2, 3. \tag{10}$$

En général, l'expression différentielle qui figure sous le signe d'intégration (10) n'est pas une différentielle *totale* d'une fonction des trois variables indépendantes x_1, x_2, x_3 ; donc, la différence $\bar{t}_{A'} - \bar{t}_A$ prendra une infinité de valeurs différentes, si l'on considère respectivement une infinité de courbes fermées différentes.

Donc, en ce même point A, on trouverait une infinité de valeurs $\bar{t}$ correspondant à l'unique valeur t obtenue par S. Cette absurdité disparaît, si l'on suppose que le domaine spatial étudié par $\bar{S}$ est *infiniment petit* : on négligera les infiniment petits d'ordres supérieurs.

Étalons de temps de S et de $\bar{S}$. — Supposons que le spectateur S d'Einstein considère *un point déterminé* A, pendant un laps de temps δt ; nous aurons donc

$$\delta x = \delta y = \delta z = 0. \tag{11}$$

Remarquons que le spectateur $\bar{S}$ considérera aussi *un même*

point; cela résulte de l'expression (6). Les spectateurs S et $\bar{S}$ sont donc immobiles l'un par rapport à l'autre; ils représentent deux modes d'investigation différents : un mode ultra-subtil et un mode subtil.

En vertu de (7), on aura

$$\delta\bar{t} = \frac{\sqrt{g_{44}}}{c}\,\delta t. \tag{12}$$

Pour qu'on ait

$$\delta\bar{t} < \delta t, \tag{13}$$

il faut et il suffit qu'on ait

$$\sqrt{g_{44}} < c; \tag{14}$$

s'il en est ainsi, *le spectateur* S *d'Einstein* dira que l'horloge utilisée par le spectateur $\bar{S}$ de Lorentz marche *plus lentement* que la sienne, immobile aussi en A.

Pour la mesure d'un laps de temps fini Δt obtenue par S, on aura la mesure correspondante $\Delta\bar{t}$ obtenue par $\bar{S}$, à savoir

$$\Delta\bar{t} = \frac{1}{c}\int_{\Delta t}\sqrt{g_{44}}\,\delta t. \tag{15}$$

Cette intégrale a une valeur *déterminée*, puisque x, y, z sont fixes. Ainsi est établie *la correspondance* entre le temps t utilisé par S, et le temps $\bar{t}$ utilisé par $\bar{S}$.

Simultanéité. — *En un même point* A, à la simultanéité pour S, correspond la simultanéité pour $\bar{S}$. En effet, grâce à (12), on voit immédiatement que

$$\delta t = 0$$

entraîne

$$\delta\bar{t} = 0,$$

et réciproquement.

En des points A *et* B *différents* (infiniment voisins), il n'en sera plus ainsi. A la simultanéité pour S correspond la non-simultanéité pour $\bar{S}$. En effet, grâce à (7), on aura, en vertu de $\delta t = 0$,

$$\delta\bar{t} = \frac{\sum_i g_{i4}\delta x_i}{c\sqrt{g_{44}}}. \qquad i = 1, 2, 3. \tag{16}$$

Réciproquement, à la simultanéité pour $\bar{S}$, c'est-à-dire à $\delta\bar{t} = 0$, correspond la non-simultanéité pour S. On aura

$$\delta t = \frac{-\sum_i g_{i4}\delta x_i}{g_{44}}. \qquad i = 1, 2, 3. \tag{17}$$

Cette relation peut aussi s'écrire

$$\sum_\alpha g_{\alpha 4}\delta x_\alpha = 0. \qquad \alpha = 1, 2, 3, 4. \tag{17'}$$

Étalons de longueur de S et de $\bar{S}$. — L'élément géométrique utilisé par $\bar{S}$ vaut $\delta\bar{\sigma}$, dont la valeur explicite est donnée par (6). Écrivons d'une manière plus brève :

$$(\delta\bar{\sigma})^2 \equiv \sum_i \sum_j c_{ij}\delta x_i \delta x_j, \qquad i, j = 1, 2, 3 \tag{18}$$

en posant

$$c_{ij} \equiv -g_{ij} + \frac{g_{i4}g_{j4}}{g_{44}}. \qquad i, j = 1, 2, 3. \tag{19}$$

Les c_{ij} sont, dans le domaine spatial infiniment petit de $\bar{S}$, et pendant la durée $\delta\bar{t}$, des *constantes* (à des infiniment petits près, négligeables ici).

La forme quadratique est, par hypothèse, une forme *définie positive ;* on aura donc les *conditions :*

$$c_{44} > 0, \qquad \begin{vmatrix} c_{ii} & c_{ij} \\ c_{ji} & c_{jj} \end{vmatrix} > 0 \qquad \text{et} \qquad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} > 0. \tag{19'}$$

Autour d'un point A, *fixe* par rapport à S et $\bar{\mathrm{S}}$, considérons le domaine spatial infiniment petit $\bar{\mathrm{D}}$; dans ce domaine $\bar{\mathrm{D}}$, traçons le trièdre trirectangle euclidien (A ; x, y, z) utilisé par le spectateur S d'Einstein. Choisissons un nouveau trièdre euclidien (A ; x', y', z'), de manière que la forme quadratique (18) puisse s'écrire

$$(\delta\bar{\sigma})^2 \equiv s_1(\delta x')^2 + s_2(\delta y')^2 + s_3(\delta z')^2; \tag{20}$$

on sait que s_1, s_2, s_3 sont les trois racines de l'équation en s :

$$\begin{vmatrix} c_{11} - s & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} - s & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} - s \end{vmatrix} = 0. \tag{21}$$

Le passage des coordonnées rectangulaires (x, y, z) aux nouvelles coordonnées rectangulaires (x', y', z') se fera par une transformation orthogonale bien déterminée :

$$x_i = \sum_j \mathrm{A}_{ij} x'_j, \qquad i, j = 1, 2, 3 \tag{22}$$

où A_{i1}, A_{i2}, A_{i3} sont les cosinus directeurs des axes x'_1, x'_2, x'_3 par rapport à l'axe x_i.

Les spectateurs S et $\bar{\mathrm{S}}$ peuvent tous les deux utiliser le nouveau trièdre fixe (A ; x', y', z'). On a vu que l'élément géométrique de $\bar{\mathrm{S}}$ sera donné par l'expression (**20**), ou encore par

$$(\delta\bar{\sigma})^2 \equiv \left[\delta\left(x'\sqrt{s_1}\right)\right]^2 + \left[\delta\left(y'\sqrt{s_2}\right)\right]^2 + \left[\delta\left(z'\sqrt{s_3}\right)\right]^2. \tag{23}$$

Posons

$$\left.\begin{aligned} x'\sqrt{s_1} &\equiv \bar{x} \\ y'\sqrt{s_2} &\equiv \bar{y} \\ z'\sqrt{s_3} &\equiv \bar{z} \end{aligned}\right\}. \tag{24}$$

Alors, on aura

$$(\delta\sigma)^2 \equiv (\delta\bar{x})^2 + (\delta y)^2 + (\delta\bar{z})^2. \tag{25}$$

L'élément géométrique de S sera, en vertu de (1) et de (22),

$$(\delta\sigma)^2 \equiv (\delta x')^2 + (\delta y')^2 + (\delta z')^2. \tag{26}$$

Pour fixer les idées, considérons, à partir de A, un vecteur infiniment petit AB pris sur l'axe x'. Le spectateur S trouvera le nombre $\delta x'$, tandis que le spectateur $\bar{S}$, à cause de (24) et de (25), trouvera le nombre $\delta\bar{x}$. En vertu de (24), le spectateur S d'Einstein dira *que l'étalon utilisé par le spectateur* $\bar{S}$ *de Lorentz est* $\sqrt{s_1}$ *fois plus petit que le sien.* Il expliquera cette contraction subie par l'étalon de longueur de $\bar{S}$ en invoquant l'action des ultra-électrons extrêmement nombreux dans l'étalon de $\bar{S}$.

Si le spectateur $\bar{S}$, dans son domaine $\bar{D}$, considère *une sphère* de rayon $\bar{r}$ et de centre A, il écrira l'équation numérique

$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2 = \bar{r}^2. \tag{27}$$

Traduisons cette équation dans le langage de S, au moyen de la transformation (24) ; on aura

$$s_1 x'^2 + s_2 y'^2 + s_3 z'^2 = \bar{r}^2. \tag{28}$$

Le spectateur S dira qu'il observe *un ellipsoïde* dont les demi-axes valent respectivement

$$\frac{\bar{r}}{\sqrt{s_1}}, \quad \frac{\bar{r}}{\sqrt{s_2}}, \quad \frac{\bar{r}}{\sqrt{s_3}}.$$

Remarquons enfin que la direction des axes de symétrie de l'ellipsoïde (28) provient *de la polarisation des ultra-électrons* (*).

Postulat fondamental de la relativité générale. — Ce postulat s'énonce comme suit : *La vitesse de la lumière obtenue par tout spectateur* $\bar{S}$ *de Lorentz est la même que la vitesse de la lumière obtenue par le spectateur ultra-subtil* S *d'Einstein.*

(*) Dans une seconde communication, nous étudierons le passage du spectateur S au spectateur $\bar{S}$ *en mouvement* par rapport au premier.

Il résulte de ce postulat que

$$c \equiv \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{t}}.$$

où $d\bar{\sigma}$ est la mesure de l'espace parcouru par la lumière pendant le laps de temps $d\bar{t}$; ces nombres ont été obtenus par $\bar{S}$.

On en déduit que la forme quadratique (5) ou (8) s'*annule* quand il s'agit de la propagation de la lumière dans le domaine $\bar{D}$ de $\bar{S}$.

Si l'on admet que cette forme quadratique (5) ou (8) *ne* peut devenir négative, il en résultera que c est le maximum de toutes les vitesses réalisables dans le domaine $\bar{D}$ du spectateur $\bar{S}$ de Lorentz.

Relativité restreinte. — Considérons deux spectateurs $\bar{S}_1$ et $\bar{S}_2$ de Lorentz, en *translation uniforme* l'un par rapport à l'autre. Les ultra-électrons seront animés, par rapport à ces deux spectateurs, de *vitesses différentes*, dans le sens de la translation. La relativité restreinte étudie la *différence* entre les phénomènes observés respectivement par $\bar{S}_1$ et $\bar{S}_2$, différence due à cette différence de vitesse des ultra-électrons.

Le spectateur $\bar{S}_1$ emploiera, dans un domaine spatial *illimité*, l'espace euclidien défini, en coordonnées rectangulaires $\bar{x}_1$, $\bar{y}_1$, $\bar{z}_1$, par (25), à savoir

$$(\delta\bar{\sigma}_1)^2 \equiv (\delta\bar{x}_1)^2 + (\delta\bar{y}_1)^2 + (\delta\bar{z}_1)^2. \tag{29}$$

Ce domaine spatial est *illimité*, parce qu'on admet *implicitement*, en relativité restreinte, que le spectateur ultra-subtil S_1 verra, partout, les ultra-électrons répartis d'une manière *uniforme*.

Le temps $\bar{t}_1$ est défini par la vitesse constante c de la lumière. Remarquons que l'on suppose implicitement que le champ des ultra-électrons, observé par chaque spectateur ultra-subtil S_1 ou S_2, est *stationnaire*.

En vertu de (8) et de (29), le spectateur $\overline{S_1}$ utilisera, dans un domaine spatial quelconque et pour une durée *quelconque*, la forme quadratique

$$-(\delta\bar{x}_1)^2-(\delta\bar{y}_1)^2-(\delta\bar{z}_1)^2+c^2(\delta\bar{t}_1)^2. \tag{30}$$

De même, pour un domaine spatial et une durée *quelconques*, l'autre spectateur $\overline{S_2}$ de Lorentz utilisera la forme quadratique

$$-(\delta\bar{x}_2)^2-(\delta\bar{y}_2)^2-(\delta\bar{z}_2)^2+c^2(\delta\bar{t}_2)^2. \tag{31}$$

Le passage de la forme (30) à la forme (31), ou réciproquement, s'effectuera par la *transformation de Lorentz* :

$$\left\{\begin{array}{l}\bar{x}_1=\beta(\bar{x}_2+v\bar{t}_2)\\ \bar{y}_1=\bar{y}_2\\ \bar{z}_1=\bar{z}_2\\ \bar{t}_1=\beta\left(\bar{t}_2+\dfrac{v}{c^2}\bar{x}_2\right)\end{array}\right. \quad \text{ou} \quad \left\{\begin{array}{l}\bar{x}_2=\beta(\bar{x}_1-v\bar{t}_1)\\ \bar{y}_2=\bar{y}_1\\ \bar{z}_2=\bar{z}_1\\ \bar{t}_2=\beta\left(\bar{t}_1-\dfrac{v}{c^2}\bar{x}_1\right)\end{array}\right. \tag{32}$$

$$\beta\equiv\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}},$$

où v indique la vitesse *constante de translation* du spectateur $\overline{S_2}$ par rapport au spectateur $\overline{S_1}$.

La simultanéité, pour $\overline{S_1}$, en deux points A et B, est donnée par la condition

$$\delta\bar{t}_1=0;$$

d'où, en vertu de (32),

$$\delta\bar{x}_2=\beta\delta\bar{x}_1. \tag{33}$$

Si l'on suppose les points A et B immobiles par rapport à $\overline{S_2}$, l'expression (33) fournit la *contraction de Lorentz*.

Le spectateur $\overline{S_2}$ considère un seul point A immobile pendant $\delta\bar{t}_2$; donc

$$\delta\bar{x}_2=\delta\bar{y}_2=\delta\bar{z}_2\equiv 0.$$

En vertu de (32), on aura

$$\delta \bar{t}_2 = \frac{1}{\beta} \delta \bar{t}_1. \tag{34}$$

Cette relation fournit immédiatement la *dilatation d'Einstein*.

Spectateur macroscopique. — Nous entendons par spectateur *macroscopique* $\bar{\bar{S}}$ l'expérimentateur ordinaire, qui étudie les phénomènes au moyen de masses, de courants *continus* électriques, de diélectriques polarisés, d'aimants permanents ou non, etc. Or, le passage au spectateur macroscopique $\bar{\bar{S}}$ se fait par l'introduction de fonctions appelées intensité de courant, pouvoir diélectrique, conductibilité électrique, perméabilité magnétique, *sans modifier la géométrie* et en conservant pour la mesure du temps *la vitesse constante* c de la lumière dans le vide de Lorentz. Donc le spectateur $\bar{\bar{S}}$ ou l'expérimenteur ordinaire emploiera dans un domaine $\bar{\bar{D}}$ la géométrie d'Euclide (25) et la vitesse constante c de la lumière.

Remarquons que le *domaine* $\bar{\bar{D}}$ *de* $\bar{\bar{S}}$ *doit être contenu* dans le domaine $\bar{D}$ de $\bar{S}$ et que celui-ci est contenu dans le domaine D étudié par le spectateur ultra-subtil S.

La *grandeur* de ces domaines dépend évidemment du degré de précision des expériences et du degré d'hétérogénéité du champ étudié. Remarquons aussi que le champ $\bar{\bar{D}}$ doit être suffisamment *grand* pour que la loi des grands nombres soit applicable aux *électrons;* de même, $\bar{D}$ doit être suffisamment grand pour que la loi des grands nombres soit applicable aux ultra-électrons.

La même remarque s'applique aux laps de temps pendant lesquels se font les observations.

On pourra aussi passer *directement* du spectateur ultrasubtil S au spectateur macroscopique $\bar{\bar{S}}$; c'est ce que nous avons fait

déjà dans notre *Gravifique einsteinienne* (*), à propos du champ massique et du champ électromagnétique.

Les considérations précédentes pourraient, dans l'étude du champ de Schwarzschild, se rattacher aisément à celles émises, récemment, par M. Painlevé, dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris* (séances du 14 novembre 1921 et du 1er mai 1922).

MÉCANIQUE. — **L'équilibre de rotation des voûtes.**

par A. MERTEN (1),
Professeur à l'Université de Gand.

La théorie qui sera exposée s'appuie sur les deux propositions suivantes :

1. « Pour que le travail d'un ensemble de vecteurs de moment nul (à chaque instant et autour de tout point) soit égal à zéro, il suffit que la figure formée par les points origines des vecteurs se meuve comme une figure indéformable. »

La démonstration peut se faire en considérant une rotation et une translation, ou bien en décomposant chaque vecteur suivant les alignements qui joignent son origine P à trois points A, B, C, se mouvant invariablement avec la figure formée par les origines du vecteur (2); en faisant glisser ces vecteurs composants de façon à amener leurs origines aux trois points en question et en composant, en chacun de ces points, les vecteurs correspondants, on obtient trois vecteurs coplanaires qu'on peut encore transformer en deux vecteurs égaux et opposés ayant pour origines deux des points A, B, C. Le travail n'est pas changé par ces opérations, et il est évidemment nul.

(*) Chez Gauthier-Villars, Paris, ou *Annales de l'Observatoire royal de Belgique* (1921 et 1922). Voir spécialement le § 36 et la note 11.

(1) Présenté par M. de la Vallée Poussin.

(2) Les points P et A, B, C n'étant pas coplanaires.

2. « Dans le cas où la figure formée par les points-origines d'un ensemble de vecteurs de moment nul se déforme, le travail est indépendant du système de référence. »

Cette proposition est un corollaire de la première. Le mouvement des points-origines des vecteurs par rapport à un premier système se compose du mouvement de ces points par rapport à un second système et du mouvement, par rapport au premier, de l'ensemble supposé fixe par rapport au second; dans ce second mouvement le travail est nul, d'après la première proposition.

Systèmes à joints plans. — Définition.

Nous appellerons « système à joints plans » tout ensemble de solides indéformables (voussoirs) s'appuyant les uns contre les autres de telle façon que deux voussoirs contigus aient leurs points de contact initiaux dans des plans appelés joints: aux divers points de contact situés dans un joint, les normales intérieures à un même voussoir ont, par hypothèse, même direction et même sens.

Les seuls mouvements que nous étudierons sont ceux désignés sous le nom d' « écroulements par rotations » : dans ce genre de mouvements deux voussoirs contigus quelconques restent en contact en un ou plusieurs points, en tournant l'un par rapport à l'autre autour d'un axe de rotation contenu dans le joint. Si l'on trace, dans le joint, le contour convexe minimum renfermant les divers points de contact initiaux des deux voussoirs, on obtient l'enveloppe des positions possibles de cet axe de rotation; pour abréger nous appellerons cette courbe « enveloppe du joint ».

Conditions nécessaires d'équilibre du système.

Si le système est en équilibre, les actions mutuelles des voussoirs remplissent certaines conditions. Les résultantes

des attractions exercées sur un voussoir par les particules appartenant à un autre voussoir sont négligeables; l'action d'un voussoir A sur un voussoir B se réduit par hypothèse aux résultantes des répulsions exercées par les particules de A voisines du joint sur les particules de B voisines du joint. Ces résultantes sont équivalentes à une résultante normale au joint et à une résultante dans le plan du joint. La résultante normale vérifiera les conditions suivantes :

1° Elle aura le sens de la normale au joint dirigée de A vers B;

2° Son alignement percera le plan de joint en un point intérieur à l'enveloppe du joint définie plus haut.

Théorème. — *S'il existe un système de poussées mutuelles et de poussées sur les appuis fixes compatible avec l'équilibre, l'écroulement par rotations est impossible.*

En d'autres termes, on suppose qu'il soit possible de trouver un ensemble de poussées fictives telles que chaque voussoir serait en équilibre sous l'action des forces extérieures qui le sollicitent et des poussées fictives qui solliciteraient ce voussoir; ces poussées comprennent, pour chaque joint, une poussée normale et une poussée dans le plan du joint, ainsi que leurs opposées : les poussées normales sont dirigées vers l'intérieur du voussoir, et leur alignement passe à l'intérieur de la courbe appelée plus haut « enveloppe du joint ». Si un ensemble de poussées vérifiant ces conditions peut être déterminé, l'écroulement par rotations défini plus haut est impossible : tel est le théorème à démontrer.

Nous établirons d'abord que dans un mouvement virtuel consistant en un pareil écroulement, le travail de toutes les poussées fictives, appliquées, par hypothèse, en des points déterminés des voussoirs qu'elles sollicitent, est positif; en effet, groupons toutes ces poussées fictives en autant de groupes qu'il y a de joints, chaque groupe comprenant deux poussées normales égales et opposées, et deux poussées

dans le plan de joint qui seront aussi égales et opposées : ces quatre poussées forment un groupe en équilibre; le travail est donc indépendant des axes; et, pour l'évaluer, on peut adopter, pour chaque groupe, des axes fixes par rapport à l'un des voussoirs contigus au joint. Le mouvement relatif de l'autre voussoir consiste alors en une rotation autour d'une tangente à la courbe que nous avons appelée « enveloppe du joint »; tous les points à l'intérieur de cette courbe auront, du fait de cette rotation, un déplacement dirigé vers l'intérieur du voussoir mobile. D'autre part, parmi les quatre forces constituant le groupe relatif au joint, la seule qui effectuera un travail sera la poussée normale au voussoir mobile, et son travail sera positif, puisque, d'une part, elle est dirigée vers l'intérieur du voussoir et que, d'autre part, le déplacement de son point d'application est dirigé dans le même sens, ce point étant intérieur à l'enveloppe du joint.

Remarquons ensuite que le travail virtuel des forces extérieures dans l'écroulement considéré est égal et de signe contraire au travail virtuel des poussées fictives envisagées. En effet, nous allons démontrer que la somme de ces deux travaux est nulle. Il suffit pour cela de grouper l'ensemble des forces extérieures et poussées fictives de la façon suivante : 1° les poussées fictives sur les appuis fixes; leur travail est nul, les déplacements des points d'application étant nuls; 2° les autres forces (extérieures et poussées fictives), qui constituent tout l'ensemble des forces appliquées aux voussoirs mobiles; cet ensemble peut être composé en autant de groupes qu'il y a de voussoirs, chaque groupe comprenant les forces extérieures et les poussées fictives qui sollicitent un voussoir déterminé. Chacun de ces groupes forme un ensemble en équilibre, et comme la figure des points d'application est indéformable, le travail est nul.

Il résulte de ce qui précède que le travail des forces extérieures prises à elles seules est négatif pour tout écroulement

par rotations. Or, dans un pareil écroulement, les poussées qui se produiraient réellement en un joint (et non les poussées fictives considérées précédemment) rencontreraient les axes de rotation respectifs et effectueraient un travail nul : pour le voir on les divisera en autant de groupes qu'il y a de joints; ces groupes seront en équilibre (actions et réactions), et le travail de chaque groupe est nul.

Donc, finalement, le travail total des forces sollicitant le système serait négatif, et le mouvement est donc impossible.

GÉODÉSIE. — **La toise n° 11 de l'Institut cartographique militaire de Belgique,**

par le colonel H. SELIGMANN (*).

Lors de la VIII^e^ Conférence générale de l'Association géodésique internationale tenue à Berlin en 1886, et par suite de l'initiative prise par le Comité international des Poids et Mesures, M. Hirsch porta devant la Commission permanente la question de la nécessité de comparer, d'une manière aussi précise que possible, toutes les toises et étalons qui ont servi dans les divers pays pendant le XIX^e^ siècle, comparaison dont serait chargé l'Institut international des Poids et Mesures à Breteuil, et qui devait notamment se faire avec la toise originale : la toise du Pérou, et avec le nouveau mètre international. Cette opération devait avoir une grande importance pour la mesure de la Terre ; car elle permettrait de comparer entre elles toutes les bonnes mensurations exécutées jusqu'alors dans les différents pays, et celles-ci pourraient, par conséquent, être utilisées directement pour les études géodésiques.

Cette proposition rencontra l'approbation générale de la Commission et son Bureau fut chargé de faire auprès des gouver-

(*) Présenté par M. P. Stroobant.

nements les démarches nécessaires pour que les divers étalons soient envoyés à Breteuil (*).

En septembre 1895, le général Hennequin, directeur de l'Institut cartographique, écrivait au docteur A. Benoît, directeur du Bureau international des Poids et Mesures à Breteuil, pour lui exprimer le désir de faire comparer au mètre international la copie n° 11 de la toise de Bessel que possède l'I. C. M. de Belgique, et cela pour satisfaire à la demande de l'Association géodésique internationale. Ce n'est qu'en septembre 1898 que cette toise fut apportée au Bureau international des Poids et Mesures, et, par suite du programme fort chargé de ce Bureau, elle ne fut comparée qu'en 1913.

C'est ce que nous faisait savoir le distingué directeur du Bureau, M. le Dr Guillaume, en mars 1922.

Cette détermination fut achevée peu avant le début de la guerre, et il n'avait, par conséquent, pas été possible de réexpédier la toise à Bruxelles.

Elle revint le 24 avril dernier à l'Institut cartographique.

Le certificat de la comparaison est daté du 5 novembre 1913. En voici la teneur :

BUREAU INTERNATIONAL
des
POIDS ET MESURES.

Pavillon de Breteuil,
SÈVRES (S.-et-O.).

Le 5 novembre 1913.

CERTIFICAT DE LA TOISE N° 11

appartenant à l'Institut cartographique militaire de Belgique.

DESCRIPTION.

La toise est une règle en fer à section rectangulaire de 43mm5 de largeur sur 9mm6 d'épaisseur; elle est terminée à ses extrémités par deux parties tournées sous forme de cylindres sur une longueur de 15 millimètres environ. Au bout de ces

(*) *Comptes rendus des séances de la VIIIe Conférence générale de l'Association géodésique internationale et de sa Commission permanente* (p. 109).

cylindres se trouvent les surfaces terminales ayant la forme de petits cercles, bien polis, légèrement en saillie et d'un diamètre d'à peu près 3 millimètres. La toise porte gravée sur l'une de ses faces une inscription en une seule ligne donnant sa valeur en fonction de la toise de l'Observatoire de Koenigsberg; de plus, sur la même face, près du bord, à l'extrémité droite, se lit l'inscription : n° 11, Beaumann, Berlin.

ÉTUDE.

La toise a été comparée à l'aide des pièces de contact ou abouts construites par MM. Starks et Kammerer pour le comparateur universel, à la longueur limitée sur l'échelle de la règle-étalon de 2 mètres en laiton du Bureau international, par les traits 52 millimètres et 2,000 millimètres; elle était supportée par une série de cales constituant par leur ensemble une surface plane et horizontale. On a fait deux groupes de huit comparaisons. Toutes les combinaisons possibles avec les quatre pièces de contact étaient successivement employées dans chacun des groupes. Dans le premier groupe, la toise était installée sur son support avec au-dessus la face portant ses inscriptions; ces inscriptions étaient, au contraire, en dessous dans le deuxième groupe. Ce retournement a constitué la seule différence entre les deux groupes, dont toutes les dispositions étaient par ailleurs identiques.

La valeur des pièces de contact a été déterminée par seize comparaisons faites avant et seize exécutées en même temps que la mesure de la toise.

La valeur de la longueur de 1,948 millimètres prise sur la règle-étalon du Bureau a été obtenue en comparant l'intervalle 1000-2000 au mètre n° 26 en platine iridié et l'intervalle 52-1000 à deux intervalles de même valeur nominale pris sur la règle n° 48 appartenant au Bureau. Ces comparaisons ont été répétées dix fois pour chacune des deux longueurs successives et ont conduit à la valeur donnée par la formule suivante, dans laquelle on a fait entrer la dilatation de la règle de laiton précédemment trouvée au Bureau (t étant la température exprimée dans l'échelle du thermomètre à mercure en verre dur) :

$$E_{(52-2000)\,t} = 1948^{mm}0282\,(1 + 0{,}000017471\,t + 0{,}00000000589\,t^2).$$

Enfin, en utilisant pour la toise le coefficient de dilatation 0,00001106 t trouvé en 1890-1891 sur la toise n° 9 (*) par M. Benoît, directeur du Bureau international,

(*) La toise n° 9 appartenant à la *Trigonometrische Abteilung der Koniglichen Landesaufnahme*, Berlin, a été construite très peu de temps avant la toise n° 11, par le même constructeur et avec le même métal, bien que d'une coulée différente. Voir *Metronomische Beitrage n° 5 der Kaiserlichen Normal Aichungs Kommission*, Berlin.

on a pu ramener à 16°25 les diverses comparaisons faites entre 15°29 et 13°64 et obtenir ainsi la valeur la plus probable de la toise mesurée :

N° 11 à 16°25 = 1949^{mm}060.

D'après la concordance des résultats individuels, on peut estimer que l'incertitude probable de la valeur ci-dessus reste inférieure à ± 1μ.

La détermination de la toise a été exécutée en octobre 1913 par M. L. Maudet, adjoint du Bureau international.

Le Directeur du Bureau,
Dr René Benoît.

* * *

Nous pouvons maintenant rapporter au mètre international les bases géodésiques de Lommel et d'Ostende, donc toute la triangulation du Royaume, et la carte de Belgique basée sur cette triangulation.

En effet, les bases ont été mesurées à l'aide des règles de Bessel et celles-ci comparées aux copies n° 9 du Bureau trigonométrique prussien et n° 11 de l'I. C. M. (*).

La copie n° 9 a été étudiée à Breteuil en 1890 et 1891 (**); la copie n° 11 est celle qui vient de nous rentrer.

* * *

L'appareil de Bessel, comprenant quatre règles, avec tous les accessoires, y compris le comparateur pour l'étalonnage des règles, fut mis par le gouvernement prussien à la disposition du gouvernement belge en 1847.

La base de Lommel fut mesurée en 1851 et en 1852, la base

(*) *Compte rendu des opérations de la Commission instituée par M. le Ministre de la Guerre pour étalonner les règles qui ont été employées en 1850, 1851, 1852 et 1853 à la mesure des bases géodésiques belges.* Bruxelles, Hayez, 1855.

(**) *Études sur la toise de Bessel, la toise n° 9 du Bureau topographique royal prussien et la toise du Pérou,* par M. le Dr Benoît, directeur du Bureau des Poids et Mesures; publiées dans les Comptes rendus des séances de la Commission permanente de l'Association géodésique internationale réunie a Florence en 1891.

d'Ostende en 1853; l'appareil dut être renvoyé en Prusse en 1854, et l'on ne put mesurer la troisième base, que le général Nerenburger avait projetée dans le Luxembourg.

Il fallut s'occuper de l'étalonnage des règles, lequel se fit en 1854 par une Commission nommée par le Ministre de la Guerre.

Cette Commission était composée de :

MM. NERENBURGER, colonel d'état-major, directeur du Dépôt de la guerre (*), membre de l'Académie royale des sciences de Belgique.

STAS, professeur de chimie à l'École militaire, membre de l'Académie.

DIEDENHOVEN (Jacques), major d'état-major, chef de la Section géodésique du Dépôt de la guerre.

MEYERS, major du génie.

LIAGRE, capitaine du génie, professeur à l'École militaire, membre de l'Académie.

DEKEUWER, lieutenant d'état-major.

SACRÉ, ingénieur mécanicien.

Le compte rendu de ces opérations a été publié en 1855; elles ont été conduites avec une science, une méthode, une minutie et une habileté remarquables.

Voici ce qui se trouve dans ce compte rendu au sujet des toises-étalons :

« Les toises qui ont été employées par la Commission pour l'étalonnage des règles sont en acier fondu. Leur forme est celle d'une règle méplate de 0^m043 de largeur et 0^m01 d'épaisseur. Elles sont terminées par des cylindres de 0^m014 de longueur et de 0^m01 de diamètre, dans lesquels un second cylindre de 3 millimètres de diamètre et de $0^{mm}4$ de longueur est brasé en saillie sur les premiers. Les petites bases apparentes de ces derniers cylindres, dressés perpendiculairement à l'axe des règles, constituent les *bouts* des toises.

» L'une et l'autre sont des copies de la toise de *Bessel*, conservée à l'Observatoire de Kœnigsberg; et celle-ci, construite

(*) Institut cartographique militaire.

à Paris, par Fortin, est une copie authentique de la toise originale, dite du Pérou, étalonnée par MM. Arago et Zahrtmann. Sa longueur à 16°25 centigrades ou 13° (Réaumur), température normale de la toise du Pérou, est de 863ᵗ9992.

» Les deux toises dont la Commission s'est servie ont été construites par M. Baumann, habile ingénieur mécanicien de Berlin, et appartiennent, l'une à M. le général Baeyer et l'autre au Dépôt de la Guerre de Bruxelles. La première porte le n° 9 et la seconde le n° 11. Toutes deux ont été comparées en 1852, par M. le général Baeyer, à la toise de Kœnigsberg, à l'aide du comparateur et par les procédés dont Bessel avait fait usage antérieurement pour la détermination de l'unité de longueur en Prusse ».

Pour faire la comparaison des règles de Bessel, longues chacune approximativement de deux toises, ces règles furent d'abord comparées entre elles. Ensuite les règles furent comparées avec la double toise formée par les toises n° 9 et n° 11, placées jointivement.

Ce sont donc bien les longueurs de ces toises qui forment les éléments réels de mesures de nos bases.

Les formules de ces toises étaient :

La toise n° 9	$863^{t}855170 + 0^{t}0090718\,t$
La toise n° 11	$863^{t}850213 + 0^{t}0091560\,t$
Et pour leur somme . . .	$1727^{t}705383 + 0^{t}0182278\,t$

ce qui, pour la valeur de 16°25, donne

$$1728^{t}001585;$$

transformé en millimètres,

$$3898^{mm}0778.$$

Or, d'après les valeurs trouvées à Breteuil, on a :

La toise n° 9	$1949^{mm}067$
La toise n° 11	$1949^{mm}060$
Et pour leur somme.	$3898^{mm}127$

Cette valeur est plus grande que celle qui a été admise pour l'étalonnage des règles.

La différence est de $49\mu 2$.

Les mesures faites avec les règles de Bessel sont, par conséquent, trop courtes de

$$^{49}/_{3898000} \quad \text{ou environ} \quad {}^{1}/_{79000};$$

d'ailleurs ceci vient confirmer les conclusions des études du Dr René Benoît sur la toise de Bessel, la toise du Pérou et la copie n° 9.

Il trouve (*) que la toise de Bessel a en réalité une longueur plus grande de $^{1}/_{74000}$ environ que celle qui lui a été attribuée. Toutes les longueurs mesurées en partant de cette toise, et exprimées en mètres, doivent donc être augmentées de $^{1}/_{74000}$ de leur valeur.

Or, c'est bien le cas des mesures de bases en Belgique, mesurées à l'aide des règles de Bessel, étalonnées sur les copies n° 9 et n° 11 de la toise de Bessel.

Le Dr Benoît rappelle à ce sujet les conclusions que le général Derrécagaix, directeur du Service géographique de l'Armée française, tira en 1891 des résultats d'une mesure récente d'une nouvelle base aux environs de Paris : « Si l'on calcule, en partant de cette base, les côtés de jonction de la nouvelle méridienne de France avec les triangulations anglaise, belge, italienne et espagnole, on trouve une discordance systématique ; tous les côtés calculés par les triangulations étrangères sont plus courts d'une quantité relative qui est presque constante, et qui est de $^{1}/_{74000}$ (**) pour la Belgique ».

Ce fait, déjà révélé par l'étude de la toise de Bessel, de celle de la copie n° 9, est donc confirmé par celle de la copie n° 11 qui vient de nous rentrer.

(*) *Études sur la toise de Bessel.* (Loc. cit., p. 147.)

(**) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris*, t. CXII, p. 770.

Il est intéressant maintenant d'examiner quelles en sont les conséquences sur les éléments importants de notre triangulation.

La base de Lommel mesure

$$2300^{m}5721;$$

en réalité sa longueur devrait être

$$2300^{m}6012.$$

La base d'Ostende mesure

$$2488^{m}8237;$$

sa longueur devrait être

$$2488^{m}8552.$$

L'arc de méridien Lommel-Hamipré mesuré par Delporte mesure

$148488^{m}9174$ pour une amplitude de $1^{g}4839{,}25$ (*);

sa longueur devrait être

$$148490^{m}7970.$$

et l'aplatissement que Delporte en avait déduit :

$$1/209 \quad \text{devient} \quad 1/211 \ (**).$$

Il est évident que les légères différences de longueur n'ont aucune influence sur la carte topographique, dont les plus grandes échelles, le 5,000e, ne peuvent donner pour l'étendue des feuilles (au maximum $1^{m}50$ suivant la diagonale) qu'une correction inappréciable de $0^{mm}02$.

Mais, au point de vue de la rigueur scientifique des mesures de la triangulation, il faut en tenir compte, et nous venons de voir son influence sur les déterminations si importantes de l'aplatissement du sphéroïde terrestre.

(*) *Triangulation du royaume de Belgique*, t. VI, 2e fasc., p. XL.

(**) Il est à remarquer que dans le tome VI précité, Delporte trouve $1/212$, mais les calculs soigneusement recommencés par le Bureau de calculs de l'I. C. M. donnent $1/209$.

Enfin, cette déduction faite de la comparaison de nos anciens étalons avec le mètre international montre combien il sera important de recommencer la mesure des bases d'Ostende et de Lommel, et de mesurer la troisième base dans le sud de la province de Luxembourg, ainsi qu'il est projeté; seules ces opérations géodésiques permettront de vérifier les résultats de cette comparaison, car elles seront exécutées avec des fils invar à comparer à la base murale du Bureau international des Poids et Mesures.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Trajectoire d'un point matériel dans le champ dû à une sphère matérielle.**

Note par MAURICE NUYENS (*).

Dans sa *Gravifique einsteinienne* (**), M. De Donder établit la forme quadratique définissant le champ dû à une sphère matérielle. Je me propose, en partant de cette forme quadratique et en utilisant le théorème du tenseur asymétrique, de chercher l'équation différentielle de la trajectoire d'une particule matérielle placée dans le champ de cette sphère. La masse et la charge de cette particule seront supposées suffisamment petites pour ne pas modifier sensiblement le champ matériel.

En considérant la particule à un moment où sa vitesse est nulle, une des quatre équations déduites du théorème du tenseur asymétrique montre, en première approximation, que l'action entre les deux particules est la somme des actions de Coulomb et de Newton.

Les calculs effectués permettront de s'assurer, en outre, de

(*) Présenté par M. Th. De Donder.

(**) Gauthier-Villars, Paris, 1922, ou *Annales de l'Observatoire royal de Belgique*, 3e série, t. I.

ce que le mouvement de la particule potentiée est régi par le théorème des aires et par le théorème des forces vives généralisés.

Je terminerai cette Note en établissant l'équation différentielle de la trajectoire d'un rayon lumineux dans le champ gravifique dû à une sphère matérielle.

Rappelons qu'on entend ici par sphère *matérielle* une sphère massique électrisée.

I. Sphère matérielle potentiante. — Le champ gravifique à l'extérieur d'une sphère matérielle est défini par [*Grav. einst.*, (407)]

$$\left.\begin{aligned}(\delta s)^2 \equiv -\frac{(\delta R)^2}{1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R}} - R^2\left[(\delta\vartheta)^2+\sin^2\vartheta\,(\delta\varphi)^2\right] \\ + c^2\left(1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)(\delta t)^2\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

où γ est mis pour [*Grav. einst.*, (409)]

$$\gamma = \frac{\varkappa\mu_0}{3}a^3 + \frac{\varepsilon^2}{a}. \quad (1')$$

$\varkappa$ désignant une constante, μ_0 et ε désignant respectivement la densité massique généralisée et la charge (à une constante près) de la sphère; a est le rayon de cette sphère.

En vertu de la symétrie, on pourra supposer les trajectoires planes et passant par l'origine. En prenant ce plan comme plan équatorial, on aura $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, et l'on écrira plus simplement

$$(\delta s)^2 \equiv -\frac{(\delta R)^2}{1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}} - R^2(\delta\varphi)^2 + c^2\left(1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)(\delta t)^2. \quad (2)$$

Sur toute trajectoire, on aura donc la relation

$$\left(1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)^{-1}\left(\frac{\delta R}{\delta s}\right)^2 + R^2\left(\frac{\delta\varphi}{\delta s}\right)^2 - c^2\left(1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)\left(\frac{\delta t}{\delta s}\right)^2 + 1 = 0. \quad (3)$$

Pour éliminer t et s, utilisons le théorème du tenseur asymétrique (Compl. II, éq. [20] (*).

La masse et l'électricité étant animées des mêmes mouvements, ce théorème se réduit à

$$\sigma \sum_{\beta} u^{\beta} M^{*}_{\beta i} = \left(\mu - \frac{\Sigma\sigma}{2}\right) A_i, \tag{4}$$

où (Compl. II, éq. [14])

$$A_i \equiv \frac{du_i}{ds} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} g_{\alpha\beta,i} u^{\alpha} u^{\beta}. \tag{5}$$

En supposant la masse et la charge du point assez petites pour ne pas modifier sensiblement le champ matériel, on aura donc pour valeurs des composantes du potentiel [*Grav. einst.* (390)]

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0, \qquad \Phi_4 = \Phi, \tag{6}$$

où Φ est uniquement fonction de R. Pour la même raison, tous les $M^{*}_{\beta i}$ seront nuls, sauf [*Grav. einst.*, (391)]

$$M^{*}_{14} = -\frac{d\Phi}{dx_1}. \tag{7}$$

Rappelons que [*Grav. einst.*, (364)]

$$x_1 \equiv \frac{R^3}{3}; \qquad x_2 \equiv -\cos\vartheta; \qquad x_3 \equiv \varphi; \qquad x_4 \equiv t. \tag{8}$$

Le théorème du tenseur asymétrique donne les quatre relations :

$$\left.\begin{aligned} \sigma \frac{d\Phi}{dx_1} \frac{dt}{ds} &= \left(\mu - \frac{\Sigma\sigma}{2}\right) A_1, \\ 0 &= A_2, \\ 0 &= A_3, \\ \sigma u^1 \frac{d\Phi}{dx_1} &= -\left(\mu - \frac{\Sigma\sigma}{2}\right) A_4. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

(*) Th. De Donder, *Premiers compléments de la Gravifique einsteinienne.* Gauthier-Villars, Paris, 1922, ou *Annales de l'Observatoire royal de Belgique*, 3e série, t. I.

La *seconde* équation (9) est identiquement satisfaite ; en effet,

$$\frac{du_2}{ds} \equiv \sin\theta \frac{d\theta}{ds} \equiv 0,$$

et tous les $g_{\alpha\beta,2}$ sont nuls.

La *troisième* équation (9) nous fournit l'invariant

$$\boxed{R^2 \frac{d\varphi}{ds} = p.} \qquad (p = \text{constante d'intégration}). \quad (10)$$

En effet,

$$u_3 = u^3 g_{33} = -\frac{d\varphi}{ds} R^2,$$

et tous les $g_{\alpha\beta,3}$ sont nuls. En se reportant à (5), on obtient l'invariant annoncé.

Pour expliciter la *quatrième* équation, calculons A_4. On aura (5)

$$A_4 \equiv \frac{du_4}{ds} \equiv \frac{d}{ds}\left[c^2 \frac{dt}{ds}\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)\right]. \qquad (11)$$

D'autre part, on a (8) :

$$u^1 = R^2 \frac{dR}{ds}, \qquad (12)$$

et, en vertu de [*Grav. einst.* (399)],

$$\frac{d\Phi}{dx_1} = -c \frac{e}{4\pi R^4}; \qquad (13)$$

d'où

$$\frac{d\Phi}{dR} = -c \frac{e}{4\pi R^2}. \qquad (14)$$

En intégrant cette dernière équation on aura

$$\Phi = \frac{ce}{4\pi R}, \qquad (15)$$

en supposant $\Phi = 0$, à l'infini.

La quatrième équation (9) s'écrira maintenant

$$\sigma \frac{ce}{4\pi R^2} \frac{dR}{ds} = \left(\mu - \frac{\Sigma\sigma}{2}\right) \frac{d}{ds}\left[c^2 \frac{dt}{ds}\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)\right]. \qquad (16)$$

II. Point matériel potentié. — Passons à l'étude du mouvement du point potentié. Sa charge électrique sera désignée par e'. Posons encore (Compl. II, [47'] à [52]) :

$$\sigma' E' \equiv \left(\mu - \frac{\Sigma\sigma}{2}\right) e'; \qquad (17)$$

on sait que E' et e' sont des *invariants* (Compl. II, [37] et [52]) dans le mouvement du point matériel considéré.

En vertu de (16) et (17), on obtient

$$\frac{cee'}{4\pi R^2} \frac{dR}{ds} = E' \frac{d}{ds}\left[c^2 \frac{dt}{ds}\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)\right]. \qquad (18)$$

En intégrant (18) on obtient

$$C - \frac{ee'}{4\pi R} = E' c^2 \frac{dt}{ds}\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right). \quad \left(\begin{matrix} C = \text{constante} \\ \text{d'intégration.} \end{matrix}\right) \qquad (19)$$

Posons

$$E' \equiv c^2 M'; \qquad (20)$$

nous dirons que M' est la *masse* d'origine massique et électromagnétique du point en mouvement.

La relation (19) peut alors se mettre sous la forme

$$\boxed{q - \frac{ee'}{4\pi c^3 M' R} = \frac{dt}{ds}\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right).} \qquad (21)$$

où nous écrivons la constante d'intégration

$$q \equiv \frac{C}{c^3 M'}.$$

Éliminons t et s dans (3), grâce à (10) et (21), et posons

$$u \equiv \frac{1}{R}; \tag{22}$$

on obtient l'*équation différentielle de la trajectoire décrite par le point matériel potentié :*

$$\boxed{p^2\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = c^2\left(q - \frac{ee'}{4\pi c^3 M'}u\right)^2 - (1+p^2u^2)(1-\gamma u+\varepsilon^2u^2).} \tag{23}$$

Remarque. — En vertu de (Compl. II, [51]), on peut écrire

$$E' \equiv c^2m' - \frac{\zeta}{2}e'. \tag{24}$$

où m' est la masse d'origine purement massique du point matériel en mouvement. En posant, avec M. De Donder,

$$-\frac{\zeta}{2}e' = c^2m'_e, \tag{25}$$

où m'_e est la masse purement électromagnétique de cette particule, on voit que (20)

$$\boxed{M' = m' + m'_e.} \tag{26}$$

Il est à remarquer que ni m' ni m'_e ne sont des invariants dans le mouvement de la particule; leur somme M' seule est constante pendant son mouvement.

Si la masse m'_e est, par hypothèse, très petite par rapport à la masse m', on aura approximativement, si $m' \neq 0$,

$$E \sim c^2m' \quad \text{ou} \quad M \sim m'; \tag{27}$$

si $m' \equiv 0$, il faudra conserver la masse d'origine électromagnétique; on aura

$$E \equiv c^2m'_e \quad \text{ou} \quad M \equiv m'_e. \tag{28}$$

Ce dernier cas a fait l'objet d'une étude précédente (*); comme il ne pouvait y avoir confusion, il n'a pas été jugé nécessaire d'y employer l'indice e.

III. Action entre la sphère matérielle potentiante et le point matériel potentié. — Considérons maintenant la *première* équation (9), et supposons que le point potentié, à l'instant considéré, ait une vitesse nulle; on aura donc

$$\frac{dr}{ds} \equiv \frac{d\varphi}{ds} \equiv 0. \tag{29}$$

La première équation devient alors, en tenant compte de (17),

$$\left.\begin{aligned} &-c\,\frac{ee'}{4\pi R^4}\,\frac{dt}{ds} \\ &= E'\left[-\frac{1}{R^2}\left(1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)^{-1}\frac{d^2R}{ds^2}-\frac{c^2}{2}\,\frac{1}{R^2}\left(\frac{\gamma}{R^2}-\frac{2\varepsilon^2}{R^3}\right)\left(\frac{dt}{ds}\right)^2\right]. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

En vertu de (2), on a, en outre,

$$\left(\frac{dt}{ds}\right)^2 = c^{-2}\left(1-\frac{\gamma}{R}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)^{-1}. \tag{31}$$

Passons à l'espace *et* le temps, en remarquant que

$$\frac{d^2R}{ds^2} = \left(\frac{dt}{ds}\right)^2\frac{d^2R}{dt^2}.$$

En utilisant la constante de Gauss f, introduite par M. De Donder en posant [*Grav. einst.*, (429) et (438)]

$$f \equiv \frac{c^5\varkappa}{8\pi}, \tag{32}$$

(*) Maurice Nuyens, *Trajectoire d'un point électrisé dans le champ dû à un électron pur.* [Bull. Acad. roy. de Belgique (Classe des sciences), octobre 1922.]

on déduit finalement de (30), en première approximation,

$$\boxed{m' \frac{d^2 R}{dt^2} \sim \frac{ee'}{4\pi R^2} - f\frac{mm'}{R^2}}. \tag{33}$$

On a tenu compte dans cette formule de $M' \sim m'$, avec $m' \neq 0$ (27).

IV. Théorème des aires généralisé. — Reportons-nous aux équations (10) et (21); divisons-les membre à membre; d'où

$$\boxed{R^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{p}{q - \dfrac{ee'}{4\pi c^3 M' R}} \left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)}. \tag{34}$$

Le premier membre de la relation précédente exprime la *vitesse des aires balayées*.

V. Théorème des forces vives généralisé. — Éliminons ds entre les équations (3) et (21); on obtient

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + R^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right) - c^2\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)^2 + \frac{\left(1 - \dfrac{\gamma}{R} + \dfrac{\varepsilon^2}{R^2}\right)^3}{\left(q - \dfrac{ee'}{4\pi c^3 M' R}\right)^2} = 0. \tag{35}$$

C'est le *théorème des forces vives généralisé* ou de la *conservation de l'énergie*.

L'expression généralisée du carré de la vitesse est, en vertu de (2),

$$v^2 \equiv \frac{1}{1 - \dfrac{\gamma}{R} + \dfrac{\varepsilon^2}{R^2}} \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + R^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2. \tag{36}$$

Introduisons l'expression dans (35); d'où

$$\boxed{v^2 = c^2\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right) - \frac{\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)^2}{\left(q - \frac{ee'}{4\pi c^3 M' R}\right)^2}}. \qquad (37)$$

VI. Rayon lumineux dans le champ gravifique dû à une sphère matérielle. — On sait que les trajectoires des rayons lumineux sont des extrémales de longueur *nulle* du champ considéré. Nous ferons donc dans l'équation (2)

$$ds = 0. \qquad (38)$$

Cette équation devient, en utilisant la variable auxiliaire l,

$$-\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)^{-1}\left(\frac{dR}{dl}\right)^2 - R^2\left(\frac{d\varphi}{dl}\right)^2 + c^2\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right)\left(\frac{dt}{dl}\right)^2 = 0. \qquad (39)$$

Nous avons, d'autre part,

$$R^2\left(\frac{d\varphi}{dl}\right) = p \qquad (40)$$

et

$$q - \frac{ee'}{4\pi c^3 M' R} = \frac{dt}{dl}\left(1 - \frac{\gamma}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\right). \qquad (41)$$

Éliminons dl et dt dans (39), grâce à ces deux dernières équations; nous aurons, en posant

$$u = \frac{1}{R},$$

l'équation différentielle de la trajectoire du rayon lumineux :

$$\boxed{p^2\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = c^2\left(q - \frac{ee'}{4\pi c^3 M'} u\right)^2 - p^2u^2(1 - \gamma u + \varepsilon^2 u^2)}, \qquad (42)$$

On voit que cette équation présente beaucoup d'analogie avec l'équation différentielle de la trajectoire du point matériel potentié (23).

Pour trouver la vitesse c_* de la lumière dans le champ dû à la sphère matérielle, il suffit de mettre l'équation (39) sous la forme

$$\left(\frac{d\mathrm{R}}{dt}\right)^2+\mathrm{R}^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\left(1-\frac{\gamma}{\mathrm{R}}+\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}^2}\right)=c^2\left(1-\frac{\gamma}{\mathrm{R}}+\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}^2}\right)^2. \qquad (43)$$

Posons

$$c_*^2=\frac{1}{1-\frac{\gamma}{\mathrm{R}}+\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}^2}}\left(\frac{d\mathrm{R}}{dt}\right)^2+\mathrm{R}^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2; \qquad (44)$$

on obtient

$$\boxed{c_*^2=c^2\left(1-\frac{\gamma}{\mathrm{R}}+\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}^2}\right)}. \qquad (45)$$

Remarquons (1′) que

$$-\gamma+\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\equiv-\frac{\varkappa\mu_0}{3}a^3-\frac{\varepsilon^2}{a}+\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}};$$

or $\mathrm{R}>a$; donc, cette expression est *négative*; *il en résulte que* c_* *est plus petit que* c.

Il est facile de voir, en outre, qu'à grande distance de la sphère potentiante on retrouve la valeur c de la vitesse de la lumière dans le champ de Minkowski.

VII. Électron purement électrique. — Nous avons établi, dans une Note précédente (*), l'équation différentielle de la trajectoire d'un point électrisé dans le champ dû à un électron pur :

$$\boxed{p^2\left(\frac{d\frac{1}{\mathrm{R}}}{d\varphi}\right)^2 = c^2\left(q-\frac{ee'}{4\pi c^3 m'_e \mathrm{R}}\right)^2 - \left(1+\frac{p^2}{\mathrm{R}^2}\right)\left[1-\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\mathrm{R}}\right)\right]}. \quad (46)$$

On remarquera que cette équation se déduit d'ailleurs immédiatement de (23), en y faisant $\mu_0 = 0$ dans la valeur de γ (voir 1').

Nous aurions pu établir également pour cet électron pur le théorème des aires et le théorème des forces vives généralisés par des calculs analogues à ceux développés ici dans les §§ IV et V. Il sera plus simple de déduire directement ces théorèmes des équations (34), (35) et (37), en faisant dans ces dernières $\mu_0 = 0$ et $\mathrm{M}' = m'_e$.

On aura donc, pour *le théorème des aires* généralisé,

$$\boxed{\mathrm{R}^2\frac{d\varphi}{dt} = \frac{p}{q-\frac{ee'}{4\pi c^3 m'_e \mathrm{R}}}\left[1-\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\mathrm{R}}\right)\right]}, \quad (47)$$

(*) Maurice Nuyens, *Trajectoire d'un point électrisé dans le champ dû à un électron pur.* [Bull. Acad. roy. de Belgique (Classe des sciences), octobre 1922.]

Une erreur typographique s'étant glissée dans l'équation [12] du complément V à la *Gravifique einsteinienne*, nous n'avons pas obtenu identiquement l'équation (46) écrite plus haut. Pour rectifier, il suffira, dans toutes les équations de la *Note concernant l'électron pur*, de remplacer la fonction

$$\left[1-\frac{\varepsilon^2}{a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]$$

par la suivante :

$$\left[1-\frac{\varepsilon^2}{r}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right].$$

et pour *le théorème des forces vives* généralisé :

$$\left\{\begin{aligned}&\left(\frac{d\mathrm{R}}{dt}\right)^2+\mathrm{R}^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\mathrm{R}}\right)\right]\\&-c^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\mathrm{R}}\right)\right]^2+\frac{\left[1-\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\mathrm{R}}\right)\right]^3}{\left(q-\frac{ee'}{4\pi c^3 m'_e \mathrm{R}}\right)^2}=0.\end{aligned}\right\} \qquad (48)$$

On aura pour expression du carré de la vitesse généralisée du point électrisé en mouvement :

$$\boxed{v^2=c^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\mathrm{R}}\right)\right]-\frac{\left[1-\frac{\varepsilon^2}{\mathrm{R}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\mathrm{R}}\right)\right]^2}{\left(q-\frac{ee'}{4\pi c^3 m'_e \mathrm{R}}\right)^2}}. \qquad (49)$$

Proposons-nous enfin de chercher l'équation différentielle de *la trajectoire d'un rayon lumineux* dans le champ dû à un électron pur. Nous pourrions développer des calculs analogues à ceux exposés ici dans le § VI. Mais il sera plus simple encore de déduire directement cette équation de l'équation (42), en faisant dans cette dernière $\mu_0 \equiv 0$ et $\mathrm{M}' \equiv m'_e$. Nous aurons

$$\boxed{p^2\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2=c^2\left(q-\frac{ee'}{4\pi c^3 m'_e}u\right)^2-p^2u^2\left[1-\varepsilon^2 u\left(\frac{1}{a}-u\right)\right]}. \qquad (50)$$

Nous déduirons également de l'équation (45) l'expression du carré de la vitesse c_* de la lumière dans le champ dû à l'électron pur; nous aurons

$$\boxed{c_*^2=c^2\left[1-\frac{\varepsilon^2}{r}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)\right]}. \qquad (51)$$

Séance du vendredi 15 décembre 1922.

M. A. Lameere, directeur de la Classe.

Sont présents : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur;* A. Gilkinet, Ch. Lagrange, J. Deruyts, Léon Fredericq, G. Cesàro, Max Lohest, F. Swarts, A. Demoulin, A. Rutot, Victor Willem, J. Bordet, P. Stroobant, Ch. Julin, E. Marchal, L. Crismer, Edm. van Aubel, *membres;* Th. De Donder, O. Dony, *correspondants;* G.-A. Boulenger, *associé;* et le Secrétaire perpétuel.

Absences motivées : MM. Gravis, Massart, Lecointe, Cornet, membres; Stuyvaert, Fourmarier, correspondants.

CORRESPONDANCE.

Une lettre du Palais fait connaître que S. M. le Roi ne pourra assister à la séance publique de la Classe.

Le Ministre des Sciences et des Arts fait parvenir cent exemplaires du Rapport du jury du Prix décennal des Sciences minéralogiques (3e période : 1907-1916).

M. Lecointe prie la Classe de le remplacer comme délégué auprès de l'Union astronomique internationale. — La Classe désigne M. P. Stroobant.

HOMMAGES D'OUVRAGES.

Sur quelques nouveaux minéraux du Katanga, par G. Cesàro.

Traversée de la Belgique, d'Arlon à Beeringen, par MM. Lohest et Fourmarier.

Tectonique générale des terrains paléozoïques de la Belgique, par P. Fourmarier; — *Observations géologiques au Djebel Slata et au Djebel Hameima*, par le même; — *Échantillons de sels potassiques d'Alsace*, par le même.

Hommage à Léon Fredericq.

Les Progrès récents de l'Astronomie, IX, 1915-1920, 1re partie, par Paul Stroobant; présenté par l'auteur avec une note bibliographique.

— Remerciements.

RAPPORTS.

De MM. Demoulin et De Donder sur un travail de M. De Jans : *Sur les mouvements d'une particule matérielle dans un champ de gravitation sphérique.* — Conformément aux conclusions des rapporteurs, la Classe vote l'impression de ce travail dans ses *Mémoires* in-8°.

PROGRAMME DU CONCOURS ANNUEL POUR 1924.

Prix pour chacune des questions : 1,500 francs.
(Délai : 1er août 1924.)

La Classe adopte les questions suivantes :

Sciences mathématiques et physiques.

PREMIÈRE QUESTION : *On demande une contribution importante à la géométrie infinitésimale des surfaces courbes.*

DEUXIÈME QUESTION : *On demande une contribution nouvelle à nos connaissances sur l'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire.*

TROISIÈME QUESTION : *On demande une contribution à l'étude théorique des antennes de la télégraphie sans fil.*

QUATRIÈME QUESTION : *On demande une contribution importante à l'étude du pouvoir d'orientation des substituants dans l'anneau aromatique.*

Sciences naturelles.

PREMIÈRE QUESTION : *On demande des recherches expérimentales sur les causes intimes de la compatibilité à l'hybridation.*

DEUXIÈME QUESTION : *On demande de nouvelles recherches sur la structure et la division du noyau ou des formations nucléaires dans les organismes inférieurs.*

TROISIÈME QUESTION : *Établir, par de nouvelles recherches expérimentales, à quels éléments nerveux est applicable la « loi du tout ou rien » de la réponse à une excitation.*

QUATRIÈME QUESTION : *On demande une étude aussi complète que possible des relations entre le Dinantien et le Westphalien en Belgique.*

FONDATION DE POTTER.

La Classe réélit, pour la période 1923-1926, les membres sortants de la Commission de la Fondation : MM. le Paige, de la Vallée Poussin, de Hemptinne, Swarts, Lameere, Massart et Lohest.

PRIX FR. DERUYTS.

La Classe décide que le montant du Prix, non attribué, sera ajouté au capital de la Fondation.

COMMUNICATION.

Sur l'ellipse d'inertie du triangle. Formule générale donnant l'orientation et la grandeur de ses axes. Solution graphique du problème, par G. Cesàro. — Impression dans les *Mémoires* in-4°.

TRAVAIL A L'EXAMEN.

Note sur la fonction du temps dans la thermodynamique céleste, par M. van den Bossche. — Renvoi à M. De Donder.

SÉANCE PUBLIQUE.

Il est donné communication à la Classe des lectures destinées à la séance publique.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

Paul Stroobant. — *Les Progrès récents de l'Astronomie,* volume IX, années 1915-1920; première partie : *Le Système solaire.*

L'ouvrage que nous avons l'honneur de présenter à la Classe : *Les Progrès récents de l'Astronomie,* extrait de l'Annuaire de l'Observatoire pour 1924, fait suite aux notices publiées par nous, sur le même sujet, depuis 1907. Il comprend ce qui

est relatif aux années 1915 à 1920 inclusivement; cependant, comme cette étude aurait pris des proportions trop considérables, nous l'avons partagée en deux parties : la première, publiée aujourd'hui, concerne les astres du système solaire; la seconde, qui paraîtra plus tard, comprendra tout ce qui se rapporte à l'astronomie stellaire.

Le chapitre consacré au Soleil renferme, outre les données analogues à celles qui figuraient dans les notices antérieures, des indications relatives aux taches, aux facules, aux protubérances et surtout aux tourbillons solaires et au champ magnétique général du Soleil; ces dernières recherches ont été couronnées de succès, grâce à la puissance des moyens optiques dont dispose l'Observatoire du Mont Wilson.

Un chapitre nouveau se rapporte au système solaire considéré dans son ensemble; il comprend, notamment, ce qui concerne la loi de gravitation et les anomalies qui se présentent dans le mouvement des planètes intérieures.

Comme dans les précédentes notices on trouvera un exposé détaillé des observations des grosses planètes et de leurs satellites.

Dans le chapitre relatif aux astéroïdes, nous nous sommes efforcé de donner un tableau aussi exact que possible de nos connaissances actuelles sur ces petits corps, dont l'énumération est devenue fort embrouillée depuis quelques années.

Nous signalerons encore les nombreuses observations physiques réunies relativement aux vingt-quatre comètes apparues au cours des six années 1915 à 1920. Nous pensons que l'étude systématique des changements qui surviennent dans ces astres étranges, tels que la segmentation de leurs noyaux, est d'un haut intérêt au point de vue des phénomènes qui peuvent se présenter dans des corps d'une densité extrêmement faible et soumis à l'action de forces émanant du Soleil.

On trouvera également dans ce volume ce qui se rapporte au globe terrestre et en particulier à la variation des latitudes.

PRIX AGATHON DE POTTER.

(CHIMIE.)

Première période : 1919-1921.

Rapport du Jury (1).

Un certain nombre de travaux ont été soumis au Jury, dont plusieurs témoignent des qualités très sérieuses de leurs auteurs, et si l'on tient compte, d'une part, que les membres de l'Académie sont exclus du concours, d'autre part, que certains savants se refusent à soumettre le fruit de leur activité au jugement des concours et qu'enfin les conditions générales créées par la guerre dans notre pays ne sont pas très favorables à la poursuite des recherches scientifiques, on peut considérer comme satisfaisante la production scientifique des chimistes belges pendant ces trois années; le Jury espère que leur activité persévérante portera dans les années prochaines de nouveaux fruits que l'Académie se réjouira de récompenser.

Dans l'attribution des récompenses à décerner cette année, le Jury avait à tenir compte du vœu formellement exprimé par l'unanimité de la Classe de réserver les récompenses du prix de Potter à des travaux marquants et attestant la maîtrise expérimentale de leur auteur, sans toutefois risquer de frapper de stérilité partielle ou prolongée le geste du Fondateur en poussant à l'extrême les exigences. C'est dans cet esprit que le Jury a estimé qu'il n'y avait lieu de procéder au morcellement ou au partage des récompenses qu'au cas où des travaux d'une valeur tout à fait équivalente seraient soumis à son jugement et qu'il a décidé d'écarter les travaux faits en collaboration avec des débutants, sauf dans le cas où ces travaux présenteraient une originalité remarquable.

---

(1) Le jury était composé de MM. Crismer, F. Swarts et Dony-Hénault.

Parmi les travaux à lui communiqués le Jury a unanimement reconnu comme dignes du premier rang ceux de M. P. Bruylants, professeur à l'Université de Louvain.

Dans son mémoire : *Nouveau procédé de détermination du poids atomique du tellure* (1919), M. Bruylants a utilisé la propriété de l'hydrogène telluré de se dissocier facilement pour mesurer son poids atomique en pesant, d'une part, le tellure et, d'autre part, l'eau provenant de l'oxydation de l'hydrogène libéré. Le poids trouvé est de 127,8 avec un écart de $^1/_{2.000}$ entre les meilleurs résultats; cette valeur s'écarte des déterminations antérieures, celles de Metzner, toutefois, mises à part.

Par une méthode moins exacte, titration de l'anhydride tellureux par le permanganate, selon l'exemple de Brauner-Marckwald, M. Bruylants a obtenu, en partant de l'anhydride obtenu par dissolution de tellure pur dans l'acide nitrique, un poids identique de 127,8; en solution acide, cependant, la titration au permanganate donne un chiffre plus faible, 127,65 en moyenne, probablement par suite d'une légère formation d'ozone. Comme l'auteur le dit lui-même, la détermination du poids atomique par cette méthode volumétrique ne comporte pas une grande exactitude. Dans des expériences délicates, M. Bruylants a étudié les propriétés physiques de l'hydrogène telluré, dont l'instabilité, même aux basses températures, rend la détermination difficile. Il a déterminé ainsi la tension de vapeur de l'hydrogène telluré entre — 60° et 0° et les coordonnées du point triple $t = -45°4$, $p = 102$ mm. Il a comparé la courbe des tensions de vapeur de H^2T à celles du sulfure de carbone et de l'alcool et calculé la chaleur latente de vaporisation de l'hydrogène telluré : $\lambda = 5,7$ cal.

Il y a lieu de mentionner que M. Bruylants avait déjà réalisé ces expériences en 1914 et que l'incendie de son habitation par les envahisseurs l'a forcé à les reprendre en 1918.

Dans un mémoire intitulé *Note sur la constitution du cyanure d'allyle,* M. Bruylants apporte une contribution à la connais-

sance de ce corps, dont la formule est discutée. Il a pu préparer le nitrile vinylacétique, qui avait échappé à Louis Henry, aux dépens du nitrile γ chlorobutyrique, et il a préparé, pour le comparer au premier, le nitrile crotonique isolé par L. Henry et par Schindler, en identifiant les nitriles par leur transformation en amides bibromées. M. Bruylants pense que le nitrile crotonique obtenu à partir du nitrile α oxybutyrique est un mélange de deux isomères géométriques.

Enfin, M. Bruylants a commencé l'étude de l'action des organomagnésiens sur le nitrile glutarique, qu'il se propose de poursuivre. Il signale, entre autres faits intéressants, que le nitrile glutarique, ainsi que le nitrile succinique et d'autres nitriles non saturés, se comportent vis-à-vis du réactif de Grignard comme pseudo-acides; la réaction étant très complexe demande une étude plus complète que l'auteur se propose de poursuivre.

Tels sont résumés brièvement les principaux travaux présentés par M. P. Bruylants et qui se rapportent aux deux domaines principaux de la chimie.

Le Jury a estimé unanimement qu'ils attestent suffisamment la valeur de leur auteur, des connaissances solides et étendues, une possession complète des méthodes scientifiques, une aptitude remarquable à vaincre les difficultés expérimentales et une persévérance laborieuse qui, associée à une pensée originale, doit conduire M. P. Bruylants à des découvertes importantes. C'est pourquoi le jury vous propose de lui accorder un prix de trois mille francs de la Fondation Agathon de Potter.

Séance publique du samedi 16 décembre 1922.

M. Aug. Lameere, directeur de la Classe.

Prennent également place au bureau : MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin, *vice-directeur* de la Classe, et le Secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Ch. Lagrange, Léon Fredericq, A. Gravis, G. Cesàro, F. Swarts, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, P. Stroobant, E. Marchal, J. Bordet, L. Crismer, Edm. van Aubel, *membres;* A. Brachet, Th. De Donder, V. Grégoire, P. Fourmarier, O. Dony, *correspondants;* G.-A. Boulenger, *associé.*

Assistent à la séance :

Classe des lettres et des sciences morales et politiques. — MM. le baron A. Rolin, L. de la Vallée Poussin, H. Delehaye, J. Bidez, *membres;* J. Cuvelier, H. Vander Linden, *correspondants.*

Classe des beaux-arts. — MM. Victor Rousseau, *directeur de la Classe;* Ém. Mathieu, baron Franz Courtens, J. De Vriendt, L. Solvay, Jules Brunfaut, E. Rombaux, Émile Claus, Paul Bergmans, E. Verlant, *membres;* René van Bastelaer, E. Fabry, Jean Delville, *correspondants.*

Absences motivées :

Classe des sciences : MM. Lohest, Massart, Lecointe, Cornet, membres; Stuyvaert et Dehalu, correspondants.

Classe des lettres et des sciences morales et politiques : MM. M. Vauthier, directeur; le comte Goblet d'Alviella, Pirenne, S. Ém. le cardinal Mercier, membres; le comte Carton de Wiart, correspondant.

Classe des beaux-arts : MM. Vinçotte, Winders, Hermans, Frédéric, membres; De Boeck et Jaspar, correspondants.

M. Aug. Lameere, directeur, lit un discours sur *L'Histoire naturelle des Dicyémides.*

M. O. Dony-Hénault fait une lecture sur *Les Progrès de l'Électrochimie.*

Ces lectures sont publiées ci-après.

Il est procédé ensuite à la proclamation des résultats des concours et des élections.

I. — CONCOURS ANNUEL DE L'ACADÉMIE POUR 1922.

Sciences naturelles.

PREMIÈRE QUESTION.

On demande des recherches originales sur l'hérédité et la variabilité chez les champignons ou chez d'autres Protistes.

Un mémoire a été reçu.

Le prix de mille cinq cents francs a été décerné à l'auteur, M. VAN DEN DRIES, professeur à l'Athénée royal d'Anvers.

TROISIÈME QUESTION.

On demande la description pétrographique et géologique d'une région métamorphique de l'Ardenne.

Un mémoire a été reçu.

Le prix de mille cinq cents francs a été décerné à l'auteur, M. J. ANTEN, chargé de cours à l'Université de Liége.

Sciences mathématiques et physiques.

QUATRIÈME QUESTION.

On demande une contribution importante à l'étude des combinaisons halogénées aliphatiques.

Un mémoire a été reçu.

Le prix de mille cinq cents francs a été décerné à l'auteur, M. VAN DE WALLE, chef de travaux à la Faculté des sciences de l'Université de Bruxelles.

II. — PRIX PERPÉTUELS.

PRIX F. DERUYTS.

(Troisième période : 1er mai 1910-30 avril 1914, prorogée au 1er mai 1922.)

Le prix n'a pas été décerné.

PRIX E. LAURENT.

(Cinquième période : *Flore du Congo*, 1913-1916, prorogée au 31 décembre 1921.)

Le prix de neuf cents francs est attribué à M. E. De Wildeman, pour l'ensemble de ses travaux sur la flore du Congo.

PRIX CH. LEMAIRE.

(Treizième période : 1er juillet 1920-30 juin 1922.)

Le prix n'a pas été décerné.

PRIX AUGUSTE SACRÉ.

(Deuxième période : 1er août 1912-31 juillet 1918, prorogée au 31 juillet 1922.)

Le prix n'a pas été décerné.

PRIX AGATHON DE POTTER.

(Première période : 1919-1921.)

Chimie.

Un prix de trois mille francs a été décerné à M. Pierre Bruylants, professeur à l'Université de Louvain, pour l'ensemble de ses travaux publiés pendant la période.

Sciences minérales.

Un prix de trois mille francs est attribué à MM. Fernand Delhaye, ingénieur à Mons, et Maurice Sluys, ingénieur à Bruxelles.

Les prix de Mathématiques, de Physique, de Biologie animale, de Biologie végétale et d'Astronomie ne sont pas attribués.

FONDATION AGATHON DE POTTER.

Les subventions suivantes ont été accordées :

Huit mille cinq cents francs à M. P. Bruylants pour l'achat d'un spectrographe.

Huit cents francs à M. F. Swarts pour la transformation d'un appareil destiné à des travaux à exécuter sous de hautes pressions.

Mille francs à M^lle^ G. Hannevart pour lui faciliter l'étude de la perméabilité cellulaire.

Mille francs à M^lle^ van Oppenbosch pour l'aider dans ses recherches sur la caryocinèse des Floridées.

Cinq cents francs à M. Tits pour l'aider dans ses études sur la cytologie des algues floridées.

Cinq cents francs à M. Conard pour l'aider dans ses recherches sur la cicatrisation chez les algues marines.

Cinq cents francs à M. J. van de Velde pour lui faciliter l'étude de la circulation sanguine chez certains poissons.

Huit cents francs à M. V. van Straelen pour l'aider dans ses travaux sur les crustacés fossiles.

PRIX JEAN-SERVAIS STAS.

Un exemplaire des œuvres de Stas est offert aux étudiants qui ont obtenu au cours de l'année 1922 le diplôme légal de docteur en sciences chimiques avec la plus grande distinction :

MM. De Rudder, Franz
Popelier, Jean
(de l'Université de Bruxelles).

Haut, Jean, à Namur
Franssen, Arthur, à Fouron-Saint-Pierre
(de l'Université de Liége).

Baerts, Frans, à Tirlemont
Castille, Armand, à Saint-Amand, Gand
Putseys, Paul, à Tirlemont
Carrière, Georges, à Nivelles
De Booseré, Omer, à Bruxelles
Herrent, Pierre, à Louvain

(de l'Université de Louvain).

III. — PRIX DU GOUVERNEMENT.

Prix décennal des sciences zoologiques.

(Troisième période : 1912-1921.)

Par arrêté royal du 14 décembre 1922, le prix est décerné à M. Aug. Lameere, professeur à l'Université de Bruxelles, directeur de la Classe des sciences, pour son travail : *Contributions à la connaissance des Dicyémides*, 3 parties, 1916 à 1918.

NÉCROLOGE.

La Classe a eu le regret de perdre, le 21 janvier 1922, M. Camille Jordan, de Paris, membre associé.

ÉLECTIONS.

Le 3 juin 1922, la Classe a élu *associé* de la Section des sciences mathématiques et physiques : M. J. Hadamard.

La séance est levée à trois heures.

A l'issue de la séance publique, les trois Classes de l'Académie se sont rendues en corps à la tombe du Soldat inconnu, pour y déposer une couronne.

LECTURES.

L'Histoire naturelle des Dicyémides.

Discours prononcé par M. A. LAMEERE, directeur de la Classe des sciences.

Chaque année, à la date anniversaire de la fondation de l'Académie, la Classe des sciences tient une séance à laquelle est invité le public; celui-ci peut de cette manière suivre les travaux de nos académiciens et se rendre compte de leurs préoccupations scientifiques. Le Directeur de la Classe prononce un discours; un de ses confrères fait une lecture : l'un et l'autre choisissent des sujets d'intérêt général qui se rattachent à l'objet de leurs études particulières.

Je vais vous parler des Dicyémides, animaux que notre illustre compatriote Édouard Van Beneden a rendus célèbres; vous verrez, d'après ce que je pourrai vous en dire, en me basant sur mes recherches personnelles, si j'ai eu tort de vouloir vous entraîner dans un domaine qui, à première vue, pourrait vous apparaître comme ayant un caractère trop spécial.

Organismes vermiformes microscopiques, mais cependant visibles à l'œil nu, les Dicyémides vivent par myriades dans les sacs rénaux, physiologiquement comparables à une vessie urinaire, des Mollusques de la classe des Céphalopodes, par exemple des Seiches et des Poulpes; ce ne sont pas, à proprement parler, des parasites internes, car ils vivent fixés par une extrémité plus ou moins renflée en une sorte de tête, à la paroi de ces corps spongieux, accompagnant les principales veines qui constituent les reins de leurs hôtes, et ils baignent dans l'urine.

Leur structure est des plus simples; ils n'ont pas de tube digestif; un épiderme formé d'une seule couche de cellules ciliées enveloppe une grande cellule interne, la cellule axiale; celle-ci renferme une cellule-germe se multipliant pour donner d'autres cellules-germes qui évoluent directement en embryons dans la cellule axiale; leur développement terminé, les jeunes perforent la paroi de l'organisme maternel et vont se fixer au rein du Céphalopode.

On ne parlait pas des Dicyémides, car ils étaient encore à peine connus, lorsque Édouard Van Beneden eut l'occasion de les étudier à Villefranche et à Ostende; il les mit au premier plan de la science dans un travail publié par notre Académie en 1876. Nous sommes émerveillés aujourd'hui de la justesse et de la profondeur de ses observations; certes, notre vénéré maître est loin d'avoir pu tout voir avec les moyens techniques dont il disposait il y a près d'un demi-siècle, mais ce qu'il a vu est figuré d'une manière irréprochable et porte la marque de cette exactitude scrupuleuse caractérisant toutes ses œuvres. L'ouvrage sur les Dicyémides eut un retentissement universel, surtout parce que son auteur avait eu une idée de génie.

Le règne animal, si on le conçoit à la façon des anciens, comme formé de l'ensemble des êtres vivants mobiles, comprend deux catégories : les Protozoaires et les Métazoaires.

Les Protozoaires, les Infusoires par exemple, sont formés d'une cellule unique, ou bien ils ne présentent qu'un seul feuillet, tels les Volvox; les Métazoaires sont multicellulaires et ils étaient sensés, à l'époque à laquelle Édouard Van Beneden fit ses recherches, posséder trois feuillets : un ectoderme, un mésoderme et un endoderme, ce dernier feuillet limitant la cavité digestive. Le grand professeur de l'Université de Liége crut que les Dicyémides étaient des animaux à deux feuillets, ectoderme et endoderme, sans mésoderme, l'endoderme étant représenté par la cellule axiale renfermant les embryons. En conséquence, il considéra les Dicyémides comme appartenant

à un grand embranchement intermédiaire entre les Protozoaires et les Métazoaires, leur imposant la dénomination fort heureusement choisie et qui fit fortune, de Mésozoaires.

C'était une vue très profonde, une hypothèse des plus fructueuses dans l'état où se trouvait la science à ce moment, car elle appelait l'attention sur l'origine des feuillets chez les animaux; nous verrons que la conclusion d'Édouard Van Beneden était erronée; elle était cependant rigoureusement logique et légitime : les Dicyémides, étant des parasites, n'étaient évidemment pas considérés comme étant les ancêtres des Métazoaires, mais bien comme les survivants actuels d'un type de transition entre les Protozoaires et les animaux véritables.

La découverte des Orthonectides par l'éminent biologiste français Alfred Giard vint sembler donner raison à Édouard Van Beneden : ces organismes, parasites de Vers ou d'Échinodermes, mais vivant à l'état adulte librement dans la mer, sous forme de mâles et de femelles, ou d'hermaphrodites, ne présentent qu'un ectoderme et un endoderme, celui-ci étant constitué uniquement par des œufs ou par des spermatozoïdes, sans cellule axiale; notre confrère M. Charles Julin les rangea à côté des Dicyémides dans l'embranchement des Mésozoaires; cette association, acceptée par Édouard Van Beneden, fut admise désormais par tous les naturalistes, et les nouvelles observations que j'ai pu faire cette année même à la Station zoologique de Wimereux la confirment pleinement.

Cependant les vues d'Édouard Van Beneden ne furent pas entérinées par tous les savants : la simplicité des Mésozoaires fut considérée par beaucoup d'entre eux comme une simplification de structure due au parasitisme; ce devaient être des Métazoaires dégénérés, mais lesquels? Giard y voyait des Rotifères, Metschnikoff des Dinophiliens, Leuckart et bien d'autres des Trématodes. Hatschek émit une tout autre opinion : les Mésozoaires étaient des larves *planula* de Cœlentérés frappées d'infantilisme parasitaire. Pierre Van Beneden, le savant profes-

seur de l'Université de Louvain, à qui nous devons les fondements de ce que nous savons sur les parasites, pensait qu'il s'agissait de Protozoaires.

Les progrès des connaissances zoologiques vinrent accentuer les doutes sur la signification des Mésozoaires; les plus primitifs des Métazoaires, les Éponges et les Polypes, sont des animaux fixés et bourgeonnants; ils ne semblent pas du tout pouvoir dériver d'un organisme qui rappellerait un Orthonectide ou un Dicyémide vivant librement; de plus, les Éponges et les Polypes ne possèdent qu'un ectoderme et un endoderme; ils n'ont pas de mésoderme, comme on le croyait jadis, ce troisième feuillet étant caractéristique des Métazoaires supérieurs, des Cœlomates; les Éponges et les Polypes, n'ayant que deux feuillets, sont les véritables Mésozoaires d'après la définition d'Édouard Van Beneden.

Les travaux ultérieurs sur les Orthonectides et sur les Dicyémides, tout en apportant quelques faits nouveaux très importants, n'ont jeté aucune lumière sur la signification réelle de ces organismes.

A la mi-juillet 1914, je suis parti pour Roscoff, à l'effet d'aller y étudier les Dicyémides; M^me^ Jacques Errera avait mis à la disposition de l'Université de Bruxelles une table à la Station biologique et j'avais été désigné pour l'occuper avec mes collègues, notre confrère M. Albert Brachet et M. Marc de Selys-Longchamps. La guerre nous retint quatre années en un exil dont nous ne pouvons nous souvenir qu'avec une profonde émotion : nous fûmes comblés des attentions les plus délicates et les plus affectueuses par les savants français, particulièrement par l'illustre professeur Yves Delage, tant regretté. J'ai pu poursuivre mes recherches sur les Dicyémides durant plusieurs saisons à Roscoff, au laboratoire d'Évolution des Êtres organisés de la Sorbonne, fondé par Giard et dirigé par M. le Prof^r^ Caullery, et à Antibes, au laboratoire de la Villa Thuret, placé sous la direction de M. le Prof^r^ Poirault.

Il s'agissait d'abord de débrouiller l'embryogénie de l'organisme dans l'espoir de retrouver dans son développement des traces récapitulatives de l'origine des Dicyémides. La découverte due au hasard d'un procédé approprié et l'emploi d'un admirable objectif de construction française me fournirent la solution.

La cellule-germe se divise en deux cellules, dont l'une donnera toutes les cellules de l'ectoderme cilié. L'autre cellule subit une bipartition : ces deux rejetons sont la future cellule axiale et la première cellule-germe. Celle-ci pénètre dans l'autre, de sorte que, par comparaison avec ce qui existe chez tant d'autres animaux, la cellule axiale n'est qu'une cellule folliculeuse, nourricière des cellules-germes issues de la première; cette cellule axiale, qui semblait si énigmatique, n'est qu'une cellule reproductrice sacrifiée au développement des autres. Le Dicyémide est donc formé uniquement, comme l'Orthonectide, d'un ectoderme enveloppant des gonocytes.

L'embryon se conduit absolument comme celui d'un Ver, mais ce Ver reste nain; il n'a que quelques segments dont le nombre de cellules épidermiques est réduit au minimum; l'embryon montre de plus nettement des caractères n'existant que chez les Vers du groupe des Échiuriens et particulièrement dans le genre *Bonellia*.

Bonellia viridis, qui vit dans la Méditerranée, est un Échiurien extraordinaire. Le mâle est extrêmement différent de la femelle. Celle-ci est un Ver fouisseur de la grosseur du poing dont la tête est prolongée en une longue trompe bifurquée pouvant avoir un mètre de long. Les mâles sont microscopiques et entièrement ciliés; ils ressemblent à des Infusoires. Adultes on les trouve à plusieurs dans l'appareil reproducteur de la femelle, où ils vivent en parasites, leur tube digestif étant quasi atrophié. Mâle et femelle proviennent de larves identiques; si la larve arrive en contact avec le fond de la mer, elle devient un individu femelle; si elle s'attache à la trompe d'une femelle déjà constituée, elle deviendra un mâle qui, descendant le long de

cette trompe, entre dans le tube digestif et, après y avoir vécu un certain temps, en sort pour pénétrer dans l'unique orifice génital de la femelle. Chez cet animal, le sexe est donc déterminé par l'ambiance; et ce qu'il y a de plus curieux encore, c'est que si l'on détache un mâle de la trompe de la femelle à laquelle il s'était fixé et si on le met dans les conditions requises pour la production d'une femelle, ce mâle devient hermaphrodite d'abord et femelle ensuite. Ce fait est intéressant pour nous, car les Orthonectides sont ordinairement sexués, mais il en est également d'hermaphrodites, et les Dicyémides présentent dans leur cycle biologique, comme nous allons le voir, une phase hermaphrodite. Nous trouvons ici une vérification nouvelle de la loi de Pelseneer d'après laquelle la sexualité est primitive chez les êtres vivants et l'hermaphrodisme secondaire.

Les prétendus Mésozoaires sont par conséquent des Vers du groupe des Échiuriens dérivés du genre *Bonellia*, chez lesquels le nanisme et la dégénérescence accompagnant la vie parasitaire ont affecté la femelle aussi bien que le mâle; nous aurions pu nous douter depuis longtemps de cette conclusion, car M. Caullery a découvert que la femelle de l'Orthonectide possède un orifice de ponte placé exactement là où est situé celui de la femelle de *Bonellia*, et que le mâle, beaucoup plus petit que sa femelle, s'approche de l'orifice de celle-ci pour émettre ses spermatozoïdes par l'extrémité antérieure du corps, comme le fait le mâle de *Bonellia*.

Nous sommes donc en présence d'un cas de simplification extrême chez un Métazoaire : les Orthonectides et les Dicyémides sont des Vers réduits à un épiderme et à des cellules reproductrices.

L'on a pris l'habitude de considérer les parasites comme étant des êtres dégénérés; certes, le parasite a pu sans danger pour sa vie subir un élagage d'organes devenus superflus et par compensation acquérir une puissance reproductrice extrême, ce qui permet à l'espèce de se maintenir malgré les vicissitudes

auxquelles elle est soumise; mais, si l'on considère comme supérieur l'organisme qui a présenté l'évolution la plus compliquée, l'on pourrait tout aussi bien parler de perfectionnement; sous ce rapport, il n'est peut-être pas de Métazoaires supérieurs aux Dicyémides, car, vous allez pouvoir vous en rendre compte, le cycle biologique de ces Échiuriens est devenu quelque chose de fantastique.

Les individus de Dicyémides dont j'ai parlé exclusivement jusqu'ici sont ceux que l'on rencontre le plus habituellement dans les reins des Céphalopodes; ils offrent de nombreuses générations, mais ils ne sont pas les introducteurs de l'infestation parasitaire dans leur hôte. J'ai découvert à Roscoff, dans de très jeunes Seiches pêchées au fond de la mer quelques jours après leur naissance, des individus différant des individus ordinaires en ce qu'ils présentent notamment trois cellules axiales au lieu d'une, de telle sorte que leurs facultés reproductrices sont triplées. J'ai donné à cette phase du cycle biologique des Dicyémides, par analogie avec ce que présentent les Pucerons, le nom de génération fondatrice, car elle est formée d'individus qui produisent les premières formes à une seule cellule axiale. Il n'est pas douteux que ce sont des immigrés venus du dehors et qu'ils pénètrent dans les reins des Céphalopodes jeunes; ils sont équipés en conséquence; un certain nombre de leurs cellules épidermiques contiennent des amas de substances alimentaires de réserve qui permettent à ces animaux de jeûner pendant leur voyage. C'est au contact avec le fond et près des côtes que les Céphalopodes s'infestent donc, ce qui explique que les types pélagiques, comme les Calmars, n'offrent pas de Dicyémides, tandis que les Seiches et les Poulpes en possèdent toujours.

L'individu fondateur ressemble complètement à la femelle de certains Orthonectides, avec cette différence qu'au lieu de renfermer uniquement des cellules reproductrices, il contient trois couples formés chacun d'une cellule-germe enrobée dans une cellule axiale; l'existence de cellules folliculeuses est, par

conséquent, la caractéristique essentielle séparant le Dicyémide de l'Orthonectide, et il nous est permis de dire que l'individu fondateur du Dicyémide est une femelle d'Orthonectide qui, au lieu de se reproduire dans la mer, pénètre dans le rein d'un Céphalopode et y devient parthénogénétique.

Les cellules-germes des Dicyémides sont, en effet, les mêmes cellules qui, en se multipliant, donnent des œufs destinés à être fécondés chez un Orthonectide femelle; ce sont des oogonies; chez les Dicyémides, ces cellules se multiplient aussi, mais leurs rejetons ne passent pas par les stades habituels de l'oogenèse; les oogonies ne subissent pas l'accroissement préludant à la réduction chromatique qui s'accompagne de la formation de globules polaires; elles se segmentent directement en embryon sans se charger de vitellus; les embryons présentent en conséquence un phénomène extraordinaire : leurs cellules grossissent au fur et à mesure, après chaque bipartition, au lieu de diminuer progressivement de taille comme dans la segmentation d'un œuf ordinaire, c'est-à dire que les embryons sont nourris par la cellule folliculeuse axiale qui leur sert de matrice.

La parthénogénèse est donc associée ici à un phénomène de viviparisme qui n'est pas sans offrir de l'analogie avec ce que montrent les Mammifères dont l'œuf est devenu microscopique, sa pauvreté en vitellus étant compensée par l'alimentation utérine. Seulement, chez les Dicyémides, tout est comme si l'embryon se développait dans l'ovaire même, la cellule axiale étant plutôt comparable à cet organe.

La nature nous fournit ainsi chez les Dicyémides un genre de parthénogénèse qui n'est pas celui de l'Abeille, qui n'est pas non plus celui des Pucerons, des Daphnies ou des Rotifères, qui ne se rencontre ailleurs dans le règne animal que chez les Trématodes de la catégorie des Digénèses.

Les individus immigrants n'engendrent que des individus définitifs sédentaires; ceux-ci offrent de nombreuses générations successives semblables, et il y a lieu de croire qu'ils ne vivent

pas plus longtemps que les individus fondateurs. Une fois installée, la population des Dicyémides se renouvelle donc constamment dans les reins des Céphalopodes.

On peut se demander quel est le genre d'existence de ces singuliers animaux. Ils sont, comme certains Microbes, anaérobies, comme le sont aussi les Vers intestinaux, lesquels habitent un milieu toujours privé d'oxygène libre. De quoi se nourrissent-ils? Leur tête, qui les fixe au corps spongieux du rein et qui dans l'embryon rappelle beaucoup la grande trompe de *Bonellia*, ne semble guère leur servir que d'appareil adhésif; ils se nourrissent vraisemblablement comme le Ver solitaire, par toute la surface externe du corps, et c'est l'urine qui leur fournit leur alimentation. Ce sont des êtres inoffensifs pour leurs hôtes.

L'urine des Céphalopodes a une composition singulière, très différente de celle des autres Mollusques; notre éminent confrère, M. Léon Fredericq, nous l'a fait connaître; cette urine est très pauvre en produits azotés de régression; elle ne renferme ni urée ni acide urique, ce qui fait supposer que chez ces Mollusques supérieurs, exclusivement carnassiers, les produits d'excrétion, abondants dans ce qu'on appelle le foie, sont expulsés surtout par l'intestin. Par contre, l'urine des Céphalopodes renferme toujours une quantité d'albumine qui peut être évaluée en chiffres ronds à un centième de celle qui est contenue dans le sang; on a attribué cette albuminurie aux lésions que pourraient produire les Dicyémides, mais elle est normale, car l'urine des Calmars, dont les reins ne renferment pas de Dicyémides, est tout aussi albumineuse que celle des Seiches et des Poulpes. L'urine de ces Mollusques constitue un milieu nutritif et non toxique, suffisant pour alimenter des Vers.

Tant que les Céphalopodes sont encore dans l'âge de leur croissance, leurs sacs rénaux ne renferment que des générations parthénogénétiques de Dicyémides, mais lorsqu'ils entrent dans leur période de reproduction, ce qui arrive pour les Seiches à

leur deuxième ou à leur troisième printemps, et qu'ils se rapprochent des côtes pour s'accoupler et pour pondre, la scène change. Il semble y avoir une relation étroite entre le moment de maturité sexuelle des hôtes et le changement qui se produit dans leurs parasites; au métabolisme organique intense que témoigne le Céphalopode à cet âge correspond une accentuation vitale prodigieuse chez le Dicyémide.

Tous les individus produisent maintenant par une dernière parthénogénèse, non plus des êtres semblables à eux, mais une génération hermaphrodite qui est peut-être ce qu'il y a de plus remarquable dans l'histoire naturelle des Dicyémides. La forme hermaphrodite ne quittera pas la cellule axiale de l'individu qui l'a engendrée; elle n'est donc pas parasite du Céphalopode; elle est comparable à un animal qui se développerait dans l'ovaire maternel et qui y passerait toute sa vie; cet hermaphrodite donne des œufs qu'il féconde lui-même et ces œufs se segmentent en embryons en forme de toupie dans la cellule axiale de leur grand'mère. Les embryons évoluent en larves ciliées, abandonnant le Ver qui leur a servi de berceau et quittant le Céphalopode pour aller nager dans la mer.

L'oogonie qui va produire l'individu hermaphrodite se segmente en deux cellules inégales, et si tout se passait comme dans le développement d'une forme parthénogénétique ordinaire, l'une de ces cellules, la petite, donnerait l'épiderme cilié; l'autre, la grande, serait la cellule mère des gonocytes. Mais la petite cellule mère de l'épiderme se détache de l'autre, qui, à elle seule, produit tout l'embryon hermaphrodite. Celui-ci s'est donc débarrassé de sa peau, phénomène sans exemple dans l'animalité. Voilà jusqu'où peut aller la simplification chez un Métazoaire parasite; nous avons un Ver supérieur qui n'est plus représenté que par un amas de cellules reproductrices, qui est redevenu en quelque sorte un Protozoaire, car il a perdu ses feuillets, et cependant cet avorton, logé et nourri dans le corps maternel, a parmi ses ancêtres une énorme *Bonellia*.

Ni le célèbre Mollusque *Entoconcha*, qui a, comme les Dicyémides, perdu le système nerveux, ni la fameuse Sacculine, Crustacé qui arrive à ressembler à un Champignon, ne sont allés aussi loin dans l'évolution régressive.

L'hermaphrodite produit donc des œufs et des spermatozoïdes, et il n'est pas question ici de fécondation croisée, pas plus que dans une fleur cleistogame.

La fécondation croisée est souvent considérée comme étant essentiellement avantageuse ; l'on semble perdre de vue que sa très grande fréquence dans la nature est simplement due au fait que les œufs sont, de par leur croissance prolongée, presque toujours forcément en retard sur le développement des spermatozoïdes ; dans l'hermaphrodite des Dicyémides, les œufs prennent l'avance sur les spermatozoïdes, de sorte que tout est disposé de manière que des œufs complètement formés soient déjà prêts à cueillir les premiers spermatozoïdes constitués.

Il est facile de comprendre comment une fécondation intervient à ce moment dans le cycle biologique des Dicyémides, alors que nous n'avons eu jusqu'à présent qu'une parthénogénèse oogoniale ; l'œuf est relativement beaucoup plus volumineux qu'une oogonie parthénogénétique ; il est volumineux, car il est chargé de vitellus, ce vitellus permettant à l'œuf de produire la larve par un processus de segmentation normal, sans que les cellules de l'embryon augmentent de volume au fur et à mesure comme dans la segmentation qui donne les générations parthénogénétiques. La larve n'est pas nourrie par la culture axiale de sa grand'mère ; il n'y a pas viviparisme pour elle ; elle trouve dans l'œuf toute la nourriture nécessaire à son développement. Le vitellus accumulé dans cet œuf exige donc l'intervention d'un spermatozoïde qui provoque la segmentation, phénomène tout à fait inutile quand il s'agit simplement d'une oogonie, mais normal pour les œufs ordinaires des Métazoaires.

La larve naissant de l'hermaphrodite a été considérée à tort par Édouard Van Beneden comme étant le mâle ; elle fait l'effet d'un Infusoire, mais en réalité elle rappelle beaucoup la larve des Échiuriens et la larve des Orthonectides. Elle quitte son berceau, nage dans l'urine et sort du Céphalopode. On peut la conserver vivante pendant plusieurs jours dans l'eau de mer, car elle est pourvue de réserves alimentaires, tandis que les individus vermiformes y meurent rapidement de faim.

Que deviennent ces larves semées à profusion au voisinage des côtes ? Nous n'en savons rien, comme nous ignorons absolument d'où provient l'individu fondateur. Cette lacune de nos connaissances ne peut être comblée jusqu'à nouvel ordre qu'hypothétiquement, par comparaison avec ce qui se passe chez les Orthonectides.

Il est très vraisemblable que la larve des Dicyémides pénètre dans un hôte différent des Céphalopodes, hôte qui ne nous est pas encore connu ; là elle donnerait une génération qui produirait les individus fondateurs. Ce qui veut dire ceci : les Dicyémides seraient des parasites à migration, comme les Vers solitaires, et leur cycle biologique comprendrait deux périodes ; tout ce que nous connaissons de ce cycle constituerait une seconde période ajoutée à l'unique période du cycle des Orthonectides. Le Dicyémide sera un Orthonectide qui après avoir infesté un premier hôte l'abandonnerait, comme le fait l'Orthonectide, mais au lieu de terminer son évolution dans la mer, il pénétrerait dans les reins d'un Céphalopode ; là il produirait de nombreuses générations parthénogénétiques ; puis réapparaîtrait la fécondation avec l'individu hermaphrodite, non parasite du Mollusque celui-ci, moins emboîté dans une cellule folliculeuse et le représentant des deux sexes qui chez l'Orthonectide vivent dans la mer et produisent les larves. L'analogie est grande avec les Pucerons, chez lesquels des générations parthénogénétiques intercalées précèdent l'apparition de la génération sexuelle.

Retournons à notre Céphalopode, où nous avons laissé le Dicyémide vermiforme renfermant ses enfants, les individus hermaphrodites, et ses petits-enfants, les larves en toupie. A un moment donné, celui où vient à cesser pour l'hôte sa période de reproduction, la scène change encore une fois. Les hermaphrodites ne produisent plus ni œufs ni spermatozoïdes; ils disparaissent, résorbés dans la cellule axiale de leur mère, qui va bientôt mourir. Si aucun phénomène nouveau n'intervenait, les reins des Céphalopodes ne renfermeraient plus de Dicyémides, et cependant l'on constate que l'infestation se maintient par l'apparition de nouvelles générations parthénogénétiques.

D'où viennent ces individus qui reconstituent la population des parasites?

Les derniers embryons de larves qui sont renfermés dans leur grand'mère subissent un avatar singulier venant greffer encore un phénomène exceptionnel sur l'histoire naturelle des Dicyémides déjà si chargée de bizarreries. Les cellules de ces embryons perdent leur cohésion et elles se dispersent; l'embryon se disloque : chacune de ses cellules devient une oogonie parthénogénétique qui évolue en un individu vermiforme ordinaire. C'est de la polyembryonie, tout à fait comparable à celle que M. Paul Marchal nous a fait connaître chez divers Hyménoptères parasites, où d'un seul œuf proviennent de nombreuses larves.

Les nouveaux Dicyémides sont donc les arrière-petits-enfants de l'individu qui les a hébergés; dans celui-ci ont été nourris successivement des embryons d'individus parthénogénétiques et des individus hermaphrodites permanents; puis ont été logées des larves émigrantes; puis ont été nourris encore les embryons qui proviennent des cellules de larves disloquées et qui évoluent en individus de remplacement. Le vieux Dicyémide peut alors disparaître.

Les Dicyémides meurent, comme les Bryozoaires et les Tuniciers, de la diathèse urique, d'arthritisme, de la goutte, si l'on

peut employer ces expressions quand il s'agit de Vers. Leurs cellules épidermiques constituent des reins d'accumulation; elles se chargent de grains d'excrétion dont elles finissent par être encombrées. L'on voit ces cellules se renfler de manière à prendre peu à peu la forme de bosses de polichinelle; elles donnent un aspect tout à fait caractéristique au Dicyémide mourant.

Édouard Van Beneden a été bon prophète en mettant les Dicyémides à l'ordre du jour de la Zoologie : ces animaux ne sont pas des Mésozoaires, mais ils n'ont rien perdu de leur intérêt depuis que l'on commence à en avoir une idée plus complète. Nous ne connaissons point d'organismes qui aient accumulé dans leur évolution une telle somme de particularités exceptionnelles. Outre une simplification extrême en rapport avec leurs mœurs parasitaires, les Dicyémides montrent à la fois de la parthénogénèse oogoniale, du viviparisme folliculeux, de l'hermaphrodisme sans fécondation croisée, de la polyembryonie, et bien d'autres manifestations extraordinaires que j'ai dû passer sous silence, toutes anomalies qui s'interprètent d'ailleurs par les conditions actuelles de l'existence bizarre vers laquelle ces Vers ont été entraînés. Les Dicyémides sont précieux pour le biologiste qui cherche par les exceptions la compréhension des phénomènes généraux de la vie; ils sont un objet d'admiration pour le naturaliste qui voit dans tout être vivant une œuvre d'art qu'il s'agit d'expliquer.

Les Progrès de l'Électrochimie.

Lecture faite par M. Octave DONY-HÉNAULT, correspondant de l'Académie

Mes chers Confrères, Mesdames, Messieurs,

Dans le court laps de temps que la Classe des sciences m'a fait l'honneur de réserver à cette lecture, je n'ai pas l'intention, en vous parlant des progrès de l'électrochimie, de les exposer par le menu ou d'organiser un défilé au pas accéléré de petits faits nouveaux; ce serait pour votre attention une épreuve stérile.

Ce n'est point, du reste, pour exalter les récentes conquêtes de l'électrochimie que j'ai pris ici la parole, et j'aime mieux commencer par un aveu : il me semble que l'électrochimie n'a pas donné, dans ce premier quart de siècle, des récoltes aussi belles que dans les années de déclin du siècle précédent.

Sans doute, on pourrait tenter de grossir l'importance de ses découvertes : il suffirait de ramener vers elles une part de ces prestigieuses trouvailles ou de ces conceptions saisissantes par lesquelles les promoteurs de l'électronique et ceux de la radioactivité ont subitement renouvelé la face du monde chimique. Mais bien peu seraient dupes de la manœuvre; il est trop évident que les Rutherford ou les Bohr, les Soddy, les Thomson et les Aston, les Bragg, pas plus que les Curie ou les Debierne, ou les autres protagonistes éminents de la radioactivité, ne sont point des électrochimistes.

Incorporer à l'électrochimie les territoires de la radioactivité et de l'électronique qui lui sont adjacents, ce serait prati-

quer une annexion illégitime, et l'histoire montre qu'une annexion illégitime n'est jamais durable (1).

Par électrochimie, nous entendons donc, à la manière habituelle, l'ensemble des méthodes qui ont pour but principal — par l'emploi de l'énergie électrique sous l'une ou l'autre de ses formes connues — la poursuite de réactions chimiques et la production de corps nouveaux élémentaires ou composés.

Si l'on considère les formes principales d'action de l'énergie électrique, on peut, selon l'exemple de Berthelot, les ranger en courant électrolytique, effluve, arc et étincelle, en faisant une classe à part des opérations dites électrothermiques, c'est-à-dire de celles du four électrique où le courant est seulement utilisé à la production de chaleur dans des foyers extra-chauds (2).

Il y a donc un aspect industriel de l'électrochimie; mais elle en comporte un autre aussi important : le courant électrolytique ne peut traverser que les systèmes conducteurs, et pour qu'un système liquide soit conducteur, il faut qu'intervienne, au préalable, une métamorphose moléculaire; c'est l'ionisation qui, sous l'action d'un dissolvant ou par la mise en fusion ignée d'un sel, libère aux dépens des molécules des groupements nouveaux affectés d'une polarité et de propriétés toutes nouvelles. Ces ions, glissant dans le champ électrique, peuvent faire subir aux électrodes les décompositions électrolytiques; c'est aussi aux dépens de l'énergie de ces ions que les piles galvaniques produisent du courant.

L'étude scientifique de l'électrolyse et des piles suppose donc

---

(1) Dans Ostwald, *Évolution de l'Électrochimie*. Traduction Philippi. — Alcan, 1912, on lit page 262 : « Par suite de la nature électrique des rayons cathodiques, les phénomènes de la radioactivité appartiennent nettement à l'électrochimie, mais ils n'y ont pas encore trouvé d'application ».

(2) Disons en passant que Lummer, dans de récentes expériences, paraît avoir atteint, à l'aide de l'arc, une température voisine de 6,000°, en limitant l'évaporation des éléments, qui abaisse la température du cratère positif de l'arc dans les conditions ordinaires. — Lummer, *Verflüssigung der Kohle und Herstellung der Sonnentemperatur*. Vieweg und Sohn, 1914.

une interprétation du phénomène de l'ionisation et la connaissance de ses lois; elles constituent le corps même de l'électrochimie scientifique.

Il y a donc deux aspects principaux de l'électrochimie à considérer.

En réalité, comme Ostwald l'a fait remarquer, l'électrochimie industrielle et l'électrochimie théorique se sont développées au début presque isolément, et je pourrais, par conséquent, ne considérer ici que l'aspect théorique.

Mes confrères m'excuseront cependant de les éloigner quelque temps de la science toute pure pour examiner en termes brefs et en m'en tenant bien entendu à l'aspect général du problème, ce que l'on peut attendre du prochain avenir de l'industrie électro-chimique.

Depuis la grande catastrophe qui a fait craquer la charpente de notre monde continental, le public a pris conscience de la valeur nationale des industries, et il m'a semblé que, dans une séance publique, passer complètement sous silence l'aspect industriel des problèmes électrochimiques serait manquer de réalisme et d'opportunité.

Dans le chapitre que, dans son livre bien connu, Ostwald consacre à la technique électrochimique, il conclut avec optimisme « qu'on est au début d'une industrie qui a le plus grand avenir [1] ». Et, cependant, il fait bien voir au début de ce chapitre que le rendement électrochimique est, en général, assez faible, parce qu'il se compose d'un produit de plusieurs rendements élémentaires dont certains termes peuvent prendre une valeur minime. Sans doute, Ostwald partageait à ce moment l'état d'esprit assez répandu au tournant de ce siècle. J'ai personnellement gardé le souvenir très net de cette époque. C'est à ce moment, qu'encouragé à ce voyage par un de mes aînés de cette Classe, je fis un séjour dans les laboratoires

[1] W. Ostwald, *loc. cit.*, p. 241.

allemands, où régnait une atmosphère d'enthousiasme et d'émulation à laquelle on n'aurait pu se soustraire.

La théorie des ions, ébauchée vers l'année dix-huit cent quatre-vingt, venait de féconder tout le domaine chimique. J'en reparlerai tout à l'heure.

L'école d'Ostwald, qui avait déchaîné la grande bataille pour la physico-chimie, sortait victorieuse de la lutte; la nouvelle discipline faisait partout d'actifs émules, en Angleterre, en Italie, en Amérique et en Russie, sans oublier la Hollande et la Suisse. En France, la résistance de la chimie traditionnelle avait été opiniâtre, mais elle faiblissait désormais; les recherches de Raoult et de H. Le Châtelier, l'appui des physiciens, la critique parfois virulente de P. Duhem, l'action d'E. Duclaux dans le camp des biologistes avaient ouvert les voies, et de jeunes chercheurs pleins de ferveur : Perrin, Urbain, Vic. Henri, apportaient à la physico-chimie l'appoint d'exceptionnelles vocations. En Allemagne, Nernst surtout, Leblanc ainsi que Haber, qui n'avait pas encore engagé ses études catalytiques, ajoutaient à la connaissance de l'électrolyse des données fondamentales capitales. Ostwald, cependant, remettait en vedette la catalyse et Bredig illustrait ses prévisions d'expériences inattendues.

L'industrie électrochimique avait pris un rapide essor. Presque tous les procédés qui existent de nos jours étaient déjà pratiqués sous une forme plus ou moins définitive et, après avoir vu, à l'Exposition de Paris de 1900, les premiers fours électriques que Moissan et Héroult surtout avaient propagés en France, le public éclairé d'alors apprenait la naissance de la combustion électrochimique de l'air dans les usines du Niagara.

Il y avait dans cet ensemble d'événements et de découvertes de quoi susciter une foi ardente dans l'avenir industriel de l'électrochimie et, sans se rallier à l'enthousiasme robuste, un peu mystique même, de cet écrivain français intitulant un volu-

mineux ouvrage : *Tout par l'Électricité,* on pouvait être porté à croire à la prépondérance de l'électrochimie.

Si cependant nous rapprochons ce qui a été réalisé de ce que nous attendions, nous ne pouvons nous soustraire à un certain scepticisme. C'est l'impression que donne notamment l'état actuel de développement des usines électrolytiques. Sans doute, les appareils ont été perfectionnés dans un sens conforme à l'évolution générale de la technique, mais on demeure frappé de l'absence de nouveautés proprement dites. Incontestablement, les facultés créatrices de l'électrochimie industrielle paraissent ralenties, et l'on peut se demander si elles n'ont pas été exagérées. Quant à moi, plus je mettais la main à des études électrochimiques, plus j'étais amené à le craindre.

Certes, il arrive que l'emploi de l'électricité permette de résoudre des opérations chimiques que la chimie ordinaire ne sait exécuter. C'est le cas, par exemple, et jusqu'à un certain point, pour la fabrication électrolytique de l'aluminium, pour l'affinage électrolytique du cuivre, pour la production de l'acide persulfurique ou de ses sels par électrolyse, ou même pour celle de la soude; ici, les procédés électrochimiques, qui fournissent souvent des solutions élégantes, comportent des avantages en quelque sorte spécifiques.

Mais peu de procédés électrochimiques sont dans ce cas et, quand un procédé chimique coexiste au procédé électrochimique, la survivance de ce dernier est presque fatalement subordonnée à un prix de revient très avantageux de l'énergie électrique, car l'emploi du courant suppose pour les industries que n'alimente pas la houille blanche, outre les pertes inhérentes à la transformation d'énergie du combustible, les pertes de rendement presque toujours élevées liées à l'anatomie et à la physiologie des électrolyseurs.

On s'est fait aussi des illusions sur l'emprise que l'emploi du courant donne à l'électrochimiste sur les réactions des électrolyseurs. S'il ne se produisait en ceux-ci que des réactions

primaires aux électrodes, elles resteraient réglables dans de larges mesures par les facteurs du courant, mais ces derniers sont sans action directe sur les réactions secondaires qui peuvent s'accomplir à une distance quelconque de l'électrode, et qui jouent en électrolyse un rôle souvent dominant. L'échec des procédés électrolytiques dans la synthèse organique est surtout dû à cette circonstance.

Des influences étrangères et notamment des actions catalytiques qui échappent à la régulation de l'intensité et des facteurs du courant exercent sur les réactions aux électrodes une influence dominante.

Je voudrais encore signaler une autre cause d'infériorité industrielle de l'électrolyse qui n'a guère été mise en évidence jusqu'ici. Si l'on considère le nombre de calories absorbées ou dégagées dans l'unité de temps sous une forme quelconque d'énergie équivalente, par unité de volume utile d'un appareil, appelant ainsi l'espace où s'accomplit la transformation (1), il semble bien que l'évolution de la technique doit exprimer une tendance indiscutable à l'augmentation de concentration de la dépense d'énergie ainsi définie. Cette loi fait pendant à celle qui règle l'évolution des machines productrices d'énergie mécanique ou électrique dont la puissance croît beaucoup plus vite que leur volume, jusqu'à certaines limites variables avec la nature des machines considérées.

Eh bien, si l'on compare à ce point de vue les appareils électrolytiques industriels aux appareils métallurgiques, par exemple, ou, comme nous l'allons voir, aux appareils à transformation catalytique industrielle, on est amené à reconnaître l'infériorité notoire de leur capacité de transformation, qui est de beaucoup inférieure aussi à celle des fours électriques.

(1) La capacité de transformation ainsi envisagée nous donne donc une mesure de la puissance transformable par unité de volume — indépendamment de toutes contingences constructives ou mécaniques; elle ne se confond donc pas du tout avec « l'encombrement » qui est subordonné à ces contingences.

Tableau des capacités de transformation comparées d'un certain nombre d'appareils industriels exprimées en kilowatts par décimètre cube d'espace utile.

Appareils électrochimiques (1).	*Appareils métallurgiques* (2).	*Appareils catalytiques* (3).
Effluveurs < 0,01 ?	Synthèse de l'ammoniaque :	
Électrolyseurs à chlorates 0,13 (G).	procédé Haber 1,4	Haut fourneau de 450 m³ 0,45-0,15.
Électrolyseurs à soude 0,13 (G). (avec percolation).	procédé Claude 1	Convertisseur Thomas 9-12.
Électrolyseurs à aluminium 0,7 (G).		
Fours Birkeland 1-1,5.		
Fours à Carborundum 1,5-2 (G).		
Fours à carbure de calcium 4.-5 (G).		

Observations. — On a posé 1 k. w. heure = 860 calories.

(1) Les données de la première colonne, marquées G, ont été établies par M. François Gall, directeur des Usines de Notre-Dame de Briançon, à qui j'adresse ici mes remerciements.

(2) Les chiffres de la colonne 2 sont rapportés au volume de catalyseur, en admettant une densité voisine de 7 et un volume de vide intergranulaire de 0,50, d'après les données de G. Claude et Haber. — Voir *Comptes rendus*, 1920. Le catalyseur produit par gramme 0gr5 NH^3 par heure (Haber) et 6 grammes par heure dans le procédé Claude.

(3) Les chiffres de la troisième colonne sont tirés des calculs d'Osann (Stahl und Eisen, 21 août 1919), qui m'ont été obligeamment communiqués par mon collègue M. Sylvain Perin, professeur de métallurgie à l'École des Mines de Mons. Il s'agit pour le haut fourneau d'un appareil produisant environ 200 Ts de fonte Thomas par jour avec du minerai à 30 %. L'estimation est évidemment beaucoup plus élastique que pour le convertisseur, où la recette des calories est rapportée à 100 kilogrammes de fonte.

Ce tableau, que nous comptons compléter et discuter plus longuement en un autre lieu, a surtout pour objet de faire ressortir les différences majeures entre les catégories d'appareils, et nous ne le commenterons que très brièvement.

Dans le cas des effluveurs, l'évaluation du facteur n'est possible que pour les appareils sans diélectrique, qui ont pour ainsi dire disparu, car la zone utile est ici l'espace effluvé lui-même, et si ce dernier est limité par des lames diélectriques, nous ne connaissons point la portion d'énergie — très notable — qui se dépense pour les traverser. Mais bien certainement, la capacité de transformation des ozoneurs est sensiblement inférieure à celle des électrolyseurs, qui est elle-même trente à quarante fois plus faible que celle des fours à carbure, par exemple, et dix fois plus faible que celle des fours Birkeland.

Dois-je rappeler les espérances qu'à la suite des expériences de Berthelot on avait placées en l'effluve comme agent synthétique et l'impuissance réelle des appareils effluveurs sur le terrain industriel?

Les capacités de transformation des électrolyseurs mentionnées ci-dessus — il est bon de le dire — ont été choisies à dessein parmi les électrolyseurs fonctionnant à densité de courant élevée; beaucoup d'électrolyseurs donneraient des chiffres plus faibles encore. Si l'on était tenté d'attribuer seulement ce caractère à la température de fonctionnement des électrolyseurs, les chiffres du tableau se rapportant aux autres appareils montreront que cette supposition n'est pas fondée et que la capacité de transformation est loin d'être exclusivement déterminée par la température de réaction; ce qui limite avant tout la capacité de transformation des électrolyseurs, c'est la nécessité de maintenir au-dessous d'une certaine valeur la densité de courant aux électrodes. On n'oubliera pas, si l'on compare la capacité de transformation d'un électrolyseur à celle d'un appareil de catalyse (2e colonne), que dans le premier cas, il faut appliquer un coefficient de réduction égal au rendement, tandis que dans

le second la capacité est effective et se confond avec le rendement vrai.

Les emplois industriels des fours électriques trouvent chaque jour des voies nouvelles. Si l'emploi de la combustion électrochimique de l'air dans les fours Birkeland et de Schönherr, qui se pratique en Norvège dans de gigantesques installations, pour la fabrication de l'acide nitrique, ne s'est pas propagée, c'est que les réactions gazeuses d'équilibre qui s'y passent sont caractérisées par un rapport très défavorable des concentrations des constituants et qu'au surplus il est impossible, pour les réactions de ce genre, d'éviter le renversement partiel de la réaction avant la sortie du four.

Les méthodes catalytiques d'Haber et d'Ostwald, de Franck et Caro, se sont, du reste, montrées plus avantageuses pour la production de l'acide nitrique. Le procédé Haber donne l'ammoniaque, et ce gaz est transformé par combustion rapide en acide nitrique. Aussi, songe-t-on, paraît-il, en Norvège, à exporter, sous forme d'énergie électrique, vers le Danemark et à travers la mer, une partie de la force motrice des eaux captées dans les massifs scandinaves, l'électrochimie étant impuissante à absorber sur place les énergies disponibles.

J'ai mentionné la valeur élevée de la capacité de transformation par volume de catalyseur, dans le procédé Haber ou le procédé Claude, pour la production de l'ammoniaque. Elle est d'autant plus surprenante que la température de réaction est voisine de 500° seulement; elle est due évidemment à l'emploi des hautes pressions. On voit que la chaleur engendrée dans le procédé Claude au sein du catalyseur pourrait porter l'appareil à des températures supérieures à celles d'un four électrique. Cette condition limite donc étrangement l'emploi massif du catalyseur. Dans le cas des autres procédés catalytiques, la capacité d'action est beaucoup plus faible, mais, en général, elle doit être supérieure à celle des appareils électrolyseurs. Si l'électrolyse n'a point à redouter la concurrence de la catalyse, c'est

que cette dernière s'applique seulement aux transformations exothermiques; l'électrolyse, au contraire, convient surtout, comme l'expérience l'a montré, à la production des réactions endothermiques.

Cette réserve faite, si nous comparons, par exemple, la surface de cathode nécessaire pour produire par réduction électrolytique, à partir d'un nitrate de l'ammoniaque, au poids de métal de catalyseur nécessaire dans le procédé Haber ou Claude, nous trouvons que pour une densité cathodique de 5 a. par dm^2, il faut 1,5 à 17 dm^2 de surface électrolytique pour produire la quantité d'ammoniaque issue de 1 gramme de métal catalytiseur dans le même temps.

Voilà, en passant à l'extrême, une expression de l'infériorité relative de l'électrolyse.

Sans en dire davantage, je vous ai laissé entrevoir les raisons principales pour lesquelles un pays comme le nôtre ne peut être un royaume d'élection pour l'électrochimie industrielle : dépourvu de houille blanche, il n'a donné asile qu'à quelques usines électrolytiques et à quelques fours électriques.

Permettez-moi, avant de passer à la dernière partie de cet exposé, de faire ici une brève allusion à des travaux qui peuvent présenter pour l'avenir un intérêt réel et qui ont pour but de produire, sans aucun intermédiaire, de l'électricité à partir de l'énergie des combustibles et d'éviter ainsi la perte de rendement qui accompagne nécessairement l'emploi de machines génératrices de vapeur et d'électricité.

Les électrochimistes ont entrevu depuis longtemps la production de l'énergie électrique, à partir des combustibles, dans des piles de grande capacité, où la combustion du carbone ou bien encore celle de l'oxyde de carbone engendré au préalable dans un gazogène, fournirait le courant électrique, comme la dissolution du zinc le fournit dans un élément Leclanché, par exemple. C'est ce que l'on a appelé les piles à combustibles (*Brennstoffketten*).

L'économie possible par cette voie pourrait être notable, car la production de vapeur, qui précède la transformation mécanique dans la dynamo, conduit à une perte fatale qui, de 80 % pour de nombreuses machines, est réduite à 70 % par l'emploi des meilleures turbines à vapeur. Cette perte pourrait donc être sensiblement diminuée dans la production directe de l'énergie électrique.

Deux voies principales ont été suivies, le long desquelles de grandes difficultés expérimentales furent rencontrées. Quand la pile travaille à température basse, l'oxydation du carbone ou même celle de l'oxyde de carbone marche trop lentement pour que, même avec le secours du catalyseur, l'élément puisse débiter des courants appréciables. C'est Hoffmann [1] qui, dans cette voie, a obtenu les résultats les plus intéressants, avec une pile à pôles de cuivre, de force électromotrice de 1,04 volt; mais, dans cette pile, l'acide carbonique produit doit être libéré de l'alcali par la chaux.

La deuxième voie consiste à faire marcher la pile à température élevée : 8 à 900°. Dans ce cas, on n'a guère d'avantage à brûler le carbone solide, et c'est à l'oxyde de carbone qu'on s'adresse, en utilisant comme milieu conducteur un électrolyte fondu. Baur, au laboratoire électrochimique de Zurich, a obtenu dans cette voie des résultats très intéressants dans des expériences systématiques, en utilisant, pour augmenter les surfaces baignées par les électrolytes fondus, la porosité de la magnésie, et en employant comme électrodes des masses de fer et d'oxyde de fer. Il a ainsi obtenu des éléments qui ne se polarisent pas en débitant. Sans doute, il le reconnaît lui-même, les courants sont encore faibles et les difficultés de réalisation sur une grande échelle sont très réelles; mais rien ne permet, à la suite de ces jolies recherches, de rejeter pour l'avenir l'hypothèse de vastes constructions réfractaires, où le

(1) K.-A. Hofmann, *Berichte*, **51**, 1526, 1918; **52**, 1185 (1919); **53**, 914 (1920).

carbone de nos combustibles, employé sous forme gazeuse, engendrerait directement le courant électrique, silencieusement et sans l'habituel ronflement des grandes centrales, dans de vastes batteries dont les cheminées déverseraient dans l'atmosphère un acide carbonique exempt de poussières. Mais, ce qu'on entrevoit, c'est la difficulté de donner à ces batteries une capacité de transformation élevée, dans le sens que j'ai défini il y a quelques instants (1).

J'ai déjà fait allusion à l'ouvrage d'Ostwald, intitulé *L'Évolution de l'Électrochimie*. S'il est parmi mes auditeurs des personnes que le développement de l'électrochimie théorique intéresse et qui ne l'auraient point lu, je ne puis que les engager à parcourir ce petit livre substantiel, alerte et vivant. Le brillant et bouillant protagoniste de la physico-chimie y retrace d'une main de maître, parfois peut-être un peu pressée, le développement électrochimique, depuis ce qu'il appelle, d'un mot plus frappant que juste, la « Préhistoire », jusqu'à l'époque héroïque des ionistes. La préhistoire, c'est pour lui l'époque de Priestley et de Cavendish, celle qui précède immédiatement la Révolution française et la réforme chimique de Lavoisier. Il ne faut donc pas prendre au pied de la lettre un terme qui pourrait assimiler à quelque troglodyte celui qui découvrit, cent cinquante ans avant Ramsay, le résidu indifférent de l'air, que l'illustre Anglais devait identifier sous le nom d'argon. C'est, en revanche, en toute raison qu'Ostwald met hors de pair et incorpore à la période scientifique de l'histoire électrochimique l'œuvre d'un jeune relieur de Londres qui, protégé par l'aristocratique Davy, devait devenir l'immortel Faraday et qui associa durant toute sa vie une simplicité et une pureté de mœurs quasi sacerdotales

(1) E. Baur, *Helvetica Chemica Acta*, vol. IV, fasc. 3, 27 mars 1921. — Idem, *Brennstoff. Chemie*, 30 janvier 1921. — Idem, *Prometheus*, vol. XXIV, 29 april 1913. — Treadwell, *Zeitschr. für Elektroch.*, 1916, nos 21-22. — Baur, Petersen et Füllemann, *Zeitschr. für Elektroch.*, 1916, **22**, p. 409.

au plus fécond génie. C'est en effet lui qui édifia, pour les travaux de ses successeurs, une assise expérimentale inébranlable. Et, si la théorie d'Arrhénius donna plus tard aux recherches d'Hittorf et de Kohlrausch toute leur portée et leur véritable signification, on peut dire qu'elle aussi fut tributaire du labeur de Faraday.

Les traits principaux de la théorie d'Arrhénius sont assez connus, et la répercussion profonde qu'elle exerça sur l'ensemble des doctrines chimiques a été signalée et analysée un grand nombre de fois. C'est qu'en admettant la notion de dissociation électrolytique, qui fragmente les molécules ordinaires en particules conductrices affectées de propriétés nouvelles, Arrhénius introduisait dans la chimie une catégorie nouvelle de substances et favorisait par là le classement d'innombrables faits. Il éclaircit ainsi et compléta les théories de Vant'hoff, les expériences de Raoult et de Pfeffer, en rendant compte d'une manière rationnelle des anomalies qu'elles présentaient; de plus, en appliquant à la dissociation électrolytique les lois de l'équilibre, sa théorie allait rejoindre la thermodynamique chimique dont Gibbs et Guldberg et Waage venaient de formuler les lois.

Un lien était donc donné qui permettait de réunir, de manière systématique, un vaste ensemble de faits jusqu'alors incompris. La chimie entière en fut rénovée, depuis la détermination des poids moléculaires et depuis la chimie structurale jusqu'à la chimie analytique, qui emprunte à l'électrochimie des méthodes nouvelles, élégantes et précises, capables de venir en aide à l'analyste quand les méthodes ordinaires sont impuissantes.

Les biologistes utilisent aujourd'hui couramment les méthodes électrochimiques pour définir la réaction des milieux, et je n'exagérerai pas en disant, d'autre part, que la chimie des colloïdes — en laquelle tant d'espoirs ont été placés pour l'interprétation des phénomènes de la vie — a reçu de l'électrochimie un appui d'une valeur considérable, et que si le classement systématique des actions réciproques des sels sur les

colloïdes a pu être fait, c'est à la lumière de la théorie des ions. Mais je vais plus loin; et je ne crois pas me tromper en affirmant que la fécondité de la dissociation électrolytique dans l'étude des solutions a encouragé les physiciens à l'étude de la conductivité des gaz, de laquelle devaient sortir en fin de compte les radiations nouvelles, la radioactivité et l'électronique tout entière qui conduisent, par un chemin, à la structure de l'atome, et, par un autre, au soulagement des souffrances humaines.

Sans doute, les rayons cathodiques furent découverts par Plücker et Hittorf en 1869, donc avant la théorie d'Arrhénius, mais ils restèrent emprisonnés dans leur ampoule de verre jusqu'au moment où, avec la complicité de Lenard, ils s'évadèrent par une mince fenêtre d'aluminium, dans une expérience célèbre qui précéda d'un an la découverte des rayons de Rœntgen (1894-1895).

Si les belles expériences de Crookes sur les tubes à gaz raréfiés furent inspirées par une hypothèse fausse d'un quatrième état de la matière, il est à peu près certain que si J.-J. Thomson (lord Kelvin) créa en Angleterre le berceau de l'école anglaise de physique dont les émules ont apporté à la physique moderne un si somptueux tribut, c'est qu'il fut encouragé à l'étude de l'ionisation des gaz par la fortune de la théorie d'Arrhénius dans le domaine des solutions.

Il est impossible de ne pas remarquer l'analogie entre l'expérience fondamentale de Thomson, montrant que la conductivité de l'air n'est point due aux poussières, et celle de Kohlrausch, montrant que l'eau la plus pure conserve une conductivité. La valeur efficace d'une théorie ou d'une découverte scientifique ne peut pas être estimée sans égard à ses réactions secondaires sur les autres régions de la science, et ces réactions ne sont pas instantanées, mais au contraire toujours difficiles à prévoir. A ce point de vue, l'influence de la théorie de la dissociation a été profonde et, on peut le dire, presque incalculable, puisqu'elle s'est propagée jusqu'à la biologie et à

l'électronique modernes. Aussi n'hésiterai-je pas à dire que si l'industrie électrochimique dont j'ai parlé n'existait pas, l'électrochimie devrait encore être inventée et cultivée dans l'intérêt de l'humanité.

Ce qui surprend le plus dans l'exceptionnelle fortune de la dissociation de l'électrolytique, c'est la simplicité élémentaire du concept de l'ion.

De l'acte de la dissociation, Arrhénius ne nous apporte qu'une image simplifiée. Sans doute il introduit une notion quantitative en formulant l'équilibre des ions engendrés et des particules non dissociées restantes, la proportion des premiers allant en croissant avec la dilution. L'existence de cet équilibre permet d'évaluer la fraction de molécules dissoutes qui ont pris la forme d'ions et aussi, comme Ostwald l'a montré, d'estimer l'activité chimique d'une substance en solution. Aux dilutions extrêmes, il ne reste plus que des ions libres au sein du dissolvant, en ce sens qu'ils migrent séparément et que certaines propriétés fondamentales du corps dissous se composent additivement de celles de ses composants. Arrhénius n'a guère insisté sur l'action du dissolvant.

Plus tard seulement, Nernst et Thomson feront intervenir le pouvoir inducteur spécifique, pour en expliquer les facultés ionisantes. Arrhénius, lui, s'intéresse surtout et visiblement au produit de la métamorphose : l'ion engendré, comme représentant d'une nouvelle catégorie chimique, parce qu'en l'introduisant dans la classification des corps, il peut substituer l'ordre au chaos. Mais cette attitude du fondateur, très légitime au moment de ses découvertes, ne peut être définitive pour les ionistes. Bon nombre d'électrolytes, en effet, ne se conforment point aux formules d'Arrhénius et d'Ostwald. Ceux qui désobéissent à leurs lois sont précisément ceux qui passent pour s'ioniser le plus facilement. Il y a cependant de bons électrolytes qui se comportent normalement.

Près de dix corrections différentes ont été proposées, toutes

de nature empirique, pour provoquer une correspondance plus exacte des données expérimentales et des prévisions; aucune de ces formules corrigées ne s'est imposée.

Sans aucun doute, certaines d'entre elles sont plus heureuses, et l'on peut, à cet égard, citer les recherches laborieuses autant que précises de Walden comme la preuve de ce que les formules correctives de la théorie d'Arrhénius peuvent faire régner l'ordre dans un domaine assez vaste.

Ce savant a étudié la conductivité de plusieurs électrolytes dans un grand nombre de dissolvants organiques et dans l'eau pure et il a établi que dans tous ces véhicules et pour des dilutions très variables (de 64 à 50,000 litres) l'ionisation suit une loi commune concordant avec les formules de Kohlrausch.

Certes, on peut se borner, comme l'a fait Drucker, à corriger l'application des formules d'Arrhénius, en admettant l'existence d'associations d'ions ou d'ions complexes subissant l'influence de la dilution. Mais c'est à une méthode plus radicale que le Danois Bjerrum et l'Hindou Chandra Gosh ont eu recours récemment.

Elle consiste à admettre que lorsque les bons électrolytes se dissolvent dans l'eau, leurs constituants prennent directement l'état d'ions, c'est-à-dire à admettre une dissociation complète de l'électrolyte fort.

Cette hypothèse est en somme plausible, puisque l'analyse par les rayons X des réseaux cristallins des sels, tels que les chlorures alcalins, paraît montrer la préexistence d'ions qui y sont géométriquement disposés. Si l'ion préexiste dans le sel solide cristallisé, il n'y a guère de raison de penser que lors du passage dans un milieu très fortement diélectrique, cet ion cesse d'exister. Certainement, l'hypothèse d'une dissociation complète rend mieux compte de ce fait expérimental, qui a toujours causé quelque surprise, que les solutions équivalentes d'électrolytes forts ont toutes le même degré de dissociation.

Hertz, en 1912, et Millner, en 1913, avaient déjà fait voir

que l'existence d'innombrables charges électriques ioniques dans un petit volume de dissolvant a pour effet d'abaisser la pression osmotique et la conductivité dans ce liquide.

De l'existence de charges très rapprochées dans un liquide découle la nécessité d'une correction, de même que dans la théorie des gaz on doit faire intervenir, à l'exemple de Vanderwaals, la cohésion des molécules pour faire donner à la loi des valeurs conformes à l'expérience. Bjerrum [1] exprime par des coefficients spéciaux l'effet des attractions interioniques, dues aux charges électriques, sur la pression osmotique et sur la conductivité. Quant à Gosh, partant de l'hypothèse, discutée du reste, que l'attraction électrostatique est proportionnelle au produit des charges et inversement proportionnelle au produit de leur distance et du pouvoir inducteur spécifique, et utilisant le nombre aujourd'hui déterminé par des voies si nombreuses, qui expriment combien de molécules sont présentes dans une mole, il nous apprend à calculer la diminution de conductivité relative par la croissance de la concentration.

La théorie d'Arrhénius ne permet donc des calculs exacts qu'aux grandes dilutions; elle n'encercle que certaines classes d'électrolytes. Celle de Gosh devrait s'appliquer aussi bien aux solutions concentrées qu'aux diluées, car, quand la distance interionique devient grande, autant vaut dire quand la liberté de l'ion augmente, les deux théories conduisent au même résultat, mais la nouvelle embrasserait avantageusement tous les domaines de concentration et elle conduirait à corriger par surcroît les anomalies de la pression osmotique.

Le peu que je viens d'en dire vous donnera sans doute l'impression que la conception de Gosh est par trop statique. Les ions y paraissent distribués comme sur un réseau stationnaire. Or, les solutions ne sont point un milieu de repos, mais d'in-

---

(1) Bjerrum, *Zeitschr. für Elektroch.*, **24**, 321, 1920. — *Zeitschr. für anorg. Chemie*, **109**, 275, 1920.

cessante et fourmillante agitation; l'eau dormante n'est qu'une fiction poétique. Gosh a cependant tenu compte de cette condition en prenant en considération, dans une partie de son travail, l'énergie cinétique des particules.

Si la correspondance de ces prévisions avec l'expérience est encore douteuse, — et Arrhénius vient de soumettre la théorie de Gosh à l'épreuve de critiques très graves (1) — elle exprime néanmoins un très intéressant effort pour donner à la théorie de la dissociation un domaine d'application qui embrasse entièrement celui des solutions, et l'on voit avec satisfaction le paternel fondateur de la théorie s'abstenir d'une condamnation définitive des réformateurs schismatiques, malgré les preuves d'erreurs commises.

Dans la théorie de la dissociation complète des électrolytes forts, la mobilité de l'ion doit servir de point de départ et elle n'est pas nécessairement constante; la variation qu'Arrhénius attribue au degré de dissociation peut être ramenée à une variation de la mobilité. Il est donc intéressant de parvenir à cette dernière par un chemin nouveau.

En 1851, le physicien anglais Stokes a étudié le déplacement des petites sphères solides dans un fluide qui les mouille et il a donné une formule simple, de démonstration difficile, mais que l'expérience vérifie : la force de frottement qui s'oppose dans un fluide de viscosité η au mouvement d'une sphère de rayon ρ est $6\pi\eta\rho v$ quand v est la vitesse du déplacement.

Elle permet donc de déterminer le rayon de la sphère tombant d'un mouvement uniforme sous l'action de son propre poids. Chose bien curieuse, cette formule, tirée de l'observation de sphères de dimensions raisonnables, a pu être appliquée à la chute des grains d'une émulsion assez fine pour subir

(1) Cf. Arrhénius, *Zeitschr. für physik. Chemie,* **100**, p. 9, 1922. — Voir aussi Partington, *Trans. of Faraday Soc.,* **15**, 98, 1919. — Kallmann, *Zeitschr. für physik. Chemie,* **98**, 433, 1921. — Kendal, *Journ. Am. Soc.,* 1922.

l'incessante agitation du mouvement brownien (1) dans les expériences élégantes de M. Jean Perrin.

Einstein, à son tour, a appliqué la formule de Stokes au mouvement des molécules ordinaires en voie de diffusion (2). Mais, avant eux, le physicien français Pellat, dans une note précise des *Comptes rendus* (1907), avait eu l'idée d'en essayer l'application au mouvement de l'ion supposé sphérique, et il avait calculé ainsi le rayon d'un ion monovalent, qu'il avait trouvé de l'ordre de 10^{-8} centimètres. Depuis lors, R. Lorenz, encouragé par Einstein, a repris cette étude et il arrive pour la première fois à calculer d'avance, sans aucune mesure électrique, la vitesse avec laquelle les ions divers se déplacent dans un champ constant, vitesse à laquelle on a donné le nom de « mobilité ». La méthode de Lorenz ne permet toutefois de fixer la mobilité qu'entre deux valeurs limites, malheureusement un peu éloignées; il a étendu ses calculs à plus de cent espèces d'ions différents. Dans des expériences comme celles de Perrin, il s'agit de grains visibles au microscope et la vérification des dimensions calculées est possible directement avec assez d'exactitude; pour l'ion, il n'en est plus de même; la seule vérification possible est que la mobilité expérimentale vient se placer entre les limites calculées. Dans les recherches de M. Lorenz, la prévision s'est vérifiée quatre fois sur cinq pour les ions monovalents composés de nombreux atomes; pour les ions élémentaires, et notamment pour les cations alcalins, elle est en défaut.

En un livre récent (3), R. Lorenz a tracé, de très intéressante façon, la critique de la théorie d'Arrhénius et surtout l'ébauche

(1) Jean Perrin, *Les Atomes*. Paris, Alcan, 1913.

(2) Einstein, *Zeitschr. für Elektroch.*, **14** (1908), 237, et *Annalen der Physik* (4), 17, 549, 1915.

(3) Richard Lorenz, *Raumerfüllungs zahl und Ionen beweglichkeit*. Leipzig, 1922. Verlag. Leopold Voss.

des théories nouvelles; son travail contribuera sûrement à leur édification. On peut lui faire le reproche de n'avoir pas mis assez en lumière l'originalité de la pensée de Pellat, qui lui a tracé la voie.

Parmi les nombreux points de vue que Lorenz développe dans son livre, permettez-moi d'en signaler un qui paraît tout spécialement suggestif. Avec le concours du physicien Born, il développe cette idée, capable d'éclaircir les anomalies observées chez les ions élémentaires, que l'ion possède en quelque sorte une mobilité de deux ordres, l'une hydrodynamique, résultant du frottement de la sphère sur le fluide et répondant à la loi de Stokes; l'autre électrodynamique, provenant de ce que les charges des ions, en se déplaçant, provoquent des changements d'orientation temporaires de certains éléments constituants du dissolvant ayant aussi une polarité (dipoles); la perturbation électrodynamique ainsi engendrée doit être d'autant plus forte que la charge électrique de l'ion est plus élevée (ions polyvalents) ou qu'elle est répartie sur un plus petit nombre d'atomes, ou sur un atome unique (ions élémentaires). Cette théorie, développée par ses auteurs d'une manière systématique, fait maintenant l'objet du contrôle des physiciens; elle jettera peut-être la lumière sur l'attitude anormale des ions élémentaires et polyvalents quant à leur mobilité et sur le phénomène assez obscur de « l'hydratation des ions ». Si nous la mentionnons ici, c'est que, mieux que les quelques traits que j'ai tracés des théories nouvelles, elle permet de mesurer combien celles-ci s'éloignent par leurs fondements et par leur objectif de la théorie d'Arrhénius : l'étude du déplacement des ions conduit maintenant à celle de la constitution intime des dissolvants que la physique nouvelle peut encore aborder par d'autres voies.

J'ai parlé au début de cette causerie d'annexion illégitime. Permettez-moi, en terminant, d'en indiquer une tout à fait justifiée. Depuis quelques années, à la suite surtout des travaux de P. Weiss et de ses disciples, le problème du magnétisme des

corps a pris un aspect nouveau que ce maître a, du reste, exposé dans une brillante conférence organisée et publiée en brochure par l'Institut de Physique Solvay, à Bruxelles. Le magnétisme paraît s'accumuler dans les molécules par addition de quantités élémentaires, comme le font les charges électriques; il y aurait un magnéton élémentaire comme il y a un électron (1), et, en déterminant la répartition des magnétons dans la molécule, on aborde par un chemin tout nouveau le problème de la structure moléculaire. C'est l'objet de la *magnétochimie*, qui a déjà réuni un ensemble important de découvertes (2). En particulier, les recherches très étendues de notre collègue de Lille, M. P. Pascal, poursuivies depuis 1909, et celles de Rosenbohm (3) apportent la preuve bien nette que l'étude des propriétés magnétiques peut être utilisée avec grand succès comme méthode pour la résolution de problèmes délicats de structure moléculaire; je ne mentionnerai, à titre d'exemples, que les études récentes de M. Pascal sur les solutions colloïdales et celles d'acide silicique, et ses études antérieures sur les fonctions organiques.

On peut dire, dès à présent, qu'une nouvelle branche de science s'est constituée dont l'incorporation à l'électrochimie en agrandira et éclairera l'horizon.

Si la théorie de Born et Lorenz se vérifie, elle établira sans doute un lien entre l'ionisation et la magnétochimie, car les éléments du dissolvant que la charge en mouvement de l'ion influence en se déplaçant sont probablement ceux qui sont porteurs du magnétisme.

---

(1) Des exemples récents (Piccard et Bauer, *Journ. de Phys.*, 1920, p. 27) montrent que le nombre de magnétons n'est pas toujours un multiple entier du moment élémentaire de Weiss. D'autre part, l'unité de Weiss est contestée par Sommerfeld, qui en propose une cinq fois plus grande. — Voir A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien*, 3e édit. Brunswick, 1922, pp. 304-309.

(2) Voir Cabrera, *La Magnétochimie*, dans Journal de Chimie physique, **16**, 442, 1918. — Cette revue critique comporte un répertoire bibliographique.

(3) Rosenbohm, *Zeitschr. für physik. Chemie*, **93**, 693 (1919).

Les points de vue nouveaux que je viens de signaler, avec une brièveté que je ne pouvais éviter, subiront certainement d'amples retouches, mais l'hypothèse est l'élément fécondant des sciences, et l'apparition de concepts inusités dans le domaine de l'électrochimie est pour le développement de cette science dans le prochain avenir la meilleure promesse.

N. B. — La place nous fait défaut pour indiquer ici tous les mémoires de M. Pascal, depuis 1909; ils ont paru dans les *Comptes rendus*, dans le *Bulletin de la Société chimique de France* et les *Annales de Chimie et de Physique*. — Mentionnons toutefois sa Conférence à la Société de Chimie physique de Paris (23 avril 1913): *L'additivité des propriétés diamagnétiques et son utilisation dans la recherche des constitutions*. — Voir aussi *Comptes rendus*, 1921 et 1922, et notamment : t. CLXXV, n° 19, 6 novembre 1922, pp. 814-816.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ceséro (*G.*). Sur quelques nouveaux minéraux du Katanga. Liége, 1922; extr. in-8° (28 p., fig.). [29.561]

De Donder (*Th.*). Premiers compléments de la Gravifique einsteinienne. Paris, 1922; in-4° (36 p.). [28.879]

Demoor (*Jean*). Contribution à la physiologie générale du cœur. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (pp. 571-591, fig.). [29.558]

— Contributions à la physiologie générale du cœur. Liége, 1922; extr. in-8° (pp. 29-44, pl.). [29.559]

Errera (*Leo*). Recueil d'œuvres. (Pédagogie biographique.) Bruxelles, 1922; in-8° (336 p., portr., rel. de l'éditeur). [29.174]

Fourmarier (*P.*). Observations géologiques au Djebel Slata et au Djebel Hameima (Tunisie centrale). Liége, 1922; extr. in-8° (32 p., pl.). [29.563]

— Échantillons de sels potassiques d'Alsace. Liége, 1922; extr. in-8° (6 p.). [29.564]

— Tectonique générale des terrains paléozoïques de la Belgique. Liége, 1922; in-8° (79 p., fig., carte). [29.565]

Furst (*Arnold*). Éléments de chimie horticole. Namur, 1922; in-8° (144 p., 16 pl.). [29.168]

Galbrun (*H.*). Introduction à la théorie de la relativité. Paris, 1923; in-8° (457 p.). [29.169]

Haag (*J.*). Cours complet de mathématiques spéciales. T. II. Géométrie. Paris, 1921; in 8° (661 p., fig.). [29.166]

Johnston-Lavis (*H -J.*). Bibliography of the geology and eruptive phenomena of the more important Volcanoes of southern stoly. Londres, 1918; pet. in-4° (371 p., portr., rel. de l'éditeur). [29.170]

Lafon (*Ch*.). Étude sur le ballon captif et les aéronefs marins. Paris, 1922; gr. in-8° (201 p., fig.). [29.176]

Lohest (*M.*) et *Fourmarier* (*P.*). Traversée orientale de la Belgique, d'Arlon à Beeringen. Liége, 1922; in-8° (46 p., pl.). [29.562]

Marchal (*Ém.*) et *Sternon* (*F.*). Champignons parasites nouveaux pour la Flore belge, récoltés en 1915-1918. S. l. n. d.; in-8° (7 p., pl.). [29.576]

Marchal (*Ém.*). Les maladies charbonneuses des céréales et leur traitement. Bruxelles, 1922; in-8° (7 p., pl.). [29.577]

Margoulis (*W.*). Les hélicoptères. Paris, 1922; in-8° (85 p., fig.). [29.173]

Meurice (*A.-C.*). La genèse des astres (1re partie). S./V., s /d.; in-32° (56 p., fig.). [29.553]

Michel (*F.*) et *Potion* (*M.*). La composition des mathématiques dans l'examen d'admission à l'école polytechnique. Paris, 1922; gr. in-8° (452 p., fig.). [29.175]

Rutot (*A.*) et *Schaerer* (*Maurice*). L'inconnaissable existe-t-il? Bruxelles, 1922; extr. in-8° (16 p.). [29.560]

Schoep (*Alfred*). Sur la stasite, un minéral nouveau dimorphe de la divindite. Paris, 1922; extr. in-4° (3 p.). [28.873]

— Sur la divindite, nouveau minéral radioactif. Paris, 1922; extr. in-4° (13 p.). [28.874]

— Sur la becquerelite, nouveau minéral radioactif. Paris, 1922; extr. in-4° (2 p.). [28.875]

— Sur la kasolite, nouveau minéral radioactif. Paris, 1921; extr. in-4° (2 p.). [28.876]

— La soldite, nouveau minéral radioactif. Paris, 1922; extr. in-4° (3 p.). [28.877]

Schoep (*Alfred*). La curite, nouveau minéral radioactif. Paris, 1924; extr. in-4° (pp. 1186-1187). [28.878]

— Sur un minéral nouveau pour le Katanga. Liége, 1922; extr. in-8° (5 p.). [29.568]

— On the absence of cobalt in cornetite from Katanga Belgian Congo. S. l. 1922; extr. in-8° (1 p.). [29.570]

— Présence de la sphérocobaltite au Katanga. Liége, 1922; extr. in-8° (5 p.). [29.571]

— Sur la nature et la composition chimique d'un minerai de cobalt provenant du Katanga. Gand. S. d.; extr. in-8° (pp. 207-212). [29.572]

— et *Steinkuhler (W.)*. Sur le dosage de l'uranium en présence de l'acide phosphorique. Gand, 1922; extr. in-8° (pp. 156-159). [29.568]

— Présentation de quelques numéros du Katanga. Bruxelles, 1921; extr. in-8° (pp. 41-42). [29.569]

Schuyten (*M.-C.*). Over de periodiciteit van het menschelijk bestaan. Anvers, 1922; in-8° (15 p.). [29.557]

Stormer (*Carl*). Les phénomènes d'œuvre boréale et les problèmes qui s'y rattachent. Helsingfors, 1922; extr. in-8° (pp. 37-76, fig.). [29.552]

Van Oye (*Paul*). Contribution à la connaissance de la Flore et de la Faune microscopiques des Indes néerlandaises. Bruxelles, 1922; extr. in-8° (pp. 130-151). [29.573]

— Een vergiftigung door de steek. S. l., 1922; extr. in-8° (5 p., fig.). [29.574]

*** Jean Chalon (1846-1921). Bruxelles, s. d.; extr. in-8° (13 p., portr.). [29.575]

*** XXV^e^ anniversaire de Fondation de l'Institut chirurgical de Jumet. Jumet, s. d.; in-32° (23 p.). [29.566]

TABLE ANALYTIQUE

A. — COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

Académie (Cent cinquantième anniversaire de l'), 102, 230.

COMPTE RENDU DE LA CÉLÉBRATION :

Mardi 23 mai :

Réception au Palais des Académies, 237.

— à l'Hôtel de ville, 238.

Raout au Palais des Académies. Exposition commémorative, 238.

Mercredi 24 mai :

Séance commémorative au Palais des Académies, 240.

Discours de M. Vauthier, président, 245.

— de M. Masson, Ministre de la Justice, au nom du Gouvernement, 251.

— de Mgr Baudrillart, président de l'Institut de France, 254.

— de Sir William-B. Leishman, vice-président de la Société royale de Londres, 266.

Énumération des Académies et Sociétés étrangères représentées par des délégués ou ayant fait parvenir une adresse de félicitations, 268.

Discours de M. Lameere, directeur de la Classe des sciences, 273.

— de M. Pirenne, de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques, 279.

— de M. Verlant, de la Classe des beaux-arts, 290.

Réception au château royal de Laeken, 298.

Banquet, 298.

Discours (toast au Roi) par le président de l'Académie, 299.

Télégramme de Sa Majesté, 299.

Discours de M. Hubert, Ministre des Sciences et des Arts (toast aux invités étrangers), 300.

Toasts des délégués étrangers et des délégués des Académies belges, 302.

Volume jubilaire; médaille commémorative, 303.

Adresses, lettres et télégrammes de félicitations, 304.

Assemblée générale, 228.

Bibliographie :

Bulletins bibliographiques, 46, 100, 131, 174, 236, 456, 542, 628, 814.

Hommages d'ouvrages, 5, 48, 101, 133, 176, 328, 457, 544, 582, 632, 767.

Note sur des ouvrages présentés :

LAGRANGE (Ch.). Leçons sur la parole de Dieu (deuxième édition); note par l'auteur, 585.

LECLERCQ (V.). Sur les fonctions implicites; note par J. Deruyts, 550.

STROOBANT (P.). Les Progrès récents de l'Astronomie, vol. IX, première partie; note par l'auteur, 769.

VER EECKE (P.). Œuvres complètes d'Archimède (traduction); note par M. de la Vallée Poussin, 135.

Le Ministre des Sciences et des Arts transmet un ouvrage de M. Paulino Martin Modera, 417.

Cercle des Carpathes, Kesmark (Tchéco-Slovaquie) :

Établissement d'un observatoire, 581.

Comités nationaux :

Comité national de Géographie, 460, 581.

Comité national de Radiotélégraphie scientifique, 457, 460.

Voir : Conseil international de Recherches.

Comité provisoire d'assistance aux intellectuels russes :

Demande d'appui; don de la Classe, 418.

Comité secret, 5, 134, 176, 328.

Commission administrative :

M. Stroobant, délégué, 5.

Commission de la Biographie nationale :

Rapport, 230, 233.

Commission des Finances :

Élection, 633.

Commission des œuvres internationales à but scientifique, 133, 175.

Commission du 150e anniversaire :

Voir : Académie (Cent cinquantième anniversaire de l').

Communication dont le texte ne figure pas dans le Bulletin :

CESÀRO (G.). Sur l'ellipse d'inertie du triangle. Formule générale donnant l'orientation et la grandeur de ses axes. Solution graphique du problème. *Mémoires* in-4°, 769.

Concours annuels :

1922. Sciences mathématiques et physiques. Quatrième question. Réception d'un ensemble de trois mémoires. MM. Swarts et Crismer, commissaires, 458. Rapports, 545, 550. L'auteur, M. H. van de Walle, lauréat, et son travail imprimé dans les *Mémoires* in-8°, 544. Proclamation, 775.

— Sciences naturelles. Première question. Réception d'un mémoire. MM. Marchal et Gravis, commissaires, 458. Rapports, 582, 584. L'auteur, M. R. van den Dries, lauréat, et son travail inséré dans les *Mémoires* in-4°, 584. Remerciements, 631. Proclamation, 775. — Troisième question. Réception d'un mémoire. MM. Lohest et Fourmarier, commissaires, 458. Rapports, 639. L'auteur, M. J. Anten, lauréat, et son travail inséré dans les *Mémoires* in-4°, 644 Proclamation, 775.

1924. Programme, 768.

Congrès géologique international (XIII[e]) :

MM. Lohest, Rutot, Cornet et Fourmarier, délégués de l'Académie, 327.

Congrès international de Géographie et d'Ethnographie (X[e]), au Caire, en 1925, 417.

Congrès international de Physiologie (XI[e]), à Édimbourg, en 1923.

Communication de la Classe (elle n'accepte pas l'invitation), 631.

Congrès international des Américanistes (XX[e]), 543.

Conseil international de Recherches :

Liste des propositions soumises à la session de 1922, 175. — Demande de personnalité civile, 175. — Propositions du Japon, de la Suède et des États-Unis; résolutions transmises aux délégués belges, 328, 329, 330. — Résolutions de l'Assemblée plénière des Comités nationaux, auxquelles la Classe se rallie; demandes au Gouvernement, 330. — Session de 1922 : constitution définitive de six Unions internationales, 584.

Voir : Unions internationales.

Conseil supérieur des Bibliothèques publiques :

Représentant de l'Académie, 543.

Échange de publications :

La Société royale espagnole d'Histoire naturelle demande l'échange; accepté, 101.

Relations avec les institutions allemandes, 47.

Élections et nominations :

Remerciements de M. Cesàro, directeur sortant, 5.

(Juin) M. J. Hadamard, associé, 328, 417. Proclamation, 775.

PRÉSIDENT DE L'ACADÉMIE :

1922. M. Vauthier, 5.

DIRECTEUR :

1922. M. Lameere, 6.

1923. M. de la Vallée Poussin, 5.

VICE-DIRECTEUR :

1922. M. de la Vallée Poussin, 6.

Délégués aux diverses Commissions : Voir : Commission.

Erratum, 629.

Fondation A. De Potter :

Voir : Prix académiques.

Fondation G. Montefiore :

Prolongation de la période de concours, 47.

Gisement fossilifère de Bernissart :

L'État ne peut intervenir dans les frais d'entretien, 5.

Jubilés :

Réception de la médaille du cinquantenaire de l'Académie des Sciences, Arts et Lettres du Wisconsin, 48.

Université royale de Padoue, VII^e^ centenaire. M. Cesàro, délégué, 101.

Société royale des Sciences médicales et naturelles. Centenaire. M. Gravis délégué, 175. — Médaille, 417.

Société royale de Géographie d'Égypte. Cinquante et unième anniversaire, 417.

Societas pro Fauna et Flora fennica. — Remerciements, 5.

Motion :

Voir *Soldat inconnu.*

Nécrologie :

C. Jordan, associé, 47. — Nécrologe, 775.

Personnalité civile :

Rapport de MM. Vauthier, Dupriez et Errera, 229, 230. — Décisions de l'Assemblée générale, 229. — Adoption du projet de loi et d'arrêté royal rédigé par M. Vauthier, 419.

Plis cachetés :

Dépôt par MM. Verstraeten, 133; Ledent, 543.

Restitution de six plis à M. De Donder, 101.

Prérogatives de l'Académie, 229.

Prix académiques :

FONDATION A. DE POTTER :

Subventions à MM. Bruylants, Swarts, Tits, Conard, van de Velde, van Straelen, à Mlles Hannevart et van Opdenbosch, 176, 177. Proclamation, 777.

Période 1923-1926. Commission de la Fondation. Réélection des membres sortants, 769.

PRIX A. DE POTTER :
1re Période (1919-1921) — Constitution des jurys, 6. — Non-attribution des Prix de Mathématiques, de Physique, de Biologie animale, de Biologie végétale, 418, et d'Astronomie, 545. — Chimie : prix de 3,000 francs à M. P. Bruylants, 582. Rapport, 771. — Sciences minérales : rapport, 634; prix de 3,000 francs à MM. Delhaye et Sluys, 636. — Proclamation, 776.

PRIX F. DERUYTS :
3e Période (1910-1922) — Jury, 177, 328. — Prix non décerné, 634; montant ajouté au capital, 769. — Proclamation, 773.

PRIX E. LAURENT :
5e Période (1913-1921) — Jury, 6. — Lauréat : M. E. de Wildeman, 134. — Proclamation, 773.

PRIX CH. LEMAIRE :
13e Période (1920-1922) — Jury, 418; rapport, 636; prix non décerné, 638. — Proclamation, 773.

PRIX A. SACRÉ :
2e Période (1912-1922) — Jury, 458. — Prix non attribué, 636. — Proclamation, 773.

PRIX J. SCHEPKENS : Acceptation du capital, 49, 457. — Règlement, 102.

PRIX J.-S. STAS :
(1922) — 581. Proclamation, 774.

PRIX O. VAN ERTBORN : Acceptation du capital, 135, 457. — Règlement, 459.

Prix du Gouvernement :

PRIX DÉCENNAL DES SCIENCES MINÉRALOGIQUES (troisième période : *1907-1916*) : Rapport, 644, 767.

PRIX DÉCENNAL DES SCIENCES ZOOLOGIQUES (troisième période, *1912-1921*) : Jury, 47, 48, 457. Proclamation, 775.

PRIX GUINARD (onzième période) : Jury, 417, 418, 631.

PRIX DE LA BELGICA : Jury, 417, 418, 543.

Proclamation, 775.

Rapports :

a) **Sur les travaux publiés dans le *Bulletin* :** Voir ci-après la table ***B***.

b) **Sur les travaux publiés dans la collection des *Mémoires* :**

CARPENTIER. Musculature et squelette chitineux. Recherches sur le comportement de la musculature des flancs dans les segments cryptopleuriens du thorax, chez les Orthoptères (*Mémoires* in-8°) ; présenté avec rapport favorable par M. Lameere, 545.

CASTEELS. Études sur la génération des cubiques planes (*Mémoires* in-8°); rapporteur : M. Servais, 103, 328.

DE JANS (C.). La trajectoire d'un rayon lumineux dans un champ de gravitation à symétrie sphérique (*Mémoires* in-8°); rapporteurs : MM. Demoulin et De Donder, 48.

— La propagation de la lumière dans un champ de gravitation à système sphérique; rapporteurs : MM. Demoulin et De Donder (*Mémoires* in-8°), 103, 134.

— Sur le mouvement d'une particule matérielle dans un champ de gravitation à symétrie sphérique; rapporteurs : MM. Demoulin et De Donder, 460 (*Mémoires* in-8°), 768.

ERRERA (A.). Sur les polyèdres réguliers de l' « Analysis situs » (*Mémoires* in-8°); présenté avec rapport verbal par M. De Donder, 177.

Voir aussi : Concours annuels.

c) **Sur les travaux non publiés par l'Académie :**

BOËL. Étude sur le mécanisme du vol naturel. MM. Fredericq, Willem et de la Vallée Poussin, rapporteurs, 6; dépôt aux archives, 48.

GORIS (J.-E.). Dosage de l'alcool par décomposition catalytique sur l'alumine; commissaires : MM. Swarts et de Hemptinne, 419; renvoi à l'auteur, 633.

GOVAERTS (A.) Rapport sur l'organisation d'un office national d'Eugénique, présenté par M. Davenport; rapporteurs : MM. Brachet, Bordet et Fredericq, 103; la Classe engage l'auteur à remanier son mémoire et à le soumettre à l'Académie de médecine, 134.

KOULAGUINE (N.). Matériaux sur l'histoire naturelle des Aurochs de la forêt de Bélovèze, gouvernement de Grodno ; commissaires : MM. Lameere et Willem, 419; dépôt aux archives, 458.

SIRI (J.-O.). Supplément à la demonstration du principe dynamo-statique; commissaire : M. De Donder, 419; dépôt aux archives, 458.

VAN DEN BOSSCHE (J.). Établissement d'une formule exacte du pendule *et* Méthode nouvelle de mesure de l'accélération due à la pesanteur; commissaire : M. de la Vallée Poussin, 49; dépôt aux archives, 102.

— Établissement de l'équation du mouvement de la gravitation newtonienne à quatre dimensions *et* Établissement de la valeur exacte de π; renvoi à M. de la Vallée Poussin, 135; dépôt aux archives, 176.

— Sur les masses élémentaires constituant l'Univers, et sur l'énergie cosmique; commissaire : M. De Donder, 460; dépôt aux archives, 544.

Réforme des doctorats en sciences :

Communication de M. van Aubel; nomination d'une Commission pour faire rapport sur la question, 49; rapport de M. van Aubel et discussion, 419; l'examen de la question reporté à une date ultérieure, 459; sera poursuivi en janvier, 633.

Règlement général :

Modification à l'article 16, relatif aux jetons de présence, 229.

Séance commémorative, 240. Voir *Académie.*

Séance publique, 774 :

Lecture par M. Dony-Hénault, 330. Lettres d'excuses, 631. Le Roi empêché, 767. Les lectures sont communiquées, 769.

Séances ordinaires, 5, 47, 101, 133, 175, 327, 417, 457, 543, 581, 631, 767.

Présence de M. Saltykow, 327.

Société des Nations :

Appel de la Commission de la Coopération intellectuelle en faveur des intellectuels d'Autriche, 631.

Société des Sciences de Grèce :

Protestation contre la situation faite aux chrétiens d'Anatolie, 417.

Société eugénique tchéco-slovaque, Prague :

Centenaire de la naissance de G. Mendel, 544.

Soldat inconnu (Hommage au), 633, 775.

Tables internationales de constantes physiques :

Subvention pour 1921, 175.

Travaux à l'examen :

Pauwen (J.). Nivellement de haute précision d'une partie de l'Ourthe supérieure et études sur le creusement de cette vallée; renvoi à MM. Dehalu et le Paige, 633.

Van den Bossche (J.). Note sur la fonction du temps dans la thermodynamique céleste; renvoi à M. De Donder, 769.

Union des Associations internationales, sollicite l'appui de l'Académie dans la question de ses locaux au Palais du Cinquantenaire, 101. — Adresse le programme de la Conférence d'août, à Bruxelles, 418.

Unions internationales :

Union astronomique internationale. — Assemblée générale à Rome (mai 1922), 5; M. Stroobant, délégué en remplacement de M. Lecointe, déchargé sur sa demande, 48; rapport de M. Stroobant, 418. M. Stroobant délégué en remplacement de M. Lecointe, déchargé sur sa demande, 767.

Union géographique internationale. — Reconnaissance par la Classe de cette Union définitivement constituée, 584.

Union internationale de Géodésie et de Géophysique. — Rapport de M. Stroobant sur l'Assemblée tenue à Rome, 418. Réunion à Paris de la Section d'océanographie physique; M. A. de Gerlache délégué, 6.

Union internationale de Géologie. — Compte rendu des travaux par M. Rutot, 460.

Union internationale de la Chimie pure et appliquée. — Compte rendu des travaux par M. Swarts, 460.

Union internationale de la Physique pure et appliquée. — Compte rendu des travaux par M. de Hemptinne, 460. Reconnaissance par la Classe de cette Union définitivement constituée, 584.

Union internationale de Radiotélégraphie scientifique. — Compte rendu des travaux par M. De Donder, 460. Reconnaissance par la Classe de cette Union définitivement constituée, 584.

Union internationale des Mathématiciens. — Reconnaissance par la Classe de cette Union definitivement constituée, 584.

Union internationale des sciences biologiques. — Réunion à Paris de la Section d'océanographie biologique; M. Gilson, délégué, 6. Compte rendu des travaux par M. Lameere, 460. Reconnaissance par la Classe de cette Union définitivement constituée, 584.

Union internationale des sciences médicales. — Reconnaissance par la Classe de cette Union définitivement constituée, 584.

Université de Gand (Question de la transformation de l'). La Classe se rallie à la décision de la Classe des lettres, 545. Résolution, 632.

B. — COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Analyse mathématique :

SALTYKOW (N.). Sur le développement de la théorie des équations partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue, 592.

Biologie :

FREDERICQ (L.). Dans la Nouvelle Belgique (1 carte), 559.

LONAY (H.). Contribution à l'étude des relations entre la structure des différentes parties de l'ovule et la nutrition générale de celui-ci avant et après la fécondation (3 fig.), 24.

MÉLANT (A.). Sur les conditions qui déterminent l'encystement d'un Infusoire marin : *Euplotes harpa, Stein*, 406.

Voir *Embryologie, Physiologie, Zoologie.*

Biologie végétale :

CONARD (A.). Sur un nouveau mode de formation de la membrane dans les tissus cicatriciels d'une feuille (13 fig. et 4 schémas), 531.

MARTENS (P.). Le cycle du chromosome somatique dans le *Paris quadrifolia* (1 pl.), 124. — Rapport verbal de M. V. Grégoire, 102.

POMA (G.). L'influence de la salinité de l'eau sur la germination et la croissance des plantes halophytes (2 diagr.), 81.

TITS (D.). Les excitants de la germination d'un champignon : *Phycomyces nitens* (4 fig.), 219. — Présenté avec rapport verbal par M. Massart, 177.

Chimie :

BRUYLANTS (P.). Contribution à l'étude de la réaction des composés organomagnésiens sur les nitriles, 7.

BRUYLANTS (P.) et DONDEYNE (J.). Détermination du poids atomique du sélénium, 387.

DE HEMPTINNE (A.). Sur quelques propriétés du bioxyde de manganèse, 71.

DONDEYNE (J.). Voir Bruylants (P.) et Dondeyne (J.).

NAVEZ (A.). Recherches microchimiques sur la coumarine (9 fig.), 159.

SWARTS (F.). Sur le trifluorméthylcyclohexane, 331.

— Sur l'acide trifluoracétique (1 fig.), 343.

VAN HOVE (T.). Sur quelques dérivés fluorés du diphényle, 505.

Voir *Cristallographie et Chimie, Électrochimie* et *Physique et Chimie mathématiques.*

Cristallographie et Chimie :

MÉLON (J.). Sur la forme cristalline de l'atoxyl et sur ses caractères d'identification au microscope (6 fig.), 150.

Électrochimie :

DONY-HÉNAULT (O.). Les progrès de l'électrochimie, **793.**

Embryologie :

BRIEN (P.). Recherches sur l'embryogénie de *Salpa maxima*. (Communication préliminaire), **616.**

Géodésie :

SELIGMANN (H.). La toise n° 11 de l'Institut cartographique militaire de Belgique, **747.**

Géométrie :

FICHTENHOLZ (G.). Note sur les fonctions absolument continues, **430.** — M. de la Vallée Poussin rapporteur, **418.**

GODEAUX (L.). Sur les correspondances rationnelles entre deux surfaces de genres 1, **189.** — M. Neuberg rapporteur, **103, 176.**

— Sur les surfaces du quatrième ordre possédant six points doubles biplanaires ordinaires, **443.** — M. Stuyvaert rapporteur, **330, 418.**

SERVAIS (Cl.). Sur la géométrie du tétraèdre (3e communication), **50.** — (4e communication), **103.** — (5e communication), **178.**

Voir : *Mécanique.*

Géométrie infinitésimale :

DEMOULIN (A.). Sur les surfaces cerclées, **479.**

Mathématiques : Voir *Analyse, Géométrie, Physique et Chimie mathématiques.*

Mécanique :

MERTEN (A.). L'équilibre de rotation des voûtes, **743.**

NEUBERG (J.). Géométrie et Mécanique, **587.**

Minéralogie :

BUTTGENBACH (H.). Note sur la Kasolite (1 fig.), **573.**

CESÀRO (G.). Sur des cristaux de *Disthène* bleu provenant du Katanga. — Facilité du clivage g^1. — Angle d'extinction sur g^1 et dans les autres faces de la zone verticale. — Faces correspondantes (2 fig.), **552.**

Paléontologie :

FOURNIER (G.) et PRUVOST (P.). Découverte d'un poisson nouveau dans le marbre noir de Denée (1 fig.), **210.** — Présenté par M. Boulenger, **177.**

FRAIPONT (Ch.) Observations sur les grands félidés pléistocènes, **577.**

Physiologie :

FREDERICQ (L.). Action du milieu marin sur les animaux invertébrés, **423.**

NOLF (P.). Action du plasma d'oiseau sur l'anse intestinale isolée, **427.**

— Action du chloroforme sur les propriétés hémolytiques du plasma de chien (5 tabl.), **466.**

Physique :

DONY-HÉNAULT (O.). Sur l'emploi du nickel granulaire pour le chauffage électrique, 67.

PHILIPPSON (M.). Sur une nouvelle forme de résistance électrique des électrolytes (*Note préliminaire* et *deuxième note préliminaire*), 76 et 384.

Voir *Électrochimie.*

Physique mathématique :

DE DONDER (Th.). Champ électromagnétique pur et champ gravifique, 371.

— Champ gravifique d'un électron purement électrique, 420.

— Interprétation physique de la relativité générale, 732.

NUYENS (M.). Sur un changement de variables de M. De Donder, 378.

— Trajectoire d'un point électrisé dans le champ dû à un électron pur, 567.

— Trajectoire d'un point matériel dans le champ dû à une sphère matérielle, 755

Physique et Chimie mathématiques :

DE DONDER (Th.). L'affinité. Application aux gaz parfaits, 197.

— Sur le théorème de Nernst, 205.

— » » (deuxième communication). 461.

Zoologie :

LAMEERE (A.) Sur la nervation alaire des insectes, 138.

— L'histoire naturelle des Dicyémides, 779.

TABLE ONOMASTIQUE

Les noms des académiciens sont en petites capitales.
Les chiffres en caractères **gras** *indiquent la page d'une communication.*

A

Académie américaine des arts et des lettres, New-York, 241, 269.
Académie américaine des arts et des sciences, Boston, 241, 269.
Académie arabe, Damas, 271, 323.
Académie britannique, Londres, 237, 242, 270, 307.
Académie de médecine, Paris, 176.
Académie des arts et des sciences du Connecticut, New-Haven, 271.
Académie des beaux-arts, Paris, 242, 269.
Academie des inscriptions et belles-lettres, Paris, 242, 269.
Académie des sciences, Amsterdam, 243, 271.
Académie des sciences, Christiania, 243, 270.
Académie des sciences, Lisbonne, 243, 271.
Académie des sciences, New-York, 241, 269.
Académie des sciences, Paris, 241, 269.
Académie des sciences, Petrograd, 243, 272, 320.
Académie des sciences, Turin 243.
Académie des sciences, arts et lettres du Wisconsin, 48.
Académie des sciences, belles-lettres et arts, Bordeaux, 242, 270.
Académie des sciences et des lettres, Christiania, 238, 316.
Académie des sciences, lettres et arts d'Arras, 242, 270.
Académie des sciences morales et politiques, Paris, 242, 269, 629.
Académie des sciences physiques et mathématiques, Naples, 272.
Académie des sciences, Société royale de Naples, 315.
Académie française, 241, 254, 269.
Académie impériale du Japon, Tokyo, 238, 243, 269, 315.
Académie nationale des sciences, Washington, 237, 241, 269, 305.
Académie polonaise des sciences et des lettres, Cracovie, 238, 243, 271, 318.
Académie roumaine, Bucarest, 272, 319.
Académie royale danoise des sciences et des lettres, Copenhague, 237, 241, 269, 304.
Académie royale d'archéologie, Anvers, 244.
Académie royale de langue et de littérature françaises, 229, 244, 302.
Académie royale de médecine, 134, 244, 302.
Académie royale des arts (Angleterre), 242, 270.
Académie royale des beaux-arts (de Brera), Milan, 272, 314.
Académie royale des Lincei, Rome, 243, 270.
Académie royale des sciences de l'Institut de Bologne, 272, 313.

Académie royale des sciences, Turin, 270.
Académie royale des sciences exactes, physiques et naturelles, Madrid, 241, 269.
Académie royale d'histoire, Madrid, 241, 269.
Académie royale flamande, Gand, 237, 244, 302, 324.
Académie royale serbe, Belgrade, 244, 271.
Académie royale suédoise des sciences, Stockholm, 238, 244, 271, 321.
Académie yougo-slave, Zagreb, 244, 271.
Adelaïde, 272.
Albert Ier (S. M.), 240, 298, 299, 300, 585 n., 767.
Allemands, 239.
Alsace, 767.
Amérique, 269, 271.
Amsterdam, 243, 271.
Anatolie, 417.
Andenne, 328.
Anten (J.), 644, 775.
Anvers, 81, 244, 775.
Archimède, 134, 135.
Ardenne, 775.
Arlon, 244, 767.
Arras, 242, 270.
Arrhenius (S.-A.), 328.
Asie, 269, 271.
Association des Ingénieurs électriciens sortis de l'Institut électrotechnique Montefiore, Liége, 47.
Athénée royal d'Anvers, 775.
Athènes, 238, 243, 270, 309.
Australie, 272.

B

Baerts (F.), 778.
Balanos (N.), 243.
Barcelone, 241, 269.
Batavia, 272.
Baudrillart (Mgr A.), 240, 241, 254, 298.
Beeringen, 767.
Belgique, 133, 229, 237, 302, 324, 747, 767, 768.
Belgique (Nouvelle), 559.
Belgrade, 244, 271, 592.
Bélovèze (Russie), 419, 458.
Benedite (L.), 242.
Bengale, 238, 243, 269, 312.
Bergmans (P.), 230, 233.
Berne, 271, 322.
Bernissart, 5.
Berry (Sir George), 242.
Bertin (E.), 241, 298.
Blaise (E.), 242.
Blomfield (Sir R.), 242.
Boël (P.), 6, 48.
Bologne, 272, 313.
Bordeaux, 242, 270.
Bordet (J.), 49, 103, 134, 230.
Boston, 241, 269.
Boulenger (G.-A.), 177, 210 n., 242.
Brachet (A.), 5, 6, 103, 134, 419.
Branly (E.), 242.
Brera, 272, 314.
Brien (P.), 616.
Brisbane, 272.
Bruxelles, 173, 219, 227, 238, 244, 325, 417, 456, 616, 644 n., 775, 776, 777, 778.
Bruylants (P.), 7, 176, **387**, 582, 776, 777.
Bucarest, 272.
Bulic (Mgr), 244.
Buttgenbach (H.), **573**.

C

Cagnat (R.), 242.
Caire (Le), 417.
Calcutta, 243, 269, 312.
Cambridge, 242, 270.
Carpentier, 545.
Carrière (G.), 778.
Casteels, 103, 328.
Castille (A.), 778.
Cavvadias (P.), 243.
Cayley, 50, 103.

Cercle archéologique, Mons, 244.
Cercle des Carpathes, Kesmark (Tchéco-Slovaquie), 581.
Cesàro (G.), 5, 49, 101, 150 n., **552**, 573 n., 767, 769.
Chalmers Mitchell (P.), 242.
Chalon (J.), 632.
Chambre des Représentants, 545, 632.
Chodat (R.), 244.
Christiania, 238, 243, 270, 316.
Collège des Bourgmestre et Échevins (de Bruxelles), 238.
Comité hellénique, 309.
Comité national de Géographie, 460.
Comité national de Radiotélégraphie scientifique, 457, 460.
Comité provisoire d'assistance aux intellectuels russes, 418.
Comites nationaux. Voir : Conseil international de Recherches.
Commission des œuvres internationales a but scientifique, 175.
Conard (A.), 177, **531**, 777.
Congo, 6, 134, 776.
Congrès géologique international (XIII^e), 327.
Congrès international de Géographie et d'Ethnographie (X^e), 417.
Congrès international de Physiologie (XI^e), 631, 632.
Congrès international des Américanistes (XX^e), 543.
Connecticut, 271.
Conseil communal (de Bruxelles), 238.
Conseil de perfectionnement de l'Enseignement supérieur, 49.
Conseil international de Recherches, 175, 328, 330, 460, 584.
Conseil supérieur des Bibliothèques publiques, 543.
Copennague, 237, 241, 269, 304.
Cordonnier (L.-M.), 242.
Cornet (J.), 6, 327, 636.
Corps academique universitaire d'Athènes, 238, 243, 270, 309.
Cracovie, 238, 243, 271, 318.
Crismer (L.), 6, 458. 544, 550, 771 n.
Croates, 244, 271.
Cuvier, 458.

D

Damas, 271, 323.
Dandois (L.), 244.
Danemark, 237, 241, 269, 304.
Davenport (Ch.), 101, 103.
De Bouseré (O.), 778.
de Geuleneer (A.), 244.
De Donder (Th.), 6, 48, 76 n., 101, 102, 103, 134, 177, **197**, **205**, **371**, 378 n., 384 n., 419, **420**, 458, 460, **461**, 544, 567 n., 592 n., 632, 634, **732**, 755 n., 768, 769.
de Dorlodot (Chan. H.), 644 n.
de Gerlache (A.), 6, 460.
Dehalu (M.), 6, 633.
de Hemptinne (A.), 6, **71**, 418, 419, 460, 543, 633, 636 n., 769.
De Jans (C.), 48, 103, 134, 460, 768.
de la Fontaine (H.), 243.
de la Vallée Poussin (Ch.-J.), 5, 6, 48, 49, 102, 134, 135, 176, 243, 330, 418, 430 n., 458, 592 n., 636, 743 n., 769.
Delhaye (F.), 636, 776.
Demoulin (A.), 6, 48, 49, 103, 134, 177, 328, 458, 460, **479**, 633, 634, 636, 768.
Denée (Namur), 177.
De Rudder (F.), 777.
Deruyts (J.), 6, 419, 544, 551, 633.
de Sanctis (G.), 243, 298.
de Wildeman (E.), 134, 776.
Djebel Hameima (Tunisie centrale), 767.
Djebel Slata (Tunisie centrale), 767.
d'Ocagne (M.), 241, 328.
Dollo (L.), 242.
Dolomieu (Deodat), 48.
Dondeyne (J.), **387**.
Donnet (F.), 241.
Dony-Hénault (O.), 6, **67**, 330, 419, 771 et n., 775, **793**.
Dublin, 272.

Dufourny (A.), 418, 636 n.
Duhem (P.), 176.
Dupriez (L.), 229, 230
Dupuis (Ch.), 242.
Durrieu (Comte P.), 242.

E

École militaire, 189, 443.
École normale communale d'Anvers, 81.
École normale d'instituteurs de la ville de Bruxelles, 219.
Édimbourg, 237, 242, 270, 308, 631.
Eeckhoud (G.), 244, 298, 302.
Effront (J.), 243.
Égypte, 417.
Einstein (A.), 102, 134.
Élisabeth de Belgique (S. M.), 298.
Erculisse, 644 n., 731.
Errera (A.), 177.
Errera (L.), 632.
Errera (P.), 229, 230.
Espagne, 241, 269.
États-Unis, 237, 241, 269, 271, 305, 329.
Europe, 269, 272.

F

Fichtenholz (G.), 418, **430**.
Finlande, 272, 305.
Firket (C.), 244, 298, 302.
Fourmarier (P.), 327, 458, 639, 767.
Fournier (dom G.), 177, **210**.
Fouron-Saint-Pierre, 777.
Fraipont (Ch.), **577**.
Frampton (Sir G.), 242.
France, 240, 241, 242, 254, 269, 270.
Franssen (A.), 777.
Fredericq (L.), 6, 102, 103, **423**, 543, **559**, 633, 767.

G

Gand, 324, 343, 370, 545, 632, 644 n., 743, 778.
Gembloux, 49.
Geoffroy Saint-Hilaire (E.), 458.
Gérard (R.-E.), 582.
Getlsdorf (Mont), 581.
Gilkinet (A.), 328.
Gilson (G.), 6.
Girault (Ch.), 242.
Godeaux (L.), 5, 103, 176, **189**, 330, 418, **443**.
Goemans (L.), 244.
Goldschmidt (R.), 460.
Gorini (C.), 243.
Goris (J.-E.), 419, 633.
Govaerts (A.), 103, 134.
Grande-Bretagne et Irlande (Royaume-Uni de), 237, 240, 242, 270, 272, 306.
Gratia (A.), 5.
Gravis (A.), 6, 24 n., 49, 175, 419, 458, 584, 633.
Grèce, 238, 243, 270, 309, 417.
Grégoire (V.), 102, 124 n.
Greindl (Lieutenant général baron L.), 644 n., 731.
Grodno (Gouvernement de), 419, 458.

H

Haarlem, 238, 243, 271, 317.
Hadamard (J.), 328, 417, 778.
Hannevart (Mlle G.), 177, 777.
Haskins (Ch.-H.), 241.
Hasselt, 244.
Haut (J.), 777.
Helsingfors, 272, 305.
Herrent (P.), 778.
Hirayama (G.), 243.
Homolle (Th.), 242.
Hubert (E.), 298, 300.

I

Inde, 238, 243, 269, 312.
Inouyé (T.), 243.
Institut archéologique, Arlon, 244.
Institut botanique « Leo Errera », 97, 173, 227.
Institut Carnoy, Louvain, 129.

Institut cartographique militaire de Belgique, 747.
Institut de Bologne, 313.
Institut de France, 254, 269.
Institut de la Nouvelle-Zelande, Wellington, 272.
Institut d'études catalanes, Barcelone, 241, 269.
Institut électrotechnique Montefiore, Liége, 47.
Institut grand-ducal, Luxembourg, 243, 270.
Institut National (L'). 48.
Institut royal des Architectes britanniques, 270.
Institut royal lombard des sciences, lettres et arts, Milan, 238, 243, 270, 315.
Institut royal vénitien, Venise, 272.
Italie, 238, 243, 270, 272, 313.

J

Japon, 238, 243, 269, 315, 328.
JORDAN (C.), 47, 134, 778.

K

Katanga, 767.
Kennelly (A.-E.), 241.
KENYON (Sir Frederic), 242.
Kesmark (Tchéco-Slovaquie), 581.
Kharkow, 327, 592.
Kilimandjaro Meru, 176.
Kochanowski (J.), 243.
Koht (H.), 243.
Koulaguine (N.), 419, 458.
Kövesligethy (R. de), 544.
Kyparissis (M.-N.), 243.

L

Lacour-Gayet (J.), 242.
LACROIX (A.), 48, 544.
Laeken, 298, 299.
Lagasse de Locht, 418, 636 n.
LAGRANGE (Ch.), 582, 585, 586.
Lamarck, 458.
Lamb (H.), 242.
Lambin (A.), 418, 636 n.
LAMEERE (A.). 6, **138**, 240, 273, 298, 419, 458, 460, 543, 544, 545, 616 n., 769, 775, 778, **779**.
Lathouwers, 5.
Laudet (F.), 242.
Leclercq (V.), 544, 550.
LECOINTE (G.), 6, 48, 175, 543, 544, 767.
Lecrenier, 5.
Ledent (E.), 543.
LEFRANC (A.), 242
Leishman (Major general Sir William-B.), 240, 242, 266, 298.
Léopold, Duc de Brabant (S. A. R. le Prince), 298.
LE PAIGE (C.), 6, 633, 769.
LÉVY (R.-G.), 629.
Leyde, 272, 318.
Liége, 24, 45, 47, 150, 176, 244, 325, 573, 577, 644 n., 775, 777.
Lille, 218, 242, 270.
Lisbonne, 243, 271.
LOHEST (M.), 6, 49, 327, 458, 577 n., 636, 639, 644 n., 767, 769.
Lonay (H.), 24.
Londres, 237, 242, 266, 270, 306, 307, 308, 309.
LORENTZ (H.), 243.
Louvain, 7, 23, 124, 129, 405, 644 n., 776, 778.
Luxembourg (Grand-Duché de), 243, 270.
Luxembourg, 270.
LYON-CAEN (Ch.-L.), 242.

M

Madagascar, 48, 544.
Madrid, 241, 269.
MARCHAL (E.), 6, 49, 458, 582, 632, 633.
MARGERIE (Emm. de), 242
Marie-José (S. A. R. la Princesse), 298.
Marie-Thérèse, 238.
Markovitch (S. Exc. M. J.-T.), 244, 298.

Marquet de Vasselot, 242.
Martens (P.), 102, **124**.
Martorell (Fr.), 241.
Massart (J.), 6, 81 n., 102, 159 n., 177, 219 n., 406 n., 531 n., 543, 633, 769.
Masson (F.), 240, 251.
Matignon (A.), 242.
Méaudre de le Pouyade, 242.
Mélant (A.), **406**.
Mélon (J.), **150**.
Mendel (G.), 544.
Mercier (S. Ém. Mgr), 298.
Merten (A.), **743**.
Mesnil (F.), 241.
Milan, 238, 243, 270, 272, 314, 315.
Millikan (R.-A.), 241.
Ministère des Affaires économiques, 330.
Ministère hellénique de l'Instruction publique, 309.
Ministre des Affaires étrangères, 631.
Ministre de l'Agriculture, 631.
Ministre des Colonies, 631.
Ministre de la Défense nationale, 631.
Ministre de l'Industrie et du Travail, 417, 631.
Ministre de la Justice, 134, 240, 251.
Ministre (Premier), 631.
Ministre des Sciences et des Arts, **5**, **47**, 101, 175, 298, 299, 300, 302, 327, 417, 457, 543, 545, 644, 767.
Minobé (T.), 243.
Modera (Paulino-Martin), 417.
Monneret de Villard (U.), 243.
Mons, 244, 776.
Montefiore (G.), 47.
Morawski (K. de), 243.
Mourello (R.), 241.

N

Nakamura (K.), 243.
Namur, 244, 777.
Naples, 272, 315, 423.
Navez (A.), **159**.
Nernst, 205, 461.
Neuberg (J.), 103, 176, 189 n., **587**.
New-Haven, 271.
New-York, 241, 269.
Nivelles, 778.
Nolf (P.), 419, **427**, **466**.
Norvège, 238, 243, 270, 316.
Nouvelle-Galles du Sud, 272, 317.
Nouvelle-Zélande, 272.
Nuyens (M.), **567**, **755**.
Nyrop (Ch.), 241.

O

Observatoire royal, 327.
Oda (Y.), 243.
Omond (G.-W.-F.), 243.
Ourthe, 633.

P

Padoue, 101.
Paillot (R.), 242.
Palais du Cinquantenaire, 101.
Palais du Roi, 767.
Paris, 6, 778.
Pascoe (E.-H.), 243.
Pauwen (J.), 633.
Pays-Bas, 238, 243, 271, 272, 317.
Pelseneer (P.), 6, 458, 582.
Pennell (J.), 241.
Pérez (Ch.), 242.
Petrograd, 243, 272, 320, 430.
Pettit (L.), 242.
Philippot (H.), 133.
Philippson (M.), **76**, **384**.
Picard (E.), 176, 241, 298.
Pirenne (H.), 230, 240, 279.
Pologne, 238, 243, 271, 318.
Pollock (R. Hon. Sir Frederic), 243.
Poma (G.), **81**.
Pope (Sir William), 243.
Popelier (J.), 777.
Portugal, 243, 271.
Pottier (Ed.), 242.
Prague, 544.
Premier Ministre, 5, 229.
Pruvost (P.), 177, **210**, 213.
Putseys (P.), 778.

Q

Queensland, 272.

R

Reinach (Th.), 242.
Rockefeller (Fondation), 133.
Rome, 5, 243, 270, 418.
Roumanie, 272, 319.
Rousseau (V.), 240, 298, 303.
Royal Society, Londres. Voir : Société royale.
Royaume des Serbes, Croates et Slovènes, 244, 271.
Rozwadewski (J.), 243.
Russie, 243, 272, 320.
Rutot (A.), 6, 48, 327, 460, 636.

S

Saint-Amand, Gand, 778.
Saint-Léger (A. de), 242.
Saltykow (N.), 327, **592**.
Schafer (Sir E.), 632.
Schepkens (J.), 49, 457.
Schoep, 644 n.
Schwoerer (E.), 241, 328.
Seligmann (H.-D), 460, 581, **747**.
Semprun (Ed.), 457.
Sens (G.), 242.
Serbes, 244, 271.
Servais (C.), **50**, 103, **103**, 177, **178**, 328.
Siri (J.-O.), 419, 458.
Sjöstedt (Y.), 176, 244.
Slovènes, 244, 271.
Sluys (M.), 636, 776.
Societas pro Fauna et Flora fennica, 5.
Société archéologique, Namur, 244.
Société asiatique du Bengale, 238, 243, 269, 312.
Société belge de Géologie et d'Hydrologie, Bruxelles, 244.
Société chimique, Bruxelles, 244.
Société chimique, Londres, 243, 270.
Société chimique de France, 242, 270.
Société d'Anthropologie, Bruxelles, 244.
Société d'Astronomie, Bruxelles, 244.
Société de Biologie, Paris, 242, 269.
Société de littérature néerlandaise, Leyde, 272, 318.
Société des arts et des lettres, Batavia, 272.
Société des Bibliophiles, Anvers, 244.
Société des Bibliophiles, Liége, 244.
Société des Bibliophiles belges, Mons, 244.
Société des Bibliophiles et Iconophiles, Bruxelles, 244.
Société des Mélophiles, Hasselt, 244.
Société des Nations, 631.
Société des Naturalistes, Zurich, 272, 323.
Société des sciences, Haarlem, 243, 271.
Société des sciences, Varsovie, 238, 243, 271, 319.
Société des sciences, agriculture et arts, Lille, 242.
Société des sciences de Grèce, 417.
Société des sciences médicales et naturelles, Bruxelles, 244.
Société d'Histoire et d'Archéologie, Tournai, 244.
Société entomologique, Bruxelles, 244.
Société eugénique tchéco-slovaque, Prague, 544.
Société finlandaise des sciences, Helsingfors, 272, 305.
Société géologique, Londres, 237, 242, 270, 308.
Société géologique de Belgique, Liége, 244.
Société géologique de France, 242, 270.
Société helvétique des sciences naturelles, 238, 244, 271, 322.
Société historique, Utrecht, 272.
Société hollandaise des sciences, Haarlem, 238, 317.
Société libre d'Émulation, Liége, 325.
Société linnéenne de la Nouvelle-Galles du Sud, Sydney, 272, 317.

Société littéraire et philosophique, Cambridge, 242, 270.
Société nationale des Antiquaires de France, 242, 269.
Société nationale des sciences, Lille, 270.
Société royale, Dublin, 272.
Société royale espagnole d'histoire naturelle, Madrid, 101.
Société royale, Edimbourg, 237, 242, 270, 308.
Société royale, Londres, 237, 242, 266. 270, 306.
Société royale d'Archéologie, Bruxelles, 244.
Société royale de Botanique, Bruxelles, 244.
Société royale de Géographie, Anvers, 244.
Société royale de Géographie, Bruxelles, 244.
Société royale de Geographie d'Égypte, 417.
Société royale de l'Australie du Sud, Adelaïde, 272.
Société royale de Numismatique, Bruxelles, 244.
Société royale des sciences, Liége, 244.
Société royale des sciences médicales et naturelles, Bruxelles, 47, 175, 417.
Société royale du Queensland, Brisbane, 272.
Société royale géographique (Angleterre), 243, 270.
Société royale historique (Angleterre), 243, 270.
Société royale zoologique, Bruxelles, 244.
Société scientifique, Bruxelles, 244, 325.
Société zoologique, Londres, 237, 242, 270, 309.
Soldat inconnu (Le), 633, 778.
Sørensen (Ch.), 241.
Stanton (H. Hughes), 242.
Stas (J.-S.), 777.
Stavelot, 458.
Stazione zoologica de Naples, 423.
Stein, 406.
Sternon (F.), 633.
Stockholm, 238, 244, 271, 321.
Strasbourg, 544.
Stroobant (P.), 5, 6, 48, 49, 418, 458, 636, 747 n., 767, 769.
Stuart Jones (H.), 242.
Stuyvaert (M.), 177, 328, 330, 418, 419, 443 n., 457, 634.
Suède, 238, 244, 271, 321, 329.
Suisse, 238, 244, 271, 272, 322.
Swaen (A.), 176.
Swarts (F.), 6, 7 n., 49, 133, 177, **331**, **343**, 387 n., 419, 458, 460, 505 n., 544, 545, 633, 769, 771 n., 777.
Sydney (Nouvelle-Galles du Sud), 272, 317.
Sykes (Le général Sir Frederic), 243.
Syrie, 323.

T

Tatlock (J.), 241.
Thomas (P.), 303.
Tirlemont, 778.
Tits (D.), 177, **219**, 777.
Tokyo, 238, 243, 269, 315.
Tournai, 244.
Toutain (J.), 242.
Turin, 243, 270.

U

Union académique internationale, 175.
Union astronomique internationale, 5, 48, 418, 767.
Union des Associations internationales, 101, 418.
Union géographique internationale, 534.
Union internationale de Géodésie et de Géophysique, 6, 418.
Union internationale de Géologie, 460.
Union internationale de la Chimie pure et appliquée, 460.
Union internationale de la Physique pure et appliquée, 460, 584,

Union internationale de Radiotélégraphie scientifique, 460, 584.
Union internationale des Mathématiciens, 584.
Union internationale des sciences biologiques, 6, 460, 584.
Union internationale des sciences médicales, 584.
Université de Belgrade, 592.
Université de Bruxelles, 173, 227, 581, 616, 644 n., 775, 777, 778.
Université de Gand, 343, 370, 545, 632, 644 n., 743.
Université de Kharkow, 327, 592.
Université de Liége, 24, 150, 176, 573, 577, 581, 644 n., 775, 777.
Université de Louvain, 7, 23, 124, 405, 581, 644 n., 776, 778.
Université royale de Padoue, 101.
Utrecht, 272.

V

VAN AUBEL (E.), 6, 49, 419, 633.
Van Brabandt (L.), 418, 636 n.
Van den Bossche (J.), 49, 102, 135, 176, 330, 460, 544, 769.
Van den Dries (R.), 584, 631, 775.
VAN DER STRICHT (O.), 419.
van de Velde (J.), 177, 777.
Van de Walle (H.), 544, 775.
Van Ermengem (E.), 244.
Van Ertborn (Mme Ve), 135, 457, 459.
Van Hove (Th.), 505.
van Opdenbosch (Mlle), 177, 777.
van Straelen (V.), 177, 777.
Van Vollenhoven (C.), 243.
Varsovie, 238, 243, 271, 319.
VAUTHIER (M.), 5, 229, 230, 237, 240, 245, 298, 299, 419.
Venise, 272.
Ver Eecke (P.), 134, 135.
Vergneau, 242.
VERLANT (E.), 240, 290.
Verlet (R.), 242.
Verstraeten (R.), 133.
Villalobar (S. Exc. le marquis de), 241, 298.
Viltart (L.), 242.
Vincent (G.-E.), 133.
VINOGRADOFF (Sir Paul), 243.

W

Warnant (L.), 102, 134.
Washington (Etats-Unis d'Amérique), 237, 241, 269, 305.
Wattez (O.), 244, 298, 302.
WEISS (A.), 242.
Wellington (Nouvelle-Zélande), 272.
Weszterheim (Hohe Tatra), 581.
WILLEM (V.), 6, 49, 419, 458, 543.
WILMOTTE (M.), 229.

Z

Zagreb, 244, 271.
Zurich, 272, 323.

Princeton University Library
32101 064104506